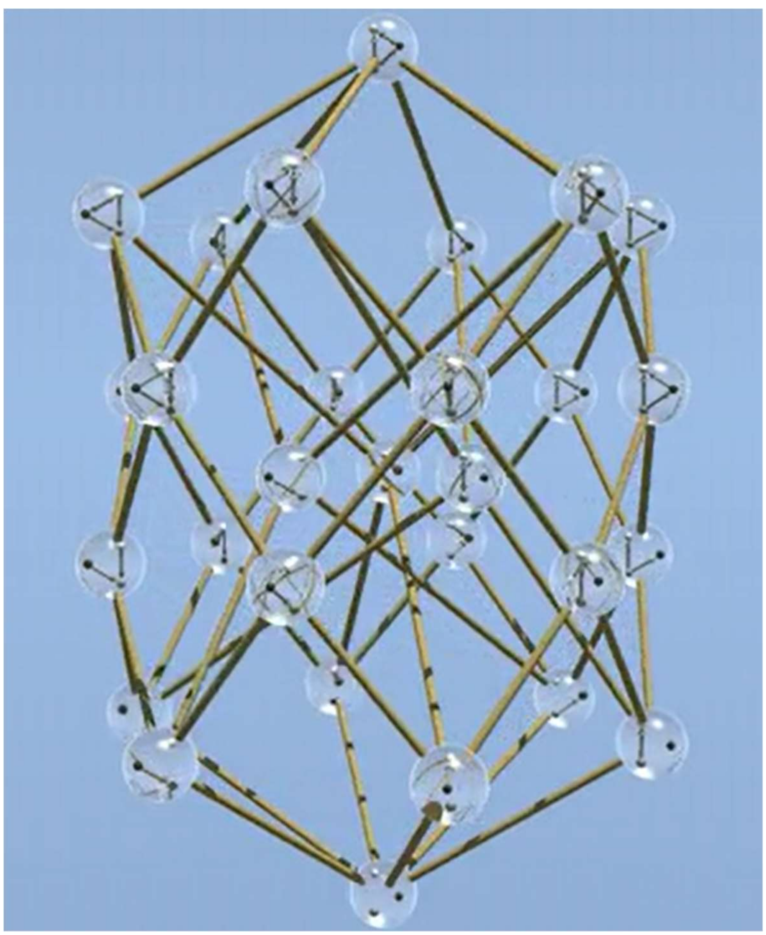
Prof. Dr. Alfred Toth

Zu einer semiotischen Ordnungstheorie



2018, Tucson (AZ), Semiotical Technical Laboratory

Die Graphik des Titelbildes stammt von der Web Site von Prof. Dr. Marcel Erné (Universität Hannover).

Vorwort

Bekanntlich wird die Mathematik nach den Bourbakis in die drei Teile Algebra, Ordnungstheorie und Topologie unterteilt. Eine besondere Stellung nimmt innerhalb der Semiotik die Ordnungstheorie ein, da ja die Zeichenrelation von Peirce als Ordungsrelation über den drei fundamentalen Kategorien der Erst-, Zweit- und Drittheit definiert ist. Ferner ist die Zeichenrelation keine lineare, sondern, wie sich Bense ausdrückte, eine „verschachtelte“ Relation, insofern die Erstheit sowohl in der Zweitheit und in der Drittheit und die Zweitheit in der Drittheit eingeschlossen ist.

Bereits in seinem 1975 erschienenen semiotischen Hauptwerk „Semiotische Prozesse und Systeme“ hatte Max Bense den Versuch gemacht, Zeichen und Objekt bzw. die Relationen zwischen beiden durch Einführung einer vierten Kategorie, derjenigen der Nullheit, in die Semiotik dadurch zu integrieren, daß er dem „semiotischen Raum“ einen „ontischen Raum“ gegenüberstellte. Hier hatte ich seinerzeit eingesetzt, insofern geklärt werden mußte, wie die beiden dichotomischen Räume denn semiotisch triadisch vermittelt sind. Diese Resultate wurden in den beiden, 2007 erschienenen Bänden „Semiotics and Pre-Semiotics“ zusammengefaßt.

Im vorliegenden Bande wird jedoch der Versuch gemacht, die verschiedenen Ansätze, die ich im Laufe der letzten Jahrzehnte zu einer ordnungstheoretischen Semiotik gemacht habe, durch einige repräsentative Aufsätze quasi „abzustecken". Das vorliegende Buch ist somit alles andere als eine kohärente Theorie einer semiotischen Ordnungstheorie. Ferner sind auch die meisten Teilgebiete in ihr noch lange nicht vollständig erforscht. Die Anordnung der Teilkapitel erfolgt chronologisch.

Tucson (AZ), 27.4.2018 Prof. Dr. Alfred Toth

Tetradic, triadic, and dyadic sign classes

1. In Toth (2008a, pp. 179 ss.), we have constructed a tetradic-tetratomic semiotics on the basis of the following 4×4 matrix:

	.0	.1	.2	.3
0.	0.0	0.1	0.2	0.3
1.	1.0	1.1	1.2	1.3
2.	2.0	2.1	2.2	2.3
3.	3.0	3.1	3.2	3.3

based on the general tetradic-tetratomic sign relation

$SR_4 = R(Q, M, O, I)$; $SR_4 = R(.0., .1., .2., .3.)$;
$SR_4 = (((Q \Rightarrow M) \Rightarrow O) \Rightarrow I)$; $SR_4 = (((.0. \Rightarrow .1.) \Rightarrow .2.) \Rightarrow .3.)$

with the tetratomic semiotic inclusion order

(3.a 2.b 1.c 0.d) with a, b, c, d $\in$ {.0., .1., .2., .3.} und $a \leq b \leq c \leq d$

We can then construct the following 35 tetradic-tetratomic sign classes and their dual reality thematics:

1	(3.0	2.0	1.0	0.0)	$\times$	(0.0	0.1	0.2	0.3)
2	(3.0	2.0	1.0	0.1)	$\times$	(1.0	0.1	0.2	0.3)

3	(3.0	2.0	1.0	0.2)	×	(2.0	0.1	0.2	0.3)
4	(3.0	2.0	1.0	0.3)	×	(3.0	0.1	0.2	0.3)
5	(3.0	2.0	1.1	0.1)	×	(1.0	1.1	0.2	0.3)
6	(3.0	2.0	1.1	0.2)	×	(2.0	1.1	0.2	0.3)
7	(3.0	2.0	1.1	0.3)	×	(3.0	1.1	0.2	0.3)
8	(3.0	2.0	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	0.2	0.3)
9	(3.0	2.0	1.2	0.3)	×	(3.0	2.1	0.2	0.3)
10	(3.0	2.0	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	0.2	0.3)
11	(3.0	2.1	1.1	0.1)	×	(1.0	1.1	1.2	0.3)
12	(3.0	2.1	1.1	0.2)	×	(2.0	1.1	1.2	0.3)
13	(3.0	2.1	1.1	0.3)	×	(3.0	1.1	1.2	0.3)
14	(3.0	2.1	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	1.2	0.3)
15	(3.0	2.1	1.2	0.3)	×	(3.0	2.1	1.2	0.3)
16	(3.0	2.1	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	1.2	0.3)
17	(3.0	2.2	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	2.2	0.3)
18	(3.0	2.2	1.2	0.3)	×	(3.0	2.1	2.2	0.3)
19	(3.0	2.2	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	2.2	0.3)
20	(3.0	2.3	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	3.2	0.3)
21	(3.1	2.1	1.1	0.1)	×	(1.0	1.1	1.2	1.3)
22	(3.1	2.1	1.1	0.2)	×	(2.0	1.1	1.2	1.3)
23	(3.1	2.1	1.1	0.3)	×	(3.0	1.1	1.2	1.3)
24	(3.1	2.1	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	1.2	1.3)
25	(3.1	2.1	1.2	0.3)	×	(3.0	2.1	1.2	1.3)
26	(3.1	2.1	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	1.2	1.3)
27	(3.1	2.2	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	2.2	1.3)

28 (3.1 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 1.3)

29 (3.1 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 1.3)

30 (3.1 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 1.3)

31 (3.2 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 2.3)

32 (3.2 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 2.3)

33 (3.2 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 2.3)

34 (3.2 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 2.3)

35 (3.3 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 3.3)

The 35 representation systems can be ordered into the following system of 4 Tetratomic Tetrads of structural realities with dyadic thematization:

1 (3.0 2.0 1.0 0.0) × ($\underline{0.0\ \ 0.1\ \ 0.2\ \ 0.3}$)

2 (3.0 2.0 1.0 0.1) × (1.0 $\underline{0.1\ \ 0.2\ \ 0.3}$)

3 (3.0 2.0 1.0 0.2) × (2.0 $\underline{0.1\ \ 0.2\ \ 0.3}$)

4 (3.0 2.0 1.0 0.3) × (3.0 $\underline{0.1\ \ 0.2\ \ 0.3}$)

11 (3.0 2.1 1.1 0.1) × ($\underline{1.0\ \ 1.1\ \ 1.2}$ 0.3)

21 (3.1 2.1 1.1 0.1) × ($\underline{1.0\ \ 1.1\ \ 1.2\ \ 1.3}$)

22 (3.1 2.1 1.1 0.2) × (2.0 $\underline{1.1\ \ 1.2\ \ 1.3}$)

23 (3.1 2.1 1.1 0.3) × (3.0 $\underline{1.1\ \ 1.2\ \ 1.3}$)

17 (3.0 2.2 1.2 0.2) × ($\underline{2.0\ \ 2.1\ \ 2.2}$ 0.3)

27 (3.1 2.2 1.2 0.2) × ($\underline{2.0\ \ 2.1\ \ 2.2}$ 1.3)

31 (3.2 2.2 1.2 0.2) × ($\underline{2.0\ \ 2.1\ \ 2.2\ \ 2.3}$)

32	(3.2 2.2 1.2 0.3)	×	$(3.0\ \ \underline{2.1\ \ 2.2\ \ \ \ 2.3})$

20	(3.0 2.3 1.3 0.3)	×	$(\underline{3.0\ \ 3.1\ \ 3.2}\ \ \ \ 0.3)$
30	(3.1 2.3 1.3 0.3)	×	$(\underline{3.0\ \ 3.1\ \ 3.2}\ \ \ \ 1.3)$
34	(3.2 2.3 1.3 0.3)	×	$(\underline{3.0\ \ 3.1\ \ 3.2}\ \ \ \ 2.3)$
35	(3.3 2.3 1.3 0.3)	×	$(\underline{3.0\ \ 3.1\ \ 3.2\ \ \ \ 3.3})$

Moreover, the 35 representation systems can also be ordered into the following system **of 4 Tetratomic Triads of triadic thematization**:

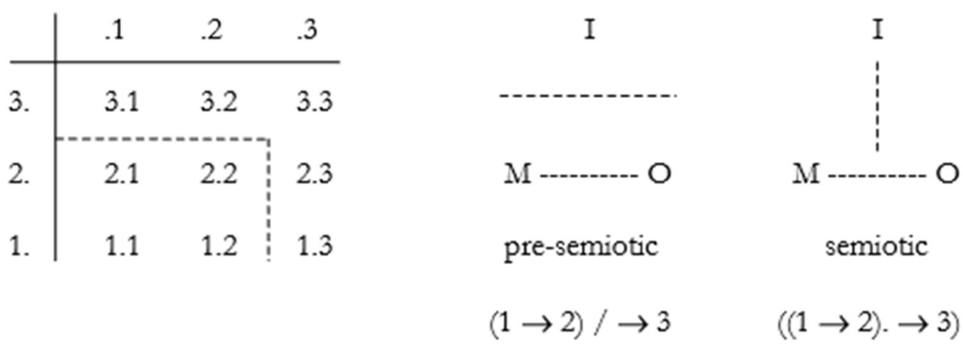
1	(3.0 2.0 1.0 0.0)	×	$(\underline{0.0\ \ 0.1\ \ 0.2\ \ \ \ 0.3})$
6	(3.0 2.0 1.1 0.2)	×	$(2.0\ \ 1.1\ \ \underline{0.2\ \ \ \ 0.3})$
9	(3.0 2.0 1.2 0.3)	×	$(3.0\ \ 2.1\ \ \underline{0.2\ \ \ \ 0.3})$
7	(3.0 2.0 1.1 0.3)	×	$(3.0\ \ 1.1\ \ \underline{0.2\ \ \ \ 0.3})$

12	(3.0 2.1 1.1 0.2)	×	$(2.0\ \ \underline{1.1\ \ 1.2}\ \ \ \ 0.3)$
21	(3.1 2.1 1.1 0.1)	×	$(\underline{1.0\ \ 1.1\ \ 1.2\ \ \ \ 1.3})$
25	(3.1 2.1 1.2 0.3)	×	$(3.0\ \ 2.1\ \ \underline{1.2\ \ \ \ 1.3})$
13	(3.0 2.1 1.1 0.3)	×	$(3.0\ \ \underline{1.1\ \ 1.2}\ \ \ \ 0.3)$

14	(3.0 2.1 1.2 0.2)	×	$(\underline{2.0\ \ 2.1}\ \ 1.2\ \ \ \ 0.3)$
28	(3.1 2.2 1.2 0.3)	×	$(3.0\ \ \underline{2.1\ \ 2.2}\ \ \ \ 1.3)$
31	(3.2 2.2 1.2 0.2)	×	$(\underline{2.0\ \ 2.1\ \ 2.2\ \ \ \ 2.3})$
18	(3.0 2.2 1.2 0.3)	×	$(3.0\ \ \underline{2.1\ \ 2.2}\ \ \ \ 0.3)$

16	(3.0	2.1	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	1.2	0.3)
29	(3.1	2.2	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	2.2	1.3)
19	(3.0	2.2	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	2.2	0.3)
35	(3.3	2.3	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	3.2	3.3)

2. Triadic-trichotomic semiotics that is constructed by aid of the following 3 × 3 matrix:



on the basis of the general triadic-trichotomic sign relation

$SR_3 = R(M, O, I)$; $SR_3 = R(.1., .2., .3.)$;
$SR_3 = ((M \Rightarrow O) \Rightarrow I)$; $SR_3 = ((.1. \Rightarrow .2.) \Rightarrow .3.)$

with the trichotomic semiotic inclusion order

(3.a 2.b 1.c) with a, b, c $\in$ {.1., .2., .3.} und $a \leq b \leq c$

has the following 10 triadic-trichotomic sign classes and their dual reality thematics:

1	(3.1	2.1	1.1)	×	(1.1	1.2	1.3)
2	(3.1	2.1	1.2)	×	(2.1	1.2	1.3)
3	(3.1	2.1	1.3)	×	(3.1	1.2	1.3)
4	(3.1	2.2	1.2)	×	(2.1	2.2	1.3)
5	(3.1	2.2	1.3)	×	(3.1	2.2	1.3)
6	(3.1	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	1.3)
7	(3.2	2.2	1.2)	×	(2.1	2.2	2.3)
8	(3.2	2.2	1.3)	×	(3.1	2.2	2.3)
9	(3.2	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	2.3)
10	(3.3	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	3.3)

The 10 representation systems can be ordered into the following system of **3 Trichotomic Triads** (Walther 1981, 1982):

1	(3.1	2.1	1.1)	×	(1.1	1.2	1.3)
2	(3.1	2.1	1.2)	×	(2.1	1.2	1.3)
3	(3.1	2.1	1.3)	×	(3.1	1.2	1.3)
4	(3.1	2.2	1.2)	×	(2.1	2.2	1.3)
7	(3.2	2.2	1.2)	×	(2.1	2.2	2.3)
8	(3.2	2.2	1.3)	×	(3.1	2.2	2.3)
6	(3.1	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	1.3)
9	(3.2	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	2.3)
10	(3.3	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	3.3)

Here, the dual-invariant sign class (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3), the determinant of the triadic-trichotomic matrix, determines the system of the Trichotomic Triads. In the 2 systems of the 35 tetradic sign classes, the dual-invariant sign class (3.0 2.1 1.2 0.3) × (3.0 2.1 1.2 0.3), the determinant of the tetradic-tetratomic matrix, determines the 2 systems of the Tetratomic Tetrads. While (3.1 2.2 1.3) has the following three types of thematizations and thus structural realities:

$$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ \underline{2.1}\ \underline{1.3}) \rightarrow \begin{cases} (3.1,\ 2.1)\text{-them. } (1.3) \\ (3.1,\ 1.3)\text{-them. } (2.2) \\ (2.2,\ 1.3)\text{-them. } (3.1), \end{cases}$$

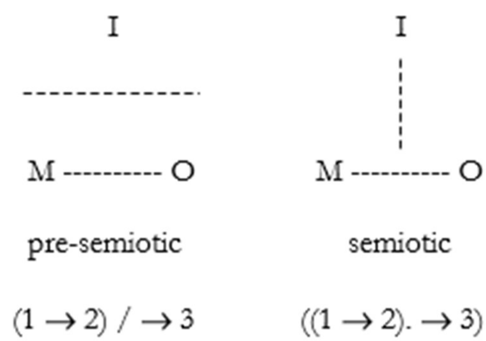
the sign class (3.0 2.1 1.2 0.3) has 10 types of thematizations and structural realities (thematized realities are underlined):

$$\begin{aligned}(3.0\ 2.1\ 1.2\ 0.3) \times (\underline{3.0}\ \underline{2.1}\ \underline{1.2}\ 0.3) \quad \rightarrow\ & (\underline{3.0\quad 2.1\quad 1.2}\quad 0.3) \\ & (\underline{3.0\quad 2.1}\quad 1.2\quad 0.3) \\ & (\underline{3.0}\quad 2.1\quad 1.2\quad 0.3) \\ & (3.0\quad \underline{2.1\quad 1.2\quad 0.3}) \\ & (3.0\quad 2.1\quad \underline{1.2\quad 0.3}) \\ & (3.0\quad 2.1\quad 1.2\quad \underline{0.3}) \\ & (\underline{3.0}\quad 2.1\quad 1.2\quad \underline{0.3}) \\ & (3.0\quad \underline{2.1\quad 1.2}\quad 0.3) \\ & (3.0\quad \underline{2.1}\quad 1.2\quad 0.3) \\ & (3.0\quad 2.1\quad \underline{1.2}\quad 0.3)\end{aligned}$$

Thus, from their structural realities and from their possibilities to be ordered into a system of n-atomic n-ads, SR_3 is **not** a part of SR_4, since SR_4 has quite different n-adic n-atomic and thematization structures than SR_3.

3. Ditterich (1990, pp. 29, 81) has defined the dyadic sign relation of de Saussure, which he calls „pre-semiotic", by aid of the semiotic matrix as a sub-relation of the triadic-trichotomic Peircean sign relation SR_3:

	.1	.2	.3
3.	3.1	3.2	3.3
2.	2.1	2.2	2.3
1.	1.1	1.2	1.3



If we write the dyadic sign relation as SR_2, then we have according to Ditterich:

If we write the dyadic sign relation as SR_2, then we have according to Ditterich:

$SR_2 \subset SR_3$,

However, it is not clear, if this inclusion holds beyond the pure quantitative point of view. In the triadic sign model, the third category, the interpretant or the thirdness, alone guarantees that the triadic sign is a "mediating function between World and Consiousness" (Bense 1975, p. 16; 1976, p. 91; Toth 2008b). Thus, if the interpretant relation falls off, the sign cannot mediate anymore between the dyadic rest-function and the consciousness of the interpreter. Therefore, the interpretant relation which embeds the dyadic relation ($M \Rightarrow O$) into the triadic relation (($M \Rightarrow O$) $\Rightarrow$ I) crosses the contexture of the denomination function ($M \Rightarrow O$) that belongs to the "world" and adds to it the designation function ($O \Rightarrow I$) that belongs to the "consciousness". Hence, already the triadic sign relation involves two logical contextures, world and consciousness, or object and subject that are bridged in the triadic sign relation. From that it follows, that Ditterich's inclusion relation does not hold from the qualitative point of view (cf. also Toth 1991), so that we have

$SR_2 \not\subset SR_3$.

4. In Toth (2008c), I have introduced the tetradic-trichotomic pre-semiotic sign relation

PSR = (0., .1., .2., .3.); $SR_{4,3}$ (3.a 2.b 1.c 0.d)

with the corresponding trichotomic inclusion order

($a \leq b \leq c$),

whose corresponding semiotic structure is thus 4-adic, but 3-ary, since in Zr_k, the categorial number $k \neq 0$ (Bense 1975, p. 65), and therefore the pre-semiotic matrix is "defective" from the viewpoint of a quadratic matrix of Cartesian products over (.0., .1., .2., .3.):

	.1	.2	.3
0.	0.1	0.2	0.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

From this semiotic matrix, we can construct the following 15 tetradic-trichotomic sign classes and their dual reality thematics:

1 $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.1) \times (\underline{1.0\ 1.1\ 1.2\ 1.3})$

2 $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.2) \times (2.0\ \underline{1.1\ 1.2\ 1.3})$

3 $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.3) \times (3.0\ \underline{1.1\ 1.2\ 1.3})$

4 $(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.2) \times (\underline{2.0\ 2.1}\ \underline{1.2\ 1.3})$

5 $(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.3) \times (3.0\ 2.1\ \underline{1.2\ 1.3})$

6 $(3.1\ 2.1\ 1.3\ 0.3) \times (\underline{3.0\ 3.1}\ \underline{1.2\ 1.3})$

7 $(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.2) \times (\underline{2.0\ 2.1\ 2.2}\ 1.3)$

8 $(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.3) \times (3.0\ \underline{2.1\ 2.2}\ 1.3)$

9 $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3) \times (\underline{3.0\ 3.1}\ 2.2\ 1.3)$

10 $(3.1\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \times (\underline{3.0\ 3.1\ 3.2}\ 1.3)$

11 $(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.2) \times (\underline{2.0\ 2.1\ 2.2\ 2.3})$

12 $(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.3) \times (3.0\ \underline{2.1\ 2.2\ 2.3})$

13 $(3.2\ 2.2\ 1.3\ 0.3) \times (\underline{3.0\ 3.1}\ \underline{2.2\ 2.3})$

14 $(3.2\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \times (\underline{3.0\ 3.1\ 3.2}\ 2.3)$

15 $(3.3\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \times (\underline{3.0\ 3.1\ 3.2\ 3.3})$,

whose number corresponds to the 15 trito-numbers of the polycontextural contexture T_4 (cf. Kronthaler 1986, p. 34), which underlines the fact that these 15 pre-semiotic sign classes are both quantitative and qualitative sign classes, because the integration of the zeroness into the triadic sign relation bridges the polycontextural border between the ontological space of objects and the semiotic space of signs (cf. Bense 1975, p. 65; Toth 2003).

Moreover, we notice that $SR_{4,3}$, unlike the systems SR_3 and SR_4, does not have a dual-identical sign class. On the other side, $SR_{4,3}$ displays, in the system of its dual reality thematics, semiotic structures that do neither occur in SR_3 nor in SR_4. Finally, in $SR_{4,3}$, we do not get any type of n-atomic n-ads, but the following system of **3 tetradic pentatomies** to which the 15 pre-semiotic sign classes can be ordered:

1 $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.1) \times (\underline{1.0\ 1.1\ 1.2\ 1.3})$

2 $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.2) \times (2.0\ \underline{1.1\ 1.2\ 1.3})$

4 $(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.2) \times (\underline{2.0\ 2.1}\ \underline{1.2\ 1.3})$

7 $(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.2) \times (\underline{2.0\ 2.1\ 2.2}\ 1.3)$

5 $(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.3) \times (3.0\ 2.1\ \underline{1.2\ 1.3})$

11 $(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.2) \times (\underline{2.0\ 2.1\ 2.2\ 2.3})$

3 $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.3) \times (3.0\ \underline{1.1\ 1.2\ 1.3})$

6 $(3.1\ 2.1\ 1.3\ 0.3) \times (\underline{3.0\ 3.1}\ \underline{1.2\ 1.3})$

10 $(3.1\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \times (\underline{3.0\ 3.1\ 3.2}\ 1.3)$

9 $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3) \times (\underline{3.0\ 3.1}\ 2.2\ 1.3)$

14 (3.3 2.3 1.3 0.3) × (<u>3.0 3.1 3.2 3.3</u>)

12 (3.2 2.2 1.2 0.3) × (3.0 <u>2.1 2.2 2.3</u>)

13 (3.2 2.2 1.3 0.3) × (<u>3.0 3.1</u> <u>2.2 2.3</u>)

14 (3.2 2.3 1.3 0.3) × (<u>3.0 3.1 3.2</u> 2.3)

8 (3.1 2.2 1.2 0.3) × (3.0 <u>2.1 2.2</u> 1.3)

5. As it was shown in Toth (2008c, d),

$SR_{4,3} \not\subset SR_4$,

since the category of zeroness appears only as tetradic, not as trichotomic semiotic value. Moreover, since zeroness (0.) or qualitiy (Q) localizes SR_3 in the ontological space (Bense 1975, p. 65), we also have

$SR_3 \not\subset SR_{4,3}$,

so that, by transitivity,

$SR_3 \not\subset SR_{4,3} \not\subset SR_4$,

and since we found above that

$SR_2 \not\subset SR_3$,

we finally obtain

$SR_2 \not\subset SR_3 \not\subset SR_{4,3} \not\subset SR_4$,

which means that the dyadic Saussurean sign relation is not a sub-relation of the triadic-trichotomic Peircean sign relation, the Peircean sign relation is not a sub-relation of the tetradic-trichotomic) pre-semiotic sign relation, and the latter is not a sub-relation of the tetradic-tetratomic sign relation, either!

However, it is true, from an exclusively quantitative standpoint, that we can visualize an "inclusion" relation between the four sign relations in the following semiotic matrix:

	.0	.1	.2	.3
0.	0.0	0.1	0.2	0.3
1.	1.0	1.1	1.2	1.3
2.	2.0	2.1	2.2	2.3
3.	3.0	3.1	3.2	3.3,

but in doing so, we ultimately "monocontexturalize" all higher semiotic relations down to the dyadic Saussurean "sign relation", which is not even a sign relation, but a dyadic sub-relation, namely the denomination relation of the complete triadic sign relation. Since the Saussurean sign relation corresponds exactly to the semiotic status of numbers in monocontextural mathematics, the following two systems of monocontexturalization of the four sign relations:

(I) $SR_4 \rightarrow SR_3 \rightarrow SR_2$

(II) $SR_{4,3} \rightarrow SR_3 \rightarrow SR_2$

correspond to the reversal of fiberings from the system of Peano numbers into the system of polycontextural numbers (cf. Kronthaler 1986, pp. 93 s.). However, in semiotics, we have two different levels of semiotic monocontexturalization: In (I), the monocontexturalization goes strictly over the abolishment of categories, in $SR_3 \rightarrow SR_2$, the abolisment of the category of thirdness breaks down the "bridge" between world and consciousness or object and subject and turns the triadic sign relation into an "unsaturated" or "partial" sub-sign relation (Bense 1975, p. 44). Such a "sign relation" is thus beneath the recognition of a polycontextural border between sign and object, and this "sign relation" therefore cannot mediate between them. In (II), the monocontexturalization $SR_{4,3} \rightarrow SR_3$ abolishes the quality of zeroness and thus the qualitative embedding of SR_3; with the loss of this strictly qualitative category, the sign relation cannot mediate anymore between the levels of keno- and morphogrammatics on the one side, and semiotics on the other side, thus the polycontextural border between semiotic and ontological space (Bense 1975, p. 65) is abolished.

Bibliography

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, pp. 282-302

Toth, Alfred, Bemerkungen zum Saussureschen Arbitraritätsgesetz und Zeichenmodell. In: Semiosis 63/64, 1991, pp. 43-62. Reprinted in: Eckhardt, Michael/Engell, Lorenz (eds.), Das Programm des Schönen. Weimar 2002, pp. 71-88

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, The sign as a "disjunction between world and consciousness". Ch. 23 (vol. I) (2008b)

Toth, Alfred, Tetradic sign classes from relational and categorial numbers. Ch. 41 (2008c)

Toth, Alfred, Towards a reality theory of pre-semiotics. Ch. 42 (2008d)

Walther, Elisabeth, Vorläufige Bemerkungen zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 21, 1981, pp. 29-39

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, pp. 15-20

Mehrdimensionale Zeichenklassen

1. Wie in Toth (2009a) gezeigt wurde, gibt es grundsätzlich zwei Möglichkeiten, die 2-dimensionale triadische Zeichenrelation

2-ZR = (3.a 2.b 1.c)

in eine 3-dimensionale zu transformieren:

a) 3-ZR = a.(3.b) c.(2.d) e.(1.f)
b) 3-ZR = (3.a).b (2.c).d (1.e).f

Bei a) gibt es ferner die Möglichkeit, die semiotischen Dimensionszahlen a, c, e entweder mit den triadischen Hauptwerten zu identifizieren oder nicht. Je nachdem ist also eine Zeichenrelation der Gestalt

(3.3.1 2.2.1 1.1.3)

mehrdeutig: Es kann sich handeln

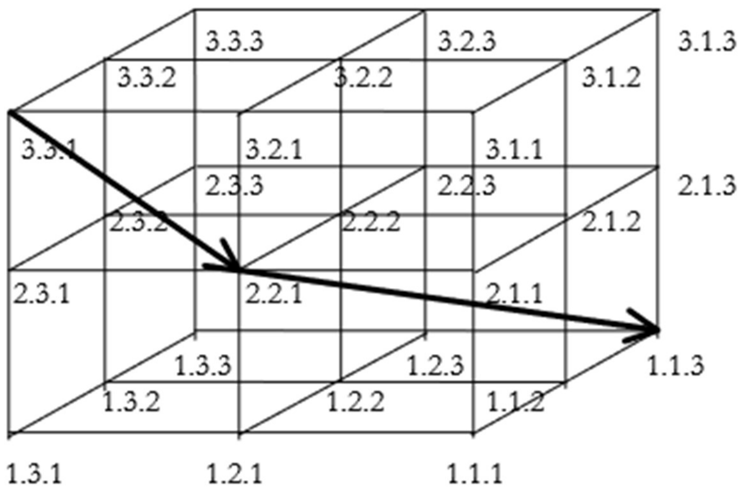
c) um eine 3-dimensionale Erweiterung der 2-dimensionalen Zeichenrelation (3.3 2.2 1.1):

$(\underline{3.3}.1\ \underline{2.2}.1\ \underline{1.1}.3)$

d) um die 3-dimensionale Erweiterung der 2-dimensionalen Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3):

(3.<u>3.1</u> 2.<u>2.1</u> 1.<u>1.3</u>)

Im letzteren Falle liegt nun aber etwas vor, was bei 2-dimensionalen Zeichenklassen nie auftritt, nämlich eine mehrdimensionale Zeichenklasse:



2. Wenn wir uns die homogenen 2-dimensionalen Zeichenklassen

(3.1 2.1 1.1)
(3.2 2.2 1.2)
(3.3 2.3 1.3)

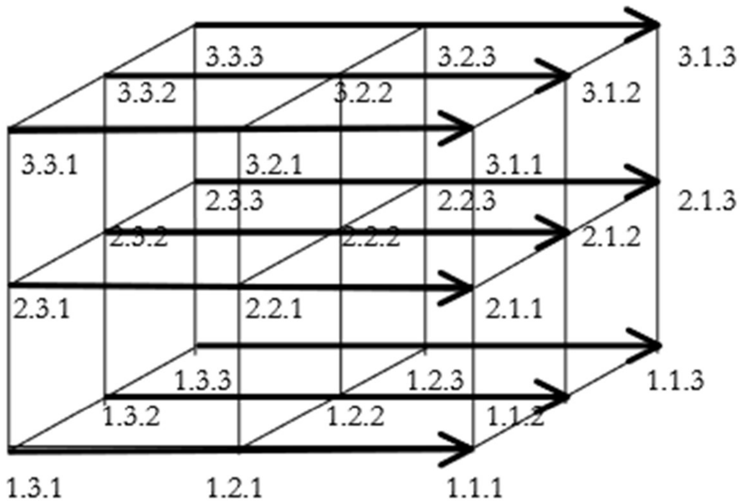
anschauen, dann können diese

1. entweder alle in der gleichen, d.h. in der 1., 2. oder 3. semiotischen Dimension liegen:

(1.3.1 1.2.1 1.1.1) (1.3.2 1.2.2 1.1.2) (1.3.3 1.2.3 1.1.3)

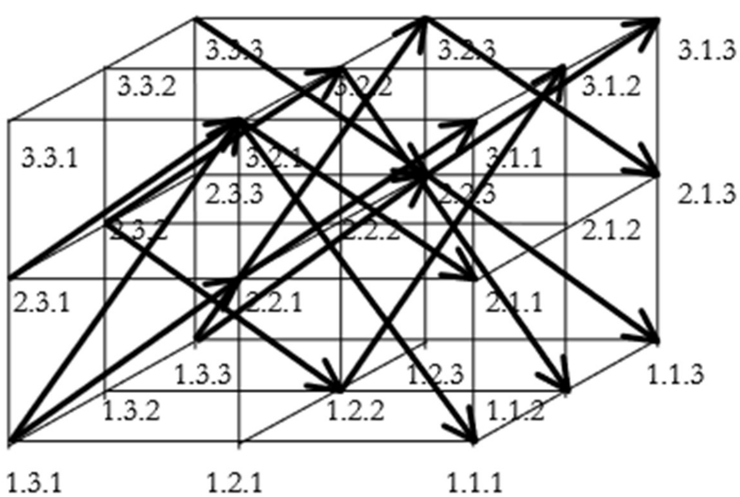
(2.3.1 2.2.1 2.1.1) (2.3.2 2.2.2 2.1.2) (2.3.3 2.2.3 2.1.3)

(3.3.1 3.2.1 3.1.1) (3.3.2 3.2.2 3.1.2) (3.3.3 3.2.3 3.1.3)

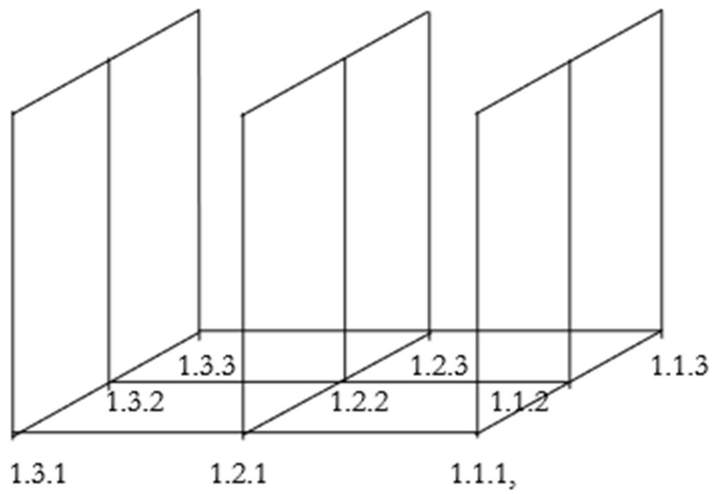


oder je in verschiedenen Dimensionen liegen, z.B.:

(1.3.1 2.2.1 3.1.1) (2.3.2 1.2.2 3.1.2) (1.3.3 3.2.3 2.1.3)
(1.3.1 3.2.1 2.1.1) (2.3.2 3.2.2 1.1.2) (1.3.3 2.2.3 3.1.3)
(2.3.1 3.2.1 1.1.1) (2.3.2 1.2.2 3.1.2) (3.3.3 2.2.3 1.1.3)



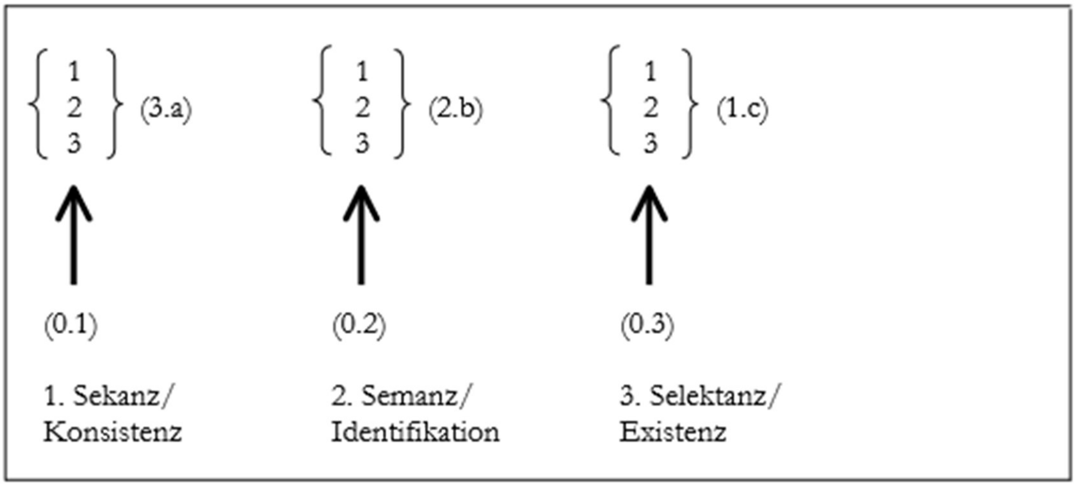
Da die Basis des Zeichenkubus ja nichts anderes als die semiotische Matrix ist,



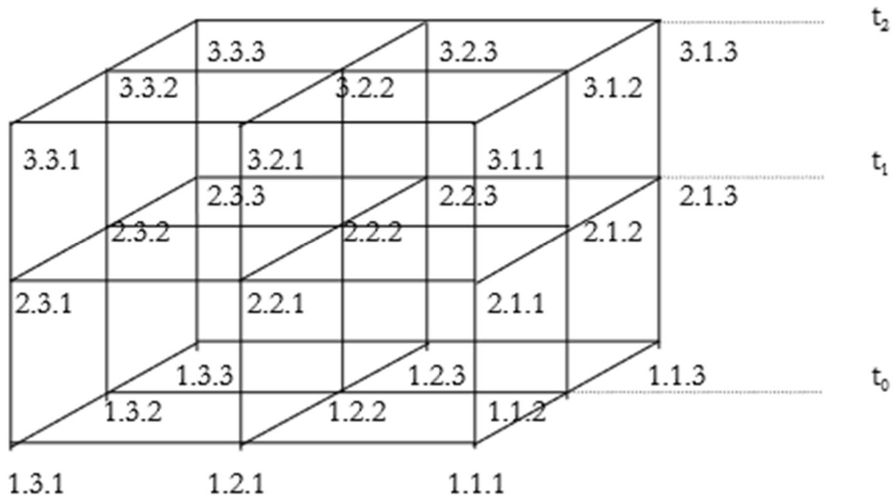
welche hier als Zeichenfläche auf 3 Dimensionen hochprojiziert wird (Stiebing 1978, S. 77), kann man also JEDE Zeichenklasse (und Realitätsthematik) auf EINER Dimension darstellen, so dass die oben anhand der homogenen Zeichenklassen gezeigten Fälle und ihre Kombinaationen für sämtliche 10 2-dimensionalen semiotischen Dualsysteme gültig sind.

3. In einem weiteren Schritt kann man sich fragen, wie die semiotischen Dimensionen bzw. die konkreten semiotischen Dimensionszahlen repräsentationstheoretisch zu interpretieren sind.

3.1. Ein Vorschlag, der bereits in Toth (2009b) gemacht wurde, besteht darin, die 3-dimensionale Semiotik als räumliche Projektion der 2-dimensionalen Präsemiotik (vgl. Toth 2008b) zu interpretieren, und zwar dahingehend, dass die Dimensionszahlen die präsemiotischen trichotomischen Werte kategorial mitführen (vgl. Bense 1975, S. 45 f.; Bense 1979, S. 43, 45; Toth 2008a, S. 166 ff):



3.2. Ein anderer Vorschlag nimmt die in Toth (2008b, Bd. 1, S. 57 ff.) vorgeschlagene Möglichkeit auf, die statischen Subzeichen in dynamischen Semiosen mit Zeitindizes zu versehen, da die Setzung eines Mittels (M) für ein Objekt (O) durch einen Interpretanten (I) ja Realzeit beansprucht,. so dass die Semiose (M ⇒ O. ⇒ I) zwischen einer Anfangszeit t_0 (thetische Einführung des Mittels) t_1 (Bezeichnung eines Objektes durch ein Mittel) und t_2 (Etablierung eines Bedeutungskonnexes über der Bezeichnungsfunktion eines Mittels) stattfindet. Im 3-dimensionalen Zeichenkubus-Modell könnte man damit die semiotischen Dimensionen mit den relativen Zeitaspekten “zuerst”, “dazwischen” und “zuletzt” indizieren:



mitsamt den Möglichkeiten der Bildung semiotischer Zeitdifferenzen (Δ(ti, tj)), i, j $\in$ {0, 1, 2}.

Z.B. könnte man hiermit die Permutationen der semiotischen Dimensionszahlen in den obigen 3-dimensionalen Zeichenklassen wie folgt interpretieren:

a. ($1.\underline{3.1}$ $2.\underline{2.1}$ $3.\underline{1.1}$)	d. ($2.\underline{3.2}$ $1.\underline{2.2}$ $3.\underline{1.2}$)	g. ($1.\underline{3.3}$ $3.\underline{2.3}$ $2.\underline{1.3}$)
b. ($1.\underline{3.1}$ $3.\underline{2.1}$ $2.\underline{1.1}$)	e. ($2.\underline{3.2}$ $3.\underline{2.2}$ $1.\underline{1.2}$)	h. ($1.\underline{3.3}$ $2.\underline{2.3}$ $3.\underline{1.3}$)
c. ($2.\underline{3.1}$ $3.\underline{2.1}$ $1.\underline{1.1}$)	f. ($2.\underline{3.2}$ $1.\underline{2.2}$ $3.\underline{1.2}$)	i. ($3.\underline{3.3}$ $2.\underline{2.3}$ $1.\underline{1.3}$)

a.: Umkehrung des semiotischen Zeitpfeils der gesamten Semiose.

b.: Antizipation der Bildung des Bedeutungskonnexes vor der Bezeichnungsfunktion.

c.: Postposition der thetischen Selektion vor Bezeichnungs- und Bedeutungsfunktion.

d. Postposition der thetischen Selektion sowie Umkehrung von Selektion und Bezeichnung

e. Regulärer semiotischer Zeitpfeil der gesamten Semiose

Es fehlt also

j. (3.a.b 1.e.f 2.c.d): Inversion von Bezeichnungs- und Bedeutungsfunktion

3.3. Auf die dritte Möglichkeit der Identifikation der semiotischen Dimensionszahlen mit den drei universalen linguistischen Referenzsubjekten bzw. -objekten der sprechenden, der angesprochenen und der besprochenen Person wird hier nur beiläufig hingewiesen, da diese Probleme, allerdings mit Hilfe der Permutationen der 2-dimensionalen Zeichenklassen, bereits in Toth (2008b, Bd. 1, S. 40 ff.) behandelt wurden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Strukturen und Prozesse. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Die Semiose dreidimensionaler Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2008a

Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Kategorielle Verschachtelung in der erweiterten Semiotik

1. Wie in Toth (2009) gezeigt wurde, kann man auf der Basis der von Bense (1975, S. 100 ff.) eingeführten semiotischen Grossen Matrix auf zwei prinzipiell verschiedene Arten Zeichenklassen aus Paaren von dyadischen Subzeichen bilden:

1. Zkl^{erw} = ((3.a 3.b) (2.c 2.d) (1.e 1.f))

2. Zkl^{erw} = ((3.a b.c) (2.d e.f) (1.g h.i)) mit a, ..., $\in$ {1, 2, 3}

Bei der ersten Variante gehören als innerhalb jedes Bezugs die sekundären (determinierenden) Subzeichen der gleichen triadischen Relation an wie die primären (determinierten) Subzeichen. Bei der zweiten Variante sind nur die Bezüge der primären Zeichen bestimmt. Bei der ersten Variante kann man weiter entscheiden, ob man die semiotische Inklusionsordnung für einfache, d.h. nicht-erweiterte triadische Zeichenklassen

Zkl = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

auch auf die zu konstruierenden erweiterten Zeichenklassen überträgt. Tut man es, so erhält man, wie in Toth (2009) gezeigt wurde, 21 Zeichenklassen der Form ($a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq f$); tut man es nicht, so lassen sich $9^3 = 729$ Zeichenklassen bilden. Bei der zweiten Variante sind es 27^3 = 10'683 Zeichenklassen, wenn man als einzige Ordnung die einfache triadische Ordnung $a \leq d \leq g$ anerkennt.

2. Welche Variante man wählt, erweiterte Zeichenklassen haben eine Eigentümlichkeit, die man am besten dadurch darstellen kann, dass man sie nach dem in Toth (2008, S. 159 ff.) eingeführten Fahren als „dynamische" Kategorien auffasst. Im Gegensatz zur statischen semiotischen Kategorietheorie, in der einfach jedem Subzeichen, aufgefasst als Semiose, ein Morphismus zugeordnet wird, trägt die dynamische semiotische Kategorietheorie der Tatsache Rechnung, dass das Peircesche Zeichen eine „verschachtelte Relation über Relationen" ist (Bense 1979, S. 53, 67) ist, d.h. dass es nicht einfach eine 3-stellige Relation ist, sondern eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und eine triadischen Partialrelation, wobei die monadische in der dyadischen und beide in der triadischen Partialrelation inkludiert sind.

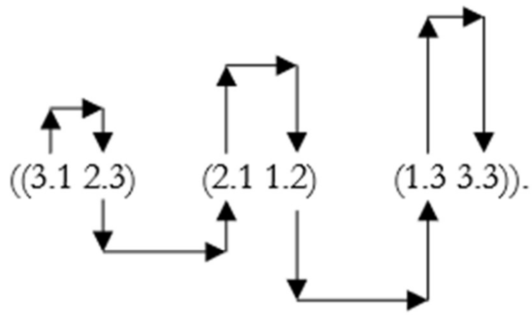
Nehmen wir als konkretes Beispiel die folgende Zeichenklasse:

$Zkl^{erw} = ((3.1\ 2.3)\ (2.1\ 1.2)\ (1.3\ 3.3))$,

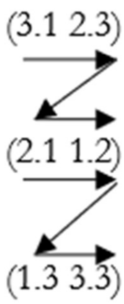
d.h. eine erweiterte Zeichenklasse vom Typ 2 mit der Inklusionsordnung ($a \leq d \leq g$). Dann können wir diese Zeichenklasse wie folgt in semiotisch-kategorietheoretischer Notation schreiben:

$Zkl^{erw} = [[\beta°, \beta\alpha], [id2, \alpha°\beta°], [\alpha°, \alpha], [id1, \beta], [\beta\alpha, id3]]$

Wir haben also folgende Verschachtelungen vorgenommen:



Wenn wir die drei Dyaden-Paare untereinander schreiben, sieht das so aus:



3. Wenn wir nun mit dieser kategoriellen Verschachtelung fortfahren, erhalten wir auf der nächsten Stufe:

$[[\beta^\circ, id2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [id2, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id1], [\alpha, \beta], [id1, \beta\alpha], [\beta, id3]$

Auf einer dritten Stufe:

$[[\beta^\circ, \beta\alpha], [id2, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, id2], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ], [id2, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ], [\alpha, id1], [\alpha^\circ, \alpha], [id1, \beta], [\alpha, id1], [\beta, \beta\alpha], [id1, \beta], [\beta\alpha, id3]]$

Und auf einer vierten Stufe:

$[[\beta^\circ, id2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [id2, \beta\alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [id2, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [id2, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id1], [\alpha, \alpha^\circ], [id1, \alpha],$

$[\alpha^\circ, id1], [\alpha, \beta], [id1, \alpha], [\beta, id1], [\alpha, \beta], [id1, \beta\alpha], [\beta, id1], [\beta\alpha, \beta], [id1, \beta\alpha], [\beta, id3]]$

Nun vergleichen wir die geraden und die ungeraden Stufen untereinander:

n = 1 und n = 3:

$[[\beta^\circ, \beta\alpha], [id2, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha], [id1, \beta], [\beta\alpha, id3]]$

$[[\beta^\circ, \beta\alpha], [id2, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, id2], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ], [id2, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ], [\alpha, id1], [\alpha^\circ, \alpha],$

$[id1, \beta], [\alpha, id1], [\beta, \beta\alpha], [id1, \beta], [\beta\alpha, id3]]$

n = 2 und n = 4:

$[[\beta^\circ, id2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [id2, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id1], [\alpha, \beta], [id1, \beta\alpha], [\beta, id3]]$

$[[\beta^\circ, id2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [id2, \beta\alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [id2, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ],$

$[id2, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id1], [\alpha, \alpha^\circ], [id1, \alpha], [\alpha^\circ, id1], [\alpha, \beta],$

$[id1, \alpha], [\beta, id1], [\alpha, \beta], [id1, \beta\alpha], [\beta, id1], [\beta\alpha, \beta], [id1, \beta\alpha], [\beta, id3]]$

Wir sehen also, dass die verschachtelten kategoriellen Strukturen einer Stufe n Teilmengen der iterierten verschachtelten kategoriellen Strukturen einer Stufe (n+1) sind, und zwar gesondern für gerades und für ungerades n.

4. Eine weitere Besonderheiten – neben der Teilmengenbeziehungen zwischen je zwei geraden oder ungeraden Stufen – findet man in einer Art von Slots, die man auf der jeweils vorangehenden Stufe einer geraden oder ungeraden Stufe (d.h. also allgemein n ← (n+2)) postulieren kann, und zwar hat die Stufe n gegenüber der nächsten Stufe (n+2) immer 3 Slots oder „kategoriale Spuren“, wobei die ersten zwei Morphismen sowohl im geraden wie im ungeraden Fall ausgenommen sind:

$(n = 2) \rightarrow (n = 4)$:

(n = 2) → (n = 4):

[[β°, id2], [βα, α°β°], —, — , — , [id2, α°], — , — , — , [α°β°, α], — , — , — , [α°, id1], — , — , — , [α, β], — , — , — , [id1, βα], — , — , — , [β, id3]

$$\downarrow$$

[[β°, id2], [βα, α°β°], [id2, βα], [α°β°, id2], [βα, α°β°], [id2, α°], [α°β°, id2], [α°, α°β°], [id2, α°], [α°β°, α], [α°, α°β°], [α, α°], [α°β°, α], [α°, id1], [α, α°], [id1, α], [α°, id1], [α, β], [id1, α], [β, id1], [α, β], [id1, βα], [β, id1], [βα, β], [id1, βα], [β, id3]]

(n = 1) → (n = 3):

[[β°, βα], [id2, α°β°], — , — , — , [α°, α], — , — , — , [id1, β], —, —, —, βα, id3]]

$$\downarrow$$

[[β°, βα], [id2, α°β°], [βα, id2], [α°β°, α°], [id2, α°β°], [α°, α], [α°β°, α°], [α, id1], [α°, α], [id1, β], [α, id1], [β, βα], [id1, β], [βα, id3]]

Schliesslich und endlich finden wir als dritte bemerkenswerte Eigenschaft, dass die Anzahl der Morphismen pro verschachtelter kategorieller Struktur eine einzigartige Zahlenfolge generiert, deren Anfang wie folgt ausschaut:

Stufe	Anzahl Morphismen
n = 1	5
n = 2	8
n = 3	14

$n = 4$ 26

Was das alles zu bedeuten hat, muss späteren Arbeiten überlassen werden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die erweiterte Semiotik auf der Basis der Grossen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Die Interaktionstypen beider thetischer Setzungen

1. Nach der Theoretischen Semiotik wird ein künstliches Zeichen thetisch eingeführt. In Übereinstimmung mit Bense (1975, S. 45 f.) bedeutet das, dass zwischen dem Objekt und dem Zeichen die folgenden zwei Stufen von Abbildungen anzunehmen sind:

$O° \rightarrow M°$

$M° \rightarrow M^r$

d.h. also die Abbildung des kategorialen Objekts auf ein disponibles Mittel und die Abbildung eines disponiblen Mittels auf ein relationales Mittel. Das Ergebnis ist die künstliche Zeichenrelation, die durch eine kontexturale Grenze von ihrem Objekt getrennt ist:

$ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c) \parallel \quad (O°)$

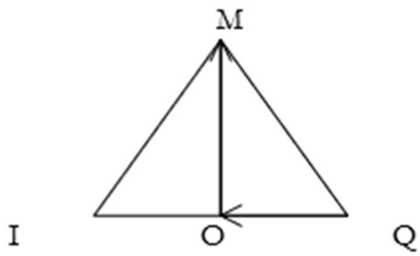
2. Nach Gätschenberger (1977, S. 34) wird bei der Interpretation natürlicher Zeichen der Gegenstand dieser natürlichen Zeichen thetisch gesetzt. Das bedeutet, dass hier die natürliche Zeichenrelation durch keine kontexturale Grenze von ihrem Objekt getrennt ist:

$ZR+ = (3.a\ 2.b\ 1.c\ 0.d) \nparallel \quad (O°)$

3. Die Interaktion der beiden thetischen Setzungen ist also wie folgt

ZR+ = (3.a 2.b 1.c 0.d)   (O°)

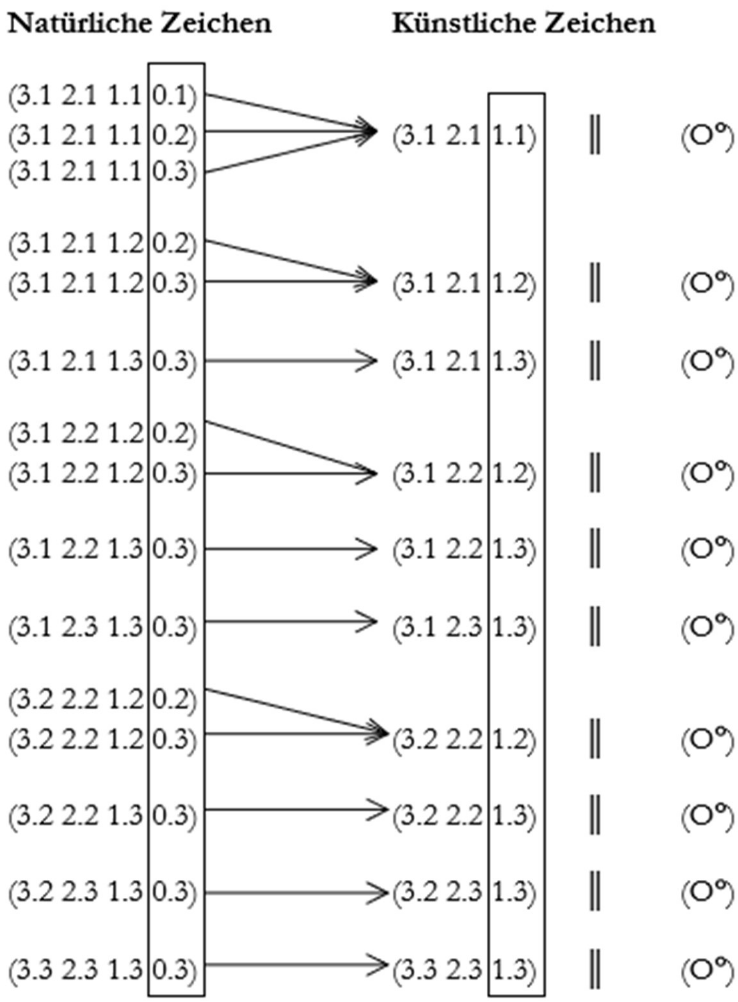
bzw. in einem in Toth (2008) eingeführten tetradischen Zeichenmodell



4. Daraus folgen die beiden bereits in Toth (2009a, b) genannten semiotischen Theoreme:

1. Semiotisches Theorem (thetische Setzung des Zeichens): Thetische Setzung des Zeichens ist nichts anderes als die Entfernung der topologischen Faserung der natürlichen Zeichenklassen.

2. Semiotisches Theorem (thetische Setzung eines Objekts: Thetische Setzung eines Objektes ist nicht anderes als die topologische Faserung der künstlichen Zeichenklassen.



Bei den natürlichen Zeichen links haben wir also die durch den Interpretationsakt thetisch gesetzten Objekte als kategoriale Objekte eingebettet in die Zeichenrelationen. Bei den künstlichen Zeichen rechts haben wir dagegen die aus kategorialen Objekten O° via M° zu M^r transformierten Meta-Objekte, also Mittel, in den Zeichenrelationen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Gätschenberger, Richard, Zeichen, die Fundamente des Wissens. Stuttgart 1977

Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer objektiven Semiotik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Thetische Setzung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die thetische Setzung des Gegenstands natürlicher Zeichen.In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Interaktionen zwischen tiefsten Fundierungen

1. Einer der wichtigsten Begriffe, die erst kürzlich in die Semiotik eingeführt worden sind, ist die Interaktion zwischen Subzeichen, Zeichenklassen, Realitätsthematiken, allgemein zwischen Zeichenrelationen (vgl. Kaehr 2009). In der klassischen Peirce-Bense-Semiotik beschränkte man sich auf die Erforschung der statischen Zeichenzusammenhänge (vgl. Toth 1993, S. 135-175), und auch wo von dynamischen Zusammenhängen (Semiosen, Morphismen) die Rede war, da wurde doch zumeist von der triadischen Zeichenrelation als "kleinstem" Zeichengebilde ausgegangen.

2. Nun hatte ich aber in meinem Aufsatz "Über tiefste semiotische Fundierungen" (Toth 2009), dessen Titel bewusst einer Kapitelüberschrift Benses (1986, S. 64 ff.) nachgebildet war, darauf hingewiesen, dass nach Bense (1986, S. 64) innerhalb der triadischen Zeichenrelation der Interpretant eine "kontextlich objekt-präsentierende" Funktion ist. Das bedeutet also, dass das Objekt, welches durch das Zeichen bezeichnet wird, als "relativer Objektbezug" (Bense 1986, S. 64) nicht nur interpretiert und damit repräsentiert, sondern auch präsentiert wird. Diese ganz erstaunliche späte Formulierung Benses widerspricht denn auch im Grunde der semiotischen Basistheorie, stellt aber eine Annäherung an ihre polykontexturale Interpretation durch Ditterich (1990) dar. Formal bedeutet Benses Feststellung der Objekt-präsentierenden Funktion des repräsentierenden Interpretanten, dass wir nicht von dem folgenden Modell

$(2.b) \leftarrow (3.a)$.

auszugehen haben, sondern von einem Modell, das etwa wie folgt aussieht:

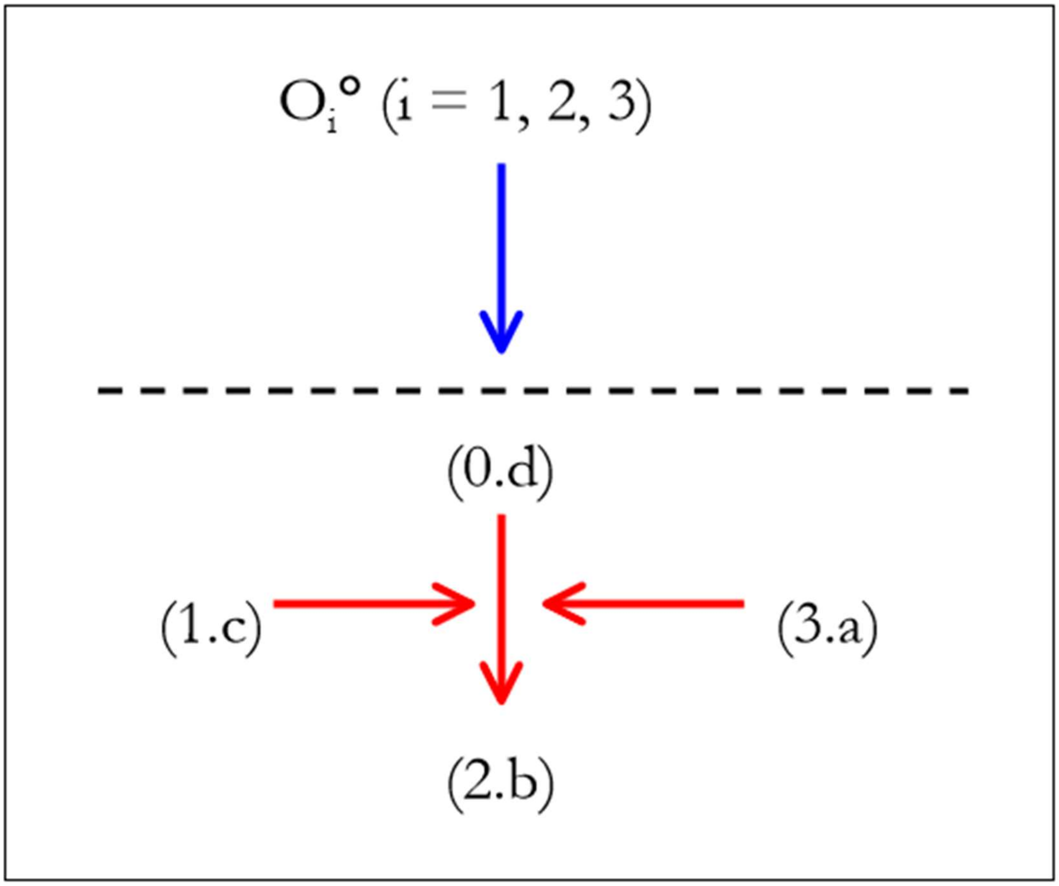
$$\begin{array}{ll} (0.d) & \\ \downarrow & \leftarrow (3.a). \\ (2.b) & \end{array}$$

Präsentation setzt immer ein Objekt voraus; Repräsentation ist dagegen immer an Zeichen gebunden. Auch wenn Bense hier nichts weiteres sagt, so bezieht er sich wohl auf zwei Kapitel seines früheren Buches "Semiotische Prozesse und Systems" (1975, S. 45 f., 65 ff.), wo er ausdrücklich zwei präsemiotische Ebenen zwischem dem "ontologischen" und dem "semiotischen Raum" sowie eine Kategorie der "Nullheit" eingeführt hatte, die später teilweise in der Semiotik aufgegriffen wurde.

Zusammen mit dem repertoiriellen Mittel bekommen wir dann aber ein tetradisches Zeichenmodell, das in Toth (2009) wie folgt skizziert wurde:

$$\begin{array}{lll} & (0.d) & \\ (1.c) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.a). \\ & (2.b) & \end{array}$$

bzw. ein elementares Modell der Zeichengenese (Semiose), das wie folgt gegeben werden kann:



Wenn wir vom Kontexturübertritt zwischen dem disponiblen Objekt ($O_i°$) und dem tetradischen 4-kontexturalen Zeichenmodell absehen, können also 4 Kategorien in diesem Zeichenmodell miteinander interagieren:

(0.d) ↔ (1.c)		
(0.d) ↔ (2.b)	(1.c) ↔ (2.b)	
(0.d) ↔ (3.a)	(1.c) ↔ (3.a)	(2.b) ↔ (3.a)

Wir haben also 6 Interaktionen zwischen den Fundamentalkategorien eines tetradischen Zeichenschemas.

Wenn wir zwei Zeichenschemata i, j nehmen, ergeben sich die folgenden 10 Interaktionen (oder “Interplays”?):

$(0.d)_i \leftrightarrow (0.d)_j$

$(0.d)_i \leftrightarrow (1.c_j$ $\quad (1.c)_i \leftrightarrow (1.c)_j$

$(0.d_i \leftrightarrow (2.b)_j$ $\quad (1.c)_i \leftrightarrow (2.b)_j$ $\quad (2.b)_i \leftrightarrow (2.b)_j$

$(0.d)_i \leftrightarrow (3.a)_j$ $\quad (1.c)_i \leftrightarrow (3.a_j)$ $\quad (2.b)_i \leftrightarrow (3.a)_j$ $\quad (3.a)_i \leftrightarrow (3.a)_j$

Diese können mit Hilfe der dynamischen semiotischen Kategorien mühelos berechnet werden (vgl. Toth 2008, S. 159 ff.)

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierung. Klagenurt 1990

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2009)

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Mitführung in der Präsemiotik

1. Max Bense bemerkte, dass “Selektion und Mitführung “einander ausschliessende, aber auch einander ergänzende und damit also komplementäre Phasen der Semiose und Retrosemiose und primär an die Repertoire-Eigenschaft der ‘Erstheit’ gebunden” seien (1979, S. 47 f.). Dabei versteht Bense unter “Mitführung”, “dass das ‘Präsentamen’ im ‘Repräsentamen’ graduell bzw. partiell erhalten bleibt” (1979, S. 43). Die semiotische Operation der Mitführung wird damit als quantitativer Prozess, und zwar der Peanoschen Nachfolgeerelation entsprechend, ausgewiesen. Dabei gelten folgende Axiome:

1. Der Präsentant ist ein Repräsentant.
2. Der Repräsentant eines Repräsentanten ist ein Repräsentant.
3. Es gibt keine zwei Präsentanten mit dem gleichen Repräsentanten.
4. Der Präsentant ist nicht Repräsentant eines Repräsentanten (Bense 1975, S. 171).

Die semiotischen Mitführungsaxiome entsprechen also bis auf das Induktionsaxiom den Peanoschen Nachfolgeaxiomen. Allerdings setzt das Axiom 1 die Existenz der semiotischen Nullheit voraus – entsprechend dem 1. Peano-Axiom: “0 ist eine Zahl” (Bense 1979, S. 168). Der mathematischen 0 entspricht also der semiotische Präsentant, und aus Bense (1979, S. 44) erfahren wir, dass hiermit “das (repräsentierte) Objekt als solches” gemeint ist.

2. Wir kommen zum Schluss, dass die semiotische Operation der Mitführung ein tetradisches Zeichenmodell voraussetzt, das die semiotische Kategorie der

Nullheit zusätzlich zu den Peirceschen Kategorien der Erstheit, Zweitheit und Drittheit einschliesst. Da in Toth (2008) bereits eine zweibändige Theorie der Präsemiotik aufgebaut wurde, welche auf der tetradischen Zeichenrelation

ZR* = (3.a 2.b 1.c 0.d)

beruht, wollen wir hier ebenfalls davon ausgehen. ZR* enthält also neben der Peirceschen Zeichenrelation ZR = (3.a 2.b 1.c) zusätzlich die Kategorie der Nullheit, die ebenfalls trichotomisch untergliedert ist (a, b, c, d $\in$ {.1, .2, .3}), allerdings eben nur trichotomisch und nicht tetratomisch, so dass ZR* eine tetradisch-trichotomische Zeichenrelation mit folgender präsemiotischer Matrix ist:

$$\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Das bedeutet also, dass die dual-inversen Subzeichen-Relationen *(1.0), *(2.0), *(3.0) nicht definiert sind. Dies wiederum impliziert aber, dass allfällige Realitätsthematiken, welche auf ZR* basiert sind, anders als diejenigen, die auf ZR basiert sind, im Rahmen der tetradisch-trichotomischen Matrix **nicht definiert sind**. Auf dieses Problem müssen wir allerdings in einer gesonderten

Arbeit zurückkommen, da hier die Grundlagen der gesamten Semiotik in Frage gestellt werden.

3. Da die Mitführung die Einbettung des nullheitlichen kategorialen Objektes, d.h. des Präsentamens in die triadische repräsentamentische Peircesche Zeichenklasse impliziert, folgt auch, dass die von Bense (1975, S. 35) gegebene triadisch-trichotomische Zeichenrelation

$ZR = (M, O_M, I_M)$

in die folgende tetradisch-trichotomische Zeichenrelation transformiert werden muss:

$ZR^* = (G, M_G, O_{G,M}, I_{G,M,O})$,

wobei G die modale Schreibung für die fundamentalkategoriale Nullheit ist. Wie man sieht, entsteht dadurch also eine komplexe Mitführung, welche in den entsprechenden Indizes angedeutet ist. Wenn man die entsprechenden semiotischen Operationen ausschreibt, ergibt sich also:

G: $(0.d)$

M_G: $(1.c) \rightarrow (0.d \rightarrow 1.c)$

$O_{G,M}$: $(2.b) \rightarrow (1.c \rightarrow 2.b) = (2.b) \rightarrow ((0.d \rightarrow 1.c) \rightarrow 2.b)$

$I_{G,M,O}$: $(3.a) \rightarrow (2.b \rightarrow 3.a) = (3.a) \rightarrow (((0.d \rightarrow 1.c) \rightarrow 2.b) \rightarrow 3.a)$

Als Beispiel gehen wir aus von der präsemiotischen Zeichenklasse

(3.1 2.1 1.2 0.3),

dann erhalten wir

$$ZR^* = I_{G,M,O} = (3.1) \rightarrow (2.1 \rightarrow 3.1) = (3.1) \rightarrow (((0.3 \rightarrow 1.2) \rightarrow 2.1) \rightarrow 3.1).$$

Auf diese Weise können also sämtlich 15 möglichen präsemiotischen Zeichenklassen in Form von Mitführungs-Relationen dargestellt werden:

$(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.1) = \quad (((0.1 \rightarrow 1.1) \rightarrow 2.1) \rightarrow 3.1)$

$(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.2) = \quad (((0.2 \rightarrow 1.1) \rightarrow 2.1) \rightarrow 3.1)$

$(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.3) = \quad (((0.3 \rightarrow 1.1) \rightarrow 2.1) \rightarrow 3.1)$

$(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.2) = \quad (((0.2 \rightarrow 1.2) \rightarrow 2.1) \rightarrow 3.1)$

$(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.3) = \quad (((0.3 \rightarrow 1.2) \rightarrow 2.1) \rightarrow 3.1)$

$(3.1\ 2.1\ 1.3\ 0.3) = \quad (((0.3 \rightarrow 1.3) \rightarrow 2.1) \rightarrow 3.1)$

$(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.2) = \quad (((0.2 \rightarrow 1.2) \rightarrow 2.2) \rightarrow 3.1)$

$(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.3) = \quad (((0.3 \rightarrow 1.2) \rightarrow 2.2) \rightarrow 3.1)$

$(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3) = \quad (((0.3 \rightarrow 1.3) \rightarrow 2.2) \rightarrow 3.1)$

$(3.1\ 2.3\ 1.3\ 0.3) = \quad (((0.3 \rightarrow 1.3) \rightarrow 2.3) \rightarrow 3.1)$

$(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.2) = \quad (((0.2 \rightarrow 1.2) \rightarrow 2.2) \rightarrow 3.2)$

$(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.3) = \quad (((0.3 \rightarrow 1.2) \rightarrow 2.2) \rightarrow 3.2)$

$(3.2\ 2.2\ 1.3\ 0.3) = \quad (((0.3 \rightarrow 1.3) \rightarrow 2.2) \rightarrow 3.2)$

$(3.2\ 2.3\ 1.3\ 0.3) = \quad (((0.3 \rightarrow 1.3) \rightarrow 2.3) \rightarrow 3.2)$

$(3.3\ 2.3\ 1.3\ 0.3) = \quad (((0.3 \rightarrow 1.3) \rightarrow 2.3) \rightarrow 3.3)$

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Die pentadische Erweiterung des präsemiotischen Zeichenmodells

1. Das zuerst in Toth (2008) eingeführte präsemiotische Zeichenmodell ist das um das eingebettete kategoriale Objekt erweiterte Peirce triadische Zeichenrelation

ZR* = (3.a 2.b 1.c 0.d) mit a, b, c, d $\in$ {.1, .2, .3}

Da (d.0) nicht auftreten können, ist ZR* also tetradisch, aber triochotomisch.

Nun wurde in Toth (2009) gezeigt, dass der in Bense (1975, S. 45 f., 65 f.) dargestellte präsemiosische Prozess zwischen ontologischem und semiotischem Raum die folgenden Phasen voraussetzt:

relationales Mittel (M)

↑

disponibles Mittel (M°)

↑

kategoriales Objekt (O°)

↑

reales Objekt

D.h. zwischen realem Objekt und relationalem Mittel aus Ausgangsbasis der eigentlichen Semiose müssen nicht nur eine, sondern zwei Zwischenstufen, d.h. zusätzlich zur Stufe der kategorialen Objekte noch diejenige der dispoiblen Mittel, angenommen werden.

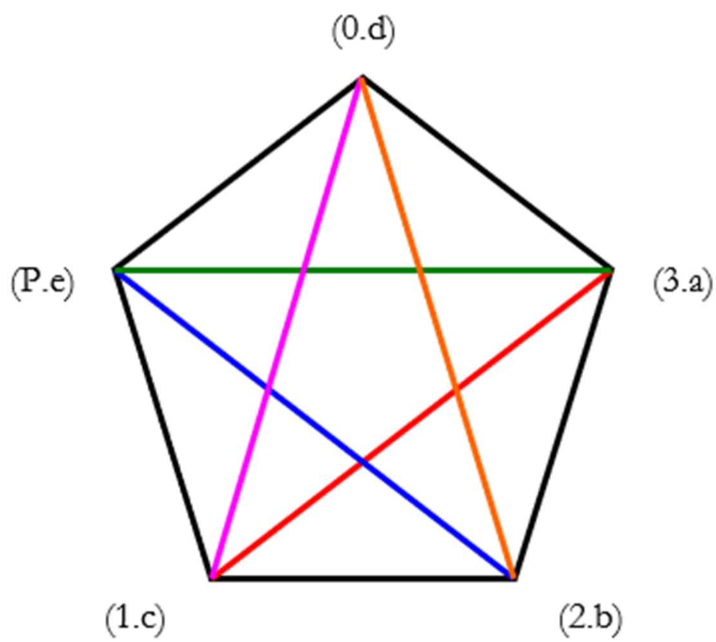
Wenn man dieser Erkenntnis Rechnung, trägt, muss aber das tetradische präsemiotische Zeichenmodell ZR* in das folgende pentadische präsemiotische Zeichenmodell ZR** umgewandelt werden:

ZR** = (3.a 2.b 1.c 0.d P.e)

Es beruht nun auf einer pentadischen, aber wieder um trichotomischen präsemiotischen Matrix:

$$\begin{pmatrix} P.1 & P.2 & P.3 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

ZR** wiederum setzt sich aus genau 10 triadischen Relationen zusammen, wie aus der folgenden Figur ersehen werden kann:



1. Triadische Relation:

(3.a 2.b 1.c) = Peircesche Zeichenrelation (triadische Zeichenrelation ohne kategoriales Objekt und disponiblem Mittel)

2. Triadische Relation:

(2.b 1.c 0.d): Dyadische Subzeichenrelation (Bezeichnungsfunktion) mit eingebettetem kategorialem Objekt

3. Triadische Relation:

(2.b 1.c P.e) = Dyadische Subzeichenrelation (Bezeichnungsfunktion) mit eingebettem disponiblen Mittel

4. Triadische Relation:

(3.a 2.b 0.d) = Dyadische Subzeichenrelation (Bedeutungsfunktion) mit eingebettetem kategorialem Objekt

5. Triadische Relation:

(3.a 2.b P.e) = Dyadische Subzeichenrelation (Bedeutungsfunktion) mit eingebettetem disponiblen Mittel

6. Triadische Relation:

(3.a 1.c 0.d) = Dyadische Subzeichenrelation (Gebrauchsfunktion) mit eingebettetem kategorialem Objekt

7. Triadische Relation:

(3.a 1.c P.e) = Dyadische Subzeichenrelation (Gebrauchsfunktion) mit eingebettetem dispoiblen Mittel

8. Triadische Relation:

(1.c 0.d P.e) = Monadische Subzeichenrelation (Mittelbezug) mit eingebettetem kategorialem Objekt und disponiblen Mittel

9. Triadische Relation:

(2.b 0.d P.e) = Monadische Subzeichenrelation (Objektbezug) mit eingebettetem kategorialem Objekt und disponiblem Mittel

10. Triadische Relation:

(3.a 0.d P.e) = Monadische Subzeichenrelation (Interpretantenbezug) mit eingebettetem kategorialem Objekt und disponiblem Mittel

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

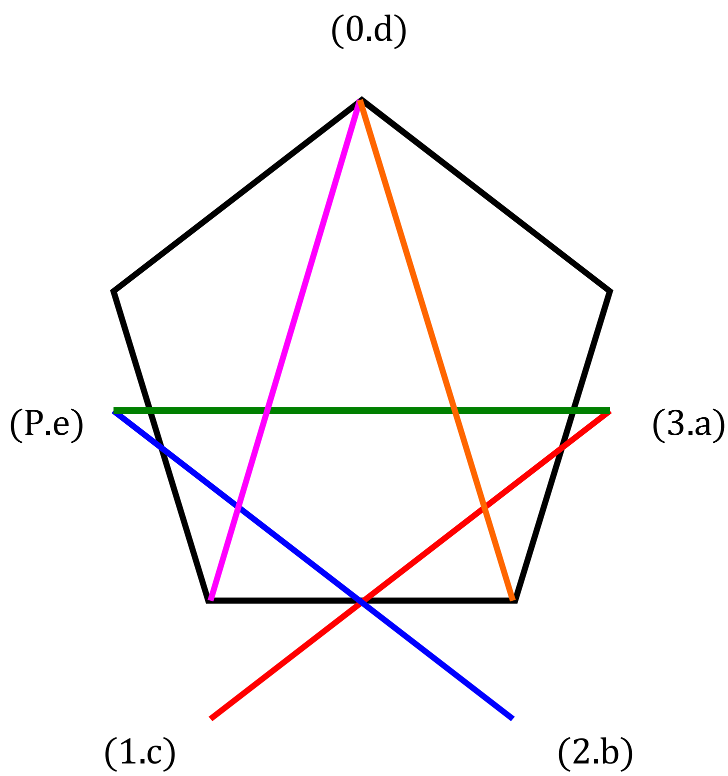
Toth, Alfred, Kategorisation als Initiation der Semiose. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Zeichenverbindungen und "matching conditions" im pentadischen Prä-zeichenmodell

In Toth (2009) wurde die erweiterte präsemiotische Zeichenrelation

ZR** = (3.a 2.b 1.c 0.d P.e) mit a, ..., e ∈ {.1, .2, 3.}

eingeführt, die pentadisch, aber trichotomisch ist, da sowohl die d's als auch die e's nur je maximal drei Werte annehmen können. Das besondere an diesem neuen Zeichenmodell ist nun, dass die 10 Teil-Dreiecke als triadische Teil-relationen je durch mindestens eine Ecke und höchstens eine Kante miteinander verbunden sind:



Und zwar sind die triadischen Relationen

1. (3.a 2.b 1.c)
2. (3.a 2.b 0.d)
3. (3.a 2.b P.e)
4. (3.a 1.c 0.d)
5. (3.a 1.c P.e)
6. (3.a 0.d P.e)
7. (2.b 1.c 0.d)
8. (2.b 1.c P.e)
9. (2.b 0.d P.e)
10. (1.c 0.d P.e),

Wenn je 2 Relationen miteinander durch eine Ecke, zwei Ecken oder eine Kante, d.h. ein Subzeichen, zwei nicht adhärente Subzeichen oder eine Semiose bzw. ein Paar von (abhärenten) Subzeichen zusammenhängen sollen, bekommen wir

1. (3.a 2.b 1.c) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]]
2. (3.a 2.b 0.d) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.0), (b.d)]]

1. (3.a 2.b 1.c) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]]
3. (3.a 2.b P.e) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.P), (b.e)]]

1. (3.a 2.b 1.c) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]]
4. (3.a 1.c 0.d) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.0), (c.d)]]

1. (3.a 2.b 1.c) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]]
5. (3.a 1.c P.e) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.P), (c.e)]]

1. (3.a 2.b 1.c) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]]
6. (3.a 0.d P.e) ≡ [[(3.0), (a.d)], [(0.P), (d.e)]]

1. (3.a 2.b 1.c) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]]
7. (2.b 1.c 0.d) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.0), (c.d)]]

1. (3.a 2.b 1.c) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]]
8. (2.b 1.c P.e) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.P), (c.e)]]

1. (3.a 2.b 1.c) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]]
9. (2.b 0.d P.e) ≡ [[(2.0), (b.d)], [(0.P), (d.e)]]

1. (3.a 2.b 1.c) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]]
10. (1.c 0.d P.e) ≡ [[(1.0), (c.d)], [(0.P), (d.e)]]
2. (3.a 2.b 0.d) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.0), (b.d)]]
3. (3.a 2.b P.e) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.P), (b.e)]]

2. (3.a 2.b 0.d) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.0), (b.d)]]
4. (3.a 1.c 0.d) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.0), (c.d)]]

2. (3.a 2.b 0.d) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.0), (b.d)]]

5. ($\underline{\text{3.a}}$ 1.c P.e) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.P), (c.e)]]

2. ($\underline{\text{3.a}}$ 2.b $\underline{\text{0.d}}$) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.0), (b.d)]]

6 ($\underline{\text{3.a}}$ $\underline{\text{0.d}}$ P.e) ≡ [[(3.0), (a.d)], [(0.P), (d.e)]]

2. (3.a $\underline{\text{2.b}}$ $\underline{\text{0.d}}$) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.0), (b.d)]]

7 ($\underline{\text{2.b}}$ 1.c $\underline{\text{0.d}}$) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.0), (c.d)]]

2. (3.a $\underline{\text{2.b}}$ 0.d) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.0), (b.d)]]

8. ($\underline{\text{2.b}}$ 1.c P.e) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.P), (c.e)]]

2. (3.a $\underline{\text{2.b}}$ $\underline{\text{0.d}}$) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.0), (b.d)]]

9. ($\underline{\text{2.b}}$ $\underline{\text{0.d}}$ P.e) ≡ [[(2.0), (b.d)], [(0.P), (d.e)]]

2. (3.a 2.b $\underline{\text{0.d}}$) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.0), (b.d)]]

10. (1.c $\underline{\text{0.d}}$ P.e) ≡ [[(1.0), (c.d)], [(0.P), (d.e)]]

3. ($\underline{\text{3.a}}$ 2.b P.e) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.P), (b.e)]]

4. ($\underline{\text{3.a}}$ 1.c 0.d) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.0), (c.d)]]

3. ($\underline{\text{3.a}}$ 2.b $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.P), (b.e)]]

5. ($\underline{\text{3.a}}$ 1.c $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.P), (c.e)]]

3. ($\underline{\text{3.a}}$ 2.b $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(3.2), (a.b)], [(2.P), (b.e)]]

6. $(\underline{3.a}\ 0.d\ \underline{P.e}) \equiv [[(3.0), (a.d)], [(0.P), (d.e)]]$

3. $(3.a\ \underline{2.b}\ P.e) \equiv [[(3.2), (a.b)], [(2.P), (b.e)]]$
7. $(\underline{2.b}\ 1.c\ 0.d) \equiv [[(2.1), (b.c)], [(1.0), (c.d)]]$

3. $(3.a\ \underline{2.b}\ \underline{P.e}) \equiv [[(3.2), (a.b)], [(2.P), (b.e)]]$
8. $(\underline{2.b}\ 1.c\ \underline{P.e}) \equiv [[(2.1), (b.c)], [(1.P), (c.e)]]$

3. $(3.a\ \underline{2.b}\ \underline{P.e}) \equiv [[(3.2), (a.b)], [(2.P), (b.e)]]$
9. $(\underline{2.b}\ 0.d\ \underline{P.e}) \equiv [[(2.0), (b.d)], [(0.P), (d.e)]]$

3. $(3.a\ 2.b\ \underline{P.e}) \equiv [[(3.2), (a.b)], [(2.P), (b.e)]]$
10. $(1.c\ 0.d\ \underline{P.e}) \equiv [[(1.0), (c.d)], [(0.P), (d.e)]]$

4. $(\underline{3.a\ 1.c}\ 0.d) \equiv [[(3.1), (a.c)], [(1.0), (c.d)]]$
5. $(\underline{3.a\ 1.c}\ P.e) \equiv [[(3.1), (a.c)], [(1.P), (c.e)]]$

4. $(\underline{3.a}\ 1.c\ \underline{0.d}) \equiv [[(3.1), (a.c)], [(1.0), (c.d)]]$
6. $(\underline{3.a}\ \underline{0.d}\ P.e) \equiv [[(3.0), (a.d)], [(0.P), (d.e)]]$

4. $(3.a\ \underline{1.c\ 0.d}) \equiv [[(3.1), (a.c)], [(1.0), (c.d)]]$
7. $(2.b\ \underline{1.c\ 0.d}) \equiv [[(2.1), (b.c)], [(1.0), (c.d)]]$

4. $(3.a\ \underline{1.c}\ 0.d) \equiv [[(3.1), (a.c)], [(1.0), (c.d)]]$

8. (2.b $\underline{\text{1.c}}$ P.e) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.P), (c.e)]]

4. (3.a 1.c $\underline{\text{0.d}}$) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.0), (c.d)]]

9. (2.b $\underline{\text{0.d}}$ P.e) ≡ [[(2.0), (b.d)], [(0.P), (d.e)]]

4. (3.a $\underline{\text{1.c}}$ $\underline{\text{0.d}}$) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.0), (c.d)]]

10. ($\underline{\text{1.c}}$ $\underline{\text{0.d}}$ P.e) ≡ [[(1.0), (c.d], [(0.P), (d.e)]]

5. ($\underline{\text{3.a}}$ 1.c $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.P), (c.e)]]

6. ($\underline{\text{3.a}}$ 0.d $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(3.0), (a.d)], [(0.P), (d.e)]]

5. (3.a $\underline{\text{1.c}}$ P.e) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.P), (c.e)]]

7. (2.b $\underline{\text{1.c}}$ 0.d) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.0), (c.d)]]

5. (3.a $\underline{\text{1.c P.e}}$) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.P), (c.e)]]

8. (2.b $\underline{\text{1.c P.e}}$) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.P), (c.e)]]

5. (3.a 1.c $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.P), (c.e)]]

9. (2.b 0.d $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(2.0), (b.d)], [(0.P), (d.e)]]

5. (3.a $\underline{\text{1.c}}$ $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(3.1), (a.c)], [(1.P), (c.e)]]

10. ($\underline{\text{1.c}}$ 0.d $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(1.0), (c.d)], [(0.P), (d.e)]]

6. (3.a $\underline{\text{0.d}}$ P.e) ≡ [[(3.0), (a.d)], [(0.P), (d.e)]]

7. (2.b 1.c $\underline{\text{0.d}}$) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.0), (c.d)]]

6. (3.a 0.d $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(3.0), (a.d)], [(0.P), (d.e)]]

8. (2.b 1.c $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.P), (c.e)]]

6. (3.a $\underline{\text{0.d P.e}}$) ≡ [[(3.0), (a.d)], [(0.P), (d.e)]]

9. (2.b $\underline{\text{0.d P.e}}$) ≡ [[(2.0), (b.d)], [(0.P), (d.e)]]

6. (3.a $\underline{\text{0.d P.e}}$) ≡ [[(3.0), (a.d)], [(0.P), (d.e)]]

10. (1.c $\underline{\text{0.d P.e}}$) ≡ [[(1.0), (c.d)], [(0.P), (d.e)]]

7. ($\underline{\text{2.b 1.c}}$ 0.d) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.0), (c.d)]]

8. ($\underline{\text{2.b 1.c}}$ P.e) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.P), (c.e)]]

7. ($\underline{\text{2.b}}$ 1.c $\underline{\text{0.d}}$) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.0), (c .d)]]

9. ($\underline{\text{2.b}}$ $\underline{\text{0.d}}$ P.e) ≡ [[(2.0), (b.d)], [(0.P), (d.e)]]

7. (2.b $\underline{\text{1.c}}$ $\underline{\text{0.d}}$) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.0), (c.d)]]

10. ($\underline{\text{1.c}}$ $\underline{\text{0.d}}$ P.e) ≡ [[(1.0), (c.d)], [(0.P), (d.e)]]

8. ($\underline{\text{2.b}}$ 1.c $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(2.1), (b.c)], [(1.P), (c.e)]]

9. ($\underline{\text{2.b}}$ 0.d $\underline{\text{P.e}}$) ≡ [[(2.0), (b.d)], [(0.P), (d.e)]]

8. $(2.b\ \underline{1.c}\ \underline{P.e}) \equiv [[(2.1), (b.c)], [(1.P), (c.e)]]$

10. $(\underline{1.c}\ 0.d\ \underline{P.e}) \equiv [[(1.0), (c.d)], [(0.P), (d.e)]]$

8. $(\underline{2.b}\ 1.c\ \underline{P.e}) \equiv [[(2.1), (b.c)], [(1.P), (c.e)]]$

9. $(\underline{2.b}\ 0.d\ \underline{P.e}) \equiv [[(2.0), (b.d)], [(0.P), (d.e)]]$

9. $(2.b\ \underline{0.d\ P.e}) \equiv [[(2.0), (b.d)], [(0.P), (d.e)]]$

10. $(1.c\ \underline{0.d\ P.e}) \equiv [[(1.0), (c.d)], [(0.P), (d.e)]]$

Bibliographie

Toth, Alfred, Die pentadische Erweiterung des präsemiotischen Zeichenmodells. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Komplementäre pentadische Präzeichen

1. Der Begriff des "Komplements" eines Zeichens bzw. des "komplementären Zeichens" wurde von Bense (1979, S. 92 ff.) in die Semiotik eingeführt. Kurz gesagt, können semiotische Komplemente im Bezug auf zwei Grundmengen bestimmt werden: subzeichenweise und zeichenweise, d.h. G = {SZ} oder G = {ZR}. So sind über G = {SZ} die Komplemente (C) der folgenden Subzeichen wie folgt bestimmt:

C{(2.1)} = {(2.2), (2.3)}
C{(1.3)} = {(1.1), (1.2)}
C{(3.2), (3.3)} = {(3.1)}

Über G = {ZR} ist das Komplement eines Zeichens ZR1 einfach die Differenzmenge aller übrigen Zeichen, d.h.

C(ZR1) = {ZR} \ (ZR1),

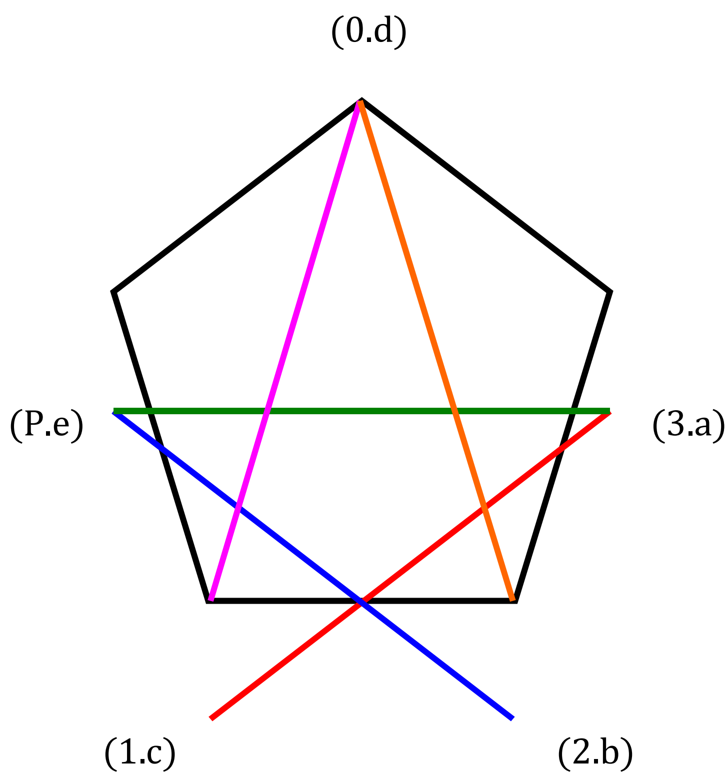
also z.B.

C(3.1 2.2 1.3) = {(3.1 2.1 1.1), (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.2 1.2), (3.2 2.2 1.3), (3.2 2.3 1.3), (3.3 2.3 1.3)}

2. In der in Toth (2009) eingeführten pentadischen Präsemiotik bietet sich ein geometrisch und nicht auf einer Grundmenge definierter Begriff der Komple-

mentarität an. Wie bekannt, enthält das pentadische präsemiotische Zeichenmodell 10 echte präsemiotische Partialrelationen:

1.	(3.a 2.b 1.c)	6.	(3.a 0.d P.e)
2.	(3.a 2.b 0.d)	7.	(2.b 1.c 0.d)
3.	(3.a 2.b P.e)	8.	(2.b 1.c P.e)
4.	(3.a 1.c 0.d)	9.	(2.b 0.d P.e)
5.	(3.a 1.c P.e)	10.	(1.c 0.d P.e),



1. Aus Symmetrigründen komplementär sind:

C(1.c P.e 0.d) = (2.b 3.a 0.d)

C(P.e 1.c 2.b) = (3.a 2.b 1.c)

2. Aus graphentheoretischen Gründen komplementär sind:

$C(\underline{3.a\ 2.b}\ 1.c) = (\underline{3.a\ 2.b}\ 0.d)$
$C(\underline{3.a\ 2.b}\ 0.d) = (\underline{3.a\ 2.b}\ P.e)$
$C(\underline{3.a\ 1.c}\ 0.d) = (\underline{3.a\ 1.c}\ P.e)$

$C(\underline{2.b\ 1.c}\ 0.d) = (\underline{2.b\ 1.c}\ P.e)$

$C(3.a\ \underline{0.d\ P.e}) = (1.c\ \underline{0.d\ P.e})$, etc.,

d.h. man kann z.B. alle triadischen Partialrelationen als komplementär zueinander definieren, wenn sie eine Semiose, d.h. ein Paar von adjazenten Subzeichen gemeinsam haben. In diesem Fall sind also z.B. die folgenden zwei Relationen nicht komplementär zueinander:

$C(\underline{2.b}\ 1.c\ \underline{P.e}) \neq (\underline{2.b}\ 0.d\ \underline{P.e})$.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Die pentadische Erweiterung des präsemiotischen Zeichenmodells. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Die Semiotik und die natürlichen Zahlen

1. Nach Bense (1975, S. 171) kann „die Explikation des Axiomensystems der natürlichen Zahlen als verallgemeinerte Nachfolgerelation im Sinne des semiotischen Repräsentationsschemas der universalkategorisch fundierten und geordneten triadischen Zeichenrelation gewonnen“ werden. Ferner hatte Bense (1983, S. 192 ff.) den Zusammenhang zwischen den Peano-Axiomen, den Peirceschen „Axioms of Numbers“ und der generativ-semiotischen Relation der „Primzeichen“ hergestellt (vgl. ausserdem Bense 1980).

Wenn man sich nur an die obigen Angaben hält, müsste man denken, die Semiotik sei jener Teil der Mathematik, der ausschliesslich auf natürlichen Zahlen beruhe, d.h. die Arithmetik und die Zahlentheorie sowie einzelne Teile weiterer Gebiete, und der grosse Unterschied zwischen Mathematik und Semiotik beruhe einzig darauf, dass der Zeichenbegriff zusätzlich zum Zahlenwert (M) noch Bedeutung ($M \rightarrow O$) sowie Sinn ($O \rightarrow I$) enthalte. Semiotik, so besehen, wäre jenes Teilgebiet der Mathematik, in dem mit Sinn und Bedeutung gerechnet wird. Gemäss der Einführung der Primzeichen durch Bense (1980) wäre dies demnach nur bei den positiven ganzen Zahlen möglich.

2. Nach Bense (1979, S. 67) gilt ferner: „Das vollständige Zeichen ist eine triadische Relation von wiederum drei relationalen Gliedern, deren erstes, das Mittel, monadisch (einstellig), deren zweites, der Objektbezug, dyadisch (zweistellig), und deren drittes, der Interpretant, triadisch (dreistellig) gebaut ist“. Die Peircesche Zeichenrelation kann demnach wie folgt dargestellt werden:

$$ZR = (M, (M \to O), (M \to O \to I)),$$

d.h. M ist als 1-stellige Relation monadisch. O ist hingegen als 2-stellige Relation dyadisch, d.h. wegen $(M \to O)$, und I ist ferner als 3-stellige Relation triadisch, d.h. wegen $(M \to O \to I)$. Allerdings ergibt sich hier ein erstes Problem, denn die Triade, d.h. genauer: die triadische Partialrelation $(M \to O \to I)$ ist ein verstecktes Konkatenat aus einer monadischen und einer dyadischen Relation:

$$(M \to O \to I) = (M) \circ (M \to O).$$

Das bedeutet aber, dass einen nichts daran hindert, in dem Ausdruck

$$ZR = (M, (M \to O), (M \to O \to I))$$

das O wiederum als Abkürzung für die dyadische Relation $(M \to O)$ aufzufassen und in der 3. Partialrelation einzusetzen:

$$ZR = (M, (M \to O), (M \to (M \to O) \to I)),$$

wiederholtes Einsetzen ergibt z.B.

$$ZR = (M, (M \to O), (M \to (M \to (M \to (M \to (M \to O)))) \to I)) ...,$$

d.h. Benses Zeichendefinition führt automatisch zu einem unendlichen Regress wegen der dyadischen Partialrelation der triadischen Partialrelation, d.h. wir bekommen hier Partialrelationen von Partialrelationen von Partialrelationen ... .

Wenn wir aber anderseits anhand von Kap. 1 die Korrespondenz der Primzeichen und der Peanozahlen nehmen und schreiben

$$ZR = (M, (M \to O), (M \to O \to I)) = (n, \sigma(n), \sigma\sigma(n)),$$

dann bekommen wir eine falsche Gleichung, denn es ist zwar bei den Peanozahlen

$$1 + 1 = 2$$
$$1 + 2 = 3,$$

aber ist aber nicht bei den Primzeichen

$$M + M = O$$
$$M + O = I,$$

und zwar nicht deshalb nicht, weil die Primzeichen quantitativ-qualitative Zahlen sind und somit nicht mit den Gesetzen der natürlichen Zahlen berechnet werden können, sondern weil die „Peirce-Zahlen", wie ich sie einmal genannt habe, relationale Zahlen sind, die Peano-Zahlen aber nicht.

3. Wir kommen also zum vorläufigen Schluss, dass entweder die Äquivalenz der Peirce-Zahlen (Benses Primzeichen) mit den Peano-Zahlen (Kap. 1) oder die verschachtelte Relation der Definition der Zeichenrelation durch Peirce (Kap.

2) falsch ist, denn beide Konzeptionen sind miteinander nicht vereinbar. Es gibt aber noch ein weiteres Problem, nämlich die unterschiedliche arithmetische Behandlung der Triaden und Trichotomien, denn es gilt zwar für die Triaden (TdPZ bedeute triadischen Peirce-Zahlen) die transitive Inklusionsrelation aus Kap. 2:

TdPZ = $(1 < 2 < 3) = (1 \subset 2 \subset 3)$,

für die Trichotomien bzw. die trichotomischen Peirce-Zahlen (TtPZ) gilt jedoch

TtPZ) $(1 \leq 2 \leq 3) = (1 \subseteq 2 \subseteq 3)$

(vgl. z.B. Walther 1979, S. 79).

Würde nämlich die irreflexive und symmetrische Relation $<$ anstatt der Halbordnung nicht nur für Triaden, sondern auch für Trichotomien angewandt, so käme man auf ein semiotisches System von nur zwei Zeichenrelationen:

(3.1 2.2 1.3)
(3.3 2.2 1.1),

wobei sogar streng genommen nur die letztere in der folgenden Ordnung

(1.1 2.2 3.3)

statthaft wäre. Aber selbst in diesem Fall müsste noch festgelegt wären, wie die vermittelnde Ordnung (VO) zwischen den triadischen und den trichotomischen Peirce-Zahlen zu sein hat. Theoretisch gibt es folgende Kombinationen

TdPZ:	1	<	2	<	3
VO	=		=		=
TtPZ:	1	<	2	<	3

TdPZ:	1	<	2	<	3
VO	<		<		<
TtPZ:	2	<	3	<	?

Wie man sieht, entfällt die letzte VO, da die Peanozahl 4 in der Menge der Peirce-Zahlen nicht definiert ist. Wir bräuchten also entweder

TdPZ:	1	<	2	<	3
VO	<		<		=
TtPZ:	2	<	3	<	3

oder

TdPZ:	1	<	2	<	3
VO	<		<		>
TtPZ:	2	<	3	<	2

bzw.

TdPZ:	1	<	2	<	3
VO	<		<		>
TtPZ:	2	<	3	<	1

Kurz gesagt, wenn sowohl TdPZ als auch TtPZ die Ordnung < aufweisen, dann muss VO entweder (===), (==<), (=<<), (<<<), (=<=) (<==), (<<=), (<=<), sein. Es ist also so, dass dann, wenn die Ordnung < zwar für TdPZ, nicht jedoch auch für TtPZ gilt, wir eines dritten semiotischen Zahlensystems, der Vemittlungszahlen zwischen TdPZ und TtPZ, bedürfen.

4. Gelten jedoch nebeneinander die beiden arithmetischen Ordnungen

TdPZ: $(<, \mathbb{N})$
TtPZ: $(\leq, \mathbb{N})$,

dann stellen die beiden Peirce-Zahlen folgende Ausschnitte aus $\mathbb{N}$ dar:

TdPZ = 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...
TtPZ = 1, 1/2, 2/3, ¾, 4/5, 5/6, ...,

so dass die Peano-Axiome also für TdPZ, nicht aber für TtPZ geltn.

Gilt jedoch stattdessen die transitive Mengeninklusion $\subseteq$, danne ist diese, wie man nun erkennt, mit TtPZ, nicht aber, wie bereits oben bemerkt, wie TdPZ, vereinbar. In diesem Fall aber muss das Zeichen neu definiert werden, und zwar wie folgt:

$ZR = (a.b\ c.d\ e.f)$

mit $a \leq c \leq e$ (TdPZ) und $b \leq d \leq f$ (TtPZ). Das ist aber dasselbe wie

$ZR_{\leq} = ((a \leq b) \leq (c \leq d) \leq (e \leq g))$,

d.h. das Zeichen ist nun eine total geordnete lineare Ordnung, d.h. eine Kette (vgl. z.B. Erné 1982, S. 46) von Peirce-Zahlen, die nun natürlich nicht mehr in triadische einerseits und trichotomische anderseits aufgeteilt werden müssen, sondern wirklich eine Teilmenge der Natürlichen Zahlen sind. Durch $ZR_{\leq}$ werden ferner genau die 10 Zeichenrelationen erzeugt, welche als die Peirceschen Zeichenklassen bekannt sind, und nicht alle $3^3 = 27$ theoretisch möglichen.

Wenn wir $\mathbb{P}$ für Peirce-Zahlen schreiben, dann gilt also

$\mathbb{P} \in \mathbb{N}$.

Im Rahmen von $ZR_{\leq}$ gelten dann natürlich alle für $(\mathbb{N}, \leq)$ geltenden Rechenoperationen (vgl. Landau 1930, Kap. 1, § 3).

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen: In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Erné, Marcel, Einführung in die Ordnungstheorie. Mannheim 1982

Landau, Edmund, Grundlagen der Analysis. Göttingen 1930

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Auf. Stuttgart 1979

Die Verallgemeinerung der 3-stufigen Semiotik auf nicht-verbale Zeichensysteme

1. Wie inzwischen bekannt sein dürfte (vgl. Toth 2009a, b), heisst jede Struktur, welche

$\Sigma = \langle OR, DR, ZR \rangle$

erfüllt, eine Semiotik. Dieses Tripel korrespondiert mit dem scholastischen Dreischritt von <Ding/Ereignis, Begriff, Sachverhalt> (vgl. Menne 1992, S. 39 ff.). Dabei sind

$OR = \{\{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}\}$
$DR = \{(M^\circ, O^\circ, I^\circ)\}$
$ZR = \{(M, O, I)\}$

und im einzelnen

$OR = \{\mathcal{M}_i, \Omega_i, \mathcal{I}_i\}$

$\mathcal{M}_i \in \{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_3, ..., \mathcal{M}_n\}$
$\Omega_i \in \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n\}$
$\mathcal{I}_i \in \{\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3, ..., \mathcal{I}_n\}$,

$DR = \{M^\circ_i, O^\circ_i, I^\circ_i\}$

$M°_i = \{M°_1, M°_2, M°_3, ..., M°_n\}$

$O°_i = \{O°_1, O°_2, O°_3, ..., O°_n\}$

$I°_i = \{I°_1, I°_2, I°_3, ..., I°_n\}$,

$ZR = \{M, O, I\}$

$M_i = \{M_1, M_2, M_3, ..., M_n\}$

$O_i = \{O_1, O_2, O_3, ..., O_n\}$

$I_i = \{I_1, I_2, I_3, ..., I_n\}$.

2. Neben derjenigen semiotischen Struktur, welche die Anforderungen an eine vollständige Semiose im Sinne von Σ erfüllt:

1. $VZ = \{<\mathcal{M}, M°, M>, <\Omega, O°, O>, <\mathcal{I}, I°, I>\}$

   Vollständiges Zeichen. Durch Interpretation werden auch 1.-6. zu vollständigen Zeichen,

gibt es noch 6 Typen, bei denen nur zwei der drei Stufen erfüllt sind:

2. $OK = (\{<\mathcal{M}, M°>, <\Omega, O°>, <\mathcal{I}, I°>\})$

   Objektkategorien. Modelle: Symptome, Spuren, alle natürlichen „Zeichen“.
3. $KO = (\{<M°, \mathcal{M}>, <O°, \Omega>, <I°, \mathcal{I}>\})$

   Kategorienobjekte. Modelle: ?
4 $KZ = (\{<M°, M>, <O°, O>, <I°, I>\})$

   Kategorienzeichen. Modelle: Signale.
5. $ZK = (\{<M, M°>, <O, O°>, <I, I°>\})$

Zeichenkategorien. Modelle: ?

6 $OZ = (\{<\mathcal{M}, M>, <\Omega, O>, <\mathcal{I}, I>\})$

Objektzeichen. Modelle: Attrappen, Prothesen.

7. $ZO = (\{<M, \mathcal{M}>, <O, \Omega>, <I, \mathcal{I}>\})$

Zeichenobjekte. Modelle: Markenprodukte, Wegweiser, Grenzsteine, usw.

Präziser handelt es sich um die folgenden Tripel von relationalen Mengen:

1. $VZ = \{<\{\mathcal{M}_1, ..., \mathcal{M}_n\}, \{M°_1, ..., M°_n\}, \{M_1, ..., M_n\}>, <\{\Omega_1, ..., \Omega_n\}, \{O°_1, ..., O°_n\}, \{O_1, ..., O_n\}>, <\{\mathcal{I}_1, ..., \mathcal{I}_n\}, \{I°_1, ..., I°_n\}, \{I_1, ..., I_n\}>\}$
2. $OK = (\{<\{\mathcal{M}_1, ..., \mathcal{M}_n\}, \{M°_1, ..., M°_n\}>, <\{\Omega_1, ..., \Omega_n\}, \{O°_1, ..., O°_n\}>, <\{\mathcal{I}_1, ..., \mathcal{I}_n\}, \{I°_1, ..., I°_n\}>\})$
3. $KO = (\{<\{M°_1, ..., M°_n\}, \{\mathcal{M}_1, ..., \mathcal{M}_n\}>, <\{O°_1, ..., O°_n\}, \{\Omega_1, ..., \Omega_n\}>, <\{I°_1, ..., I°_n\}, \{\mathcal{I}_1, ..., \mathcal{I}_n\}>\})$

4 $KZ = (\{<\{M°_1, ..., M°_n\}, \{M_1, ..., M_n\}>, <\{O°_1, ..., O°_n\}, \{O_1, ..., O_n\}>, <\{I°_1, ..., I°_n\}, \{I_1, ..., I_n\}>\})$

5. $ZK = (\{<\{M_1, ..., M_n\}, \{M°_1, ..., M°_n\}>, <\{O_1, ..., O_n\}, \{O°_1, ..., O°_n\}>, <\{I_1, ..., I_n\}, \{I°_1, ..., I°_n\}>\})$

6 $OZ = (\{<\{\mathcal{M}_1, ..., \mathcal{M}_n\}, \{M_1, ..., M_n\}>, <\{\Omega_1, ..., \Omega_n\}, \{O_1, ..., O_n\}>, <\{\mathcal{I}_1, ..., \mathcal{I}_n\}, \{I_1, ..., I_n\}>\})$

7. $ZO = (\{<\{M_1, ..., M_n\}, \{\mathcal{M}_1, ..., \mathcal{M}_n\}>, <\{O_1, ..., O_n\}, \{\Omega_1, ..., \Omega_n\}>, <\{I_1, ..., I_n\}>\}, \{\mathcal{I}_1, ..., \mathcal{I}_n\} >\})$

3. Da{OR} und {DR} je $3^3 = 27$ Relationen enthalten, {ZR} aber nur 10 (nämlich die Peirceschen Zeichenklassen), ergibt sich, wenigstens solange man an der semiotischen Inklusionsordnung $a \leq b \leq c$ für (3.a 2.b 1.c) festhält, ein

maximales semiotisches System von 10 Strata, denen die 6 Strata der frühen Konzeption der Stratifikationsgrammatik Sydney M. Lambs gegenüberstehen (vgl. Lamb 1966, S. 20):

1. Hypersemem	
2. Hypersemon	Stratum I
3. Hypersem	
4. Semem	
5. Semon	Stratum II
6. Sem	
7. Lexem	
8. Lexon	Stratum III
9. Lex	
10. Morphem	
11. Morphon	Stratum IV
12. Morph	
13. Phonem	
14. Phonon	Stratum V
15. Phon	
16. Hypophonem	(inkomplettes) Stratum VI

Man kann nun nach einfachen Regeln distinktive minimale Entitäten für jedes Stratum bilden, und zwar so, dass jede dreimal, nämlich nach der Terminologie von Menne (1992), jeweils als Lalem, Logem und Lexem, bzw. durch x ∈ {OR}, y ∈ {DR} und z ∈ {ZR} repräsentiert ist:

Σ	Menne		Lamb
OR	Ding	Lalem	-∅ (z.B. Phon, Morph, Lex, ...)
DR	Begriff	Logem	-on
ZR	Sachverhalt	Lexem	-em

Die basalen entitätischen Ereignisse heissen nach Menne (1992, S. 40 ff.): Akustem, Graphem, Kinem (Geste), Psychem (nur gedachtes Ereignis), Optem (Lichtsignal), Eltem (elektrisches Ereignis).

Bei Meyer-Eppler (1969, S. 333 ff.) findet sich ferner eine Liste von „Taxen und Taxemen (Substanz und Form)": Phon, Graph, Ton (auf Tonhöhe bezogen), Chron (auf Tondauer bezogen), Chrom (Farbton). Da Meyer-Eppler (1969: S. 337 ff.) das Schema: Taxe, Allotaxe, Taxeme benutzt, kann dieses natürlich ebenfalls nach dem obigen Korrespondenzschema dargestellt werden, so dass unser Modell in zweifacher Hinsicht universal ist: Erstens ist es auf der Semiotik Peirce's gegründet, die mathematisch (ordnungstheoretisch) sowie logisch (relationentheoretisch) angelegt ist a fundamentis, und zweitens kann man für sämtliche semiotischen Teilsysteme, z.B. den menschlichen Sinnen nach, aber auch nach anderen Kriterien (wie z.B. Designtheorie, Architektur-semiotik, genetische Semiotik, usw.) jeweils ein Tripel distinktiver Einheiten, geschieden nach dem scholastischen Dreischritt und OR, DR und ZR entsprechend, zusammenstellen.

Bibliographie

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Meyer-Eppler, Wolfgang, Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. 2. Aufl. Berlin 1969

Toth, Alfred, Generelle 3.-Stufigkeit von Zeichen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die semiotische 3-Stufigkeit sprachlicher Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Typen der Kardi-Ordinalität und der Ordi-Kardinalität

1. Wie bekannt (vgl. z.B. Toth 2009a, b), korrespondiert die Folge der ontologischen Kategorien der semiotischen Objektrelation

$$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$$

mit der linearen Folge der Kardinalzahlen

$$1 \to 2 \to 3,$$

während die Folge der semiotischen Kategorien der Zeichenrelation

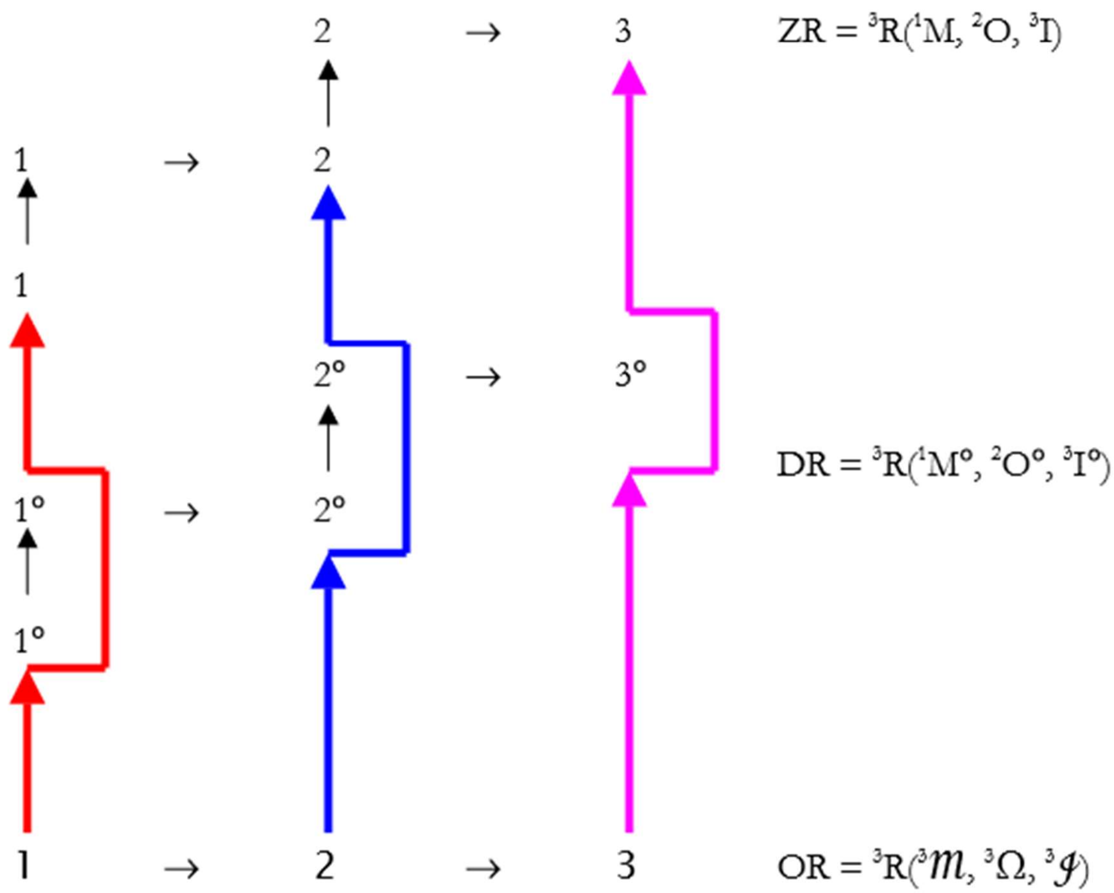
$$ZR = (M, O, I)$$

mit der „verschachtelten" Folge der Ordinalzahlen (Bense 1979, S. 63, 67) korrespondiert:

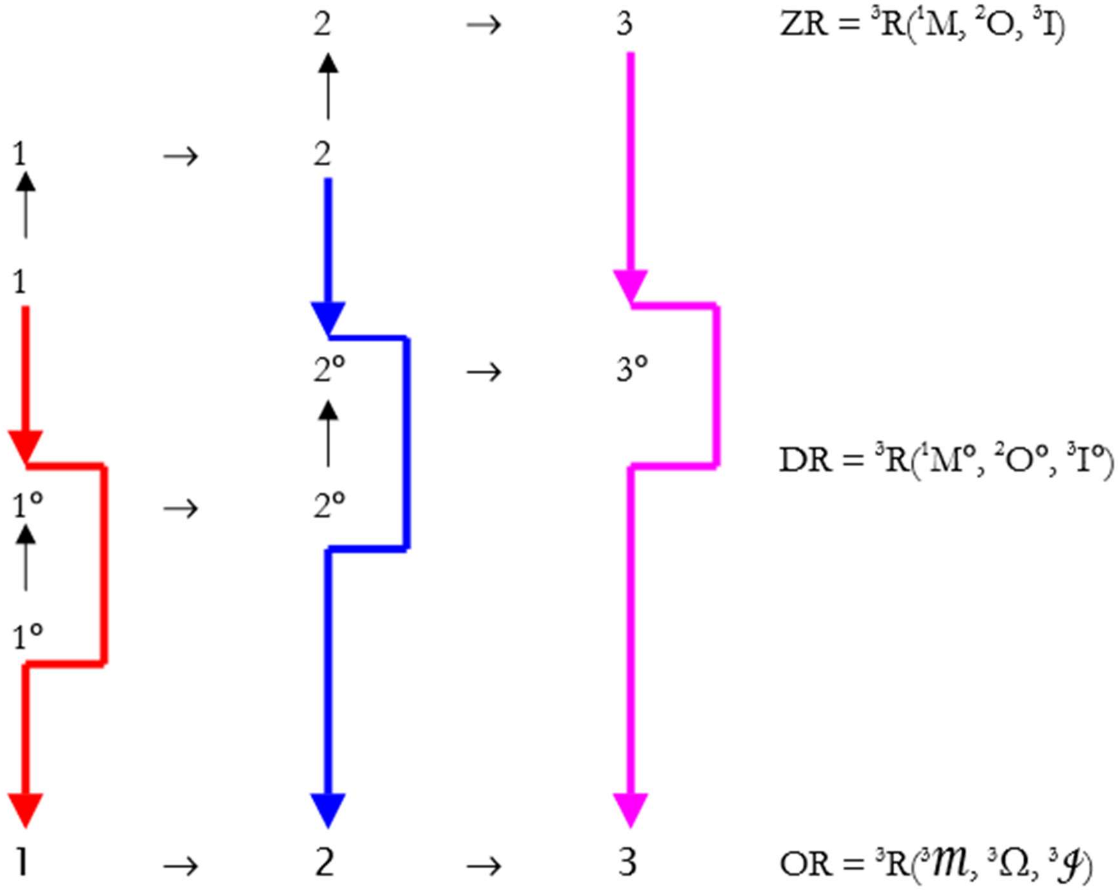
$$\begin{array}{lll} & (2 \to 3) & \\ & \uparrow & \\ (1 \to 2) & & \\ \uparrow & & \\ 1 & & \end{array}$$

2. Zusätzlich zu den bekanntesten Kombinationen von semiotischen Objekten – den Zeichenobjekten sowie Objektzeichen – kann man 5 weitere Typen von ordi-kardinaler sowie kardi-ordinaler Charakteristik bilden, deren Ordnungs-schemata hier aufgezeigt werden:

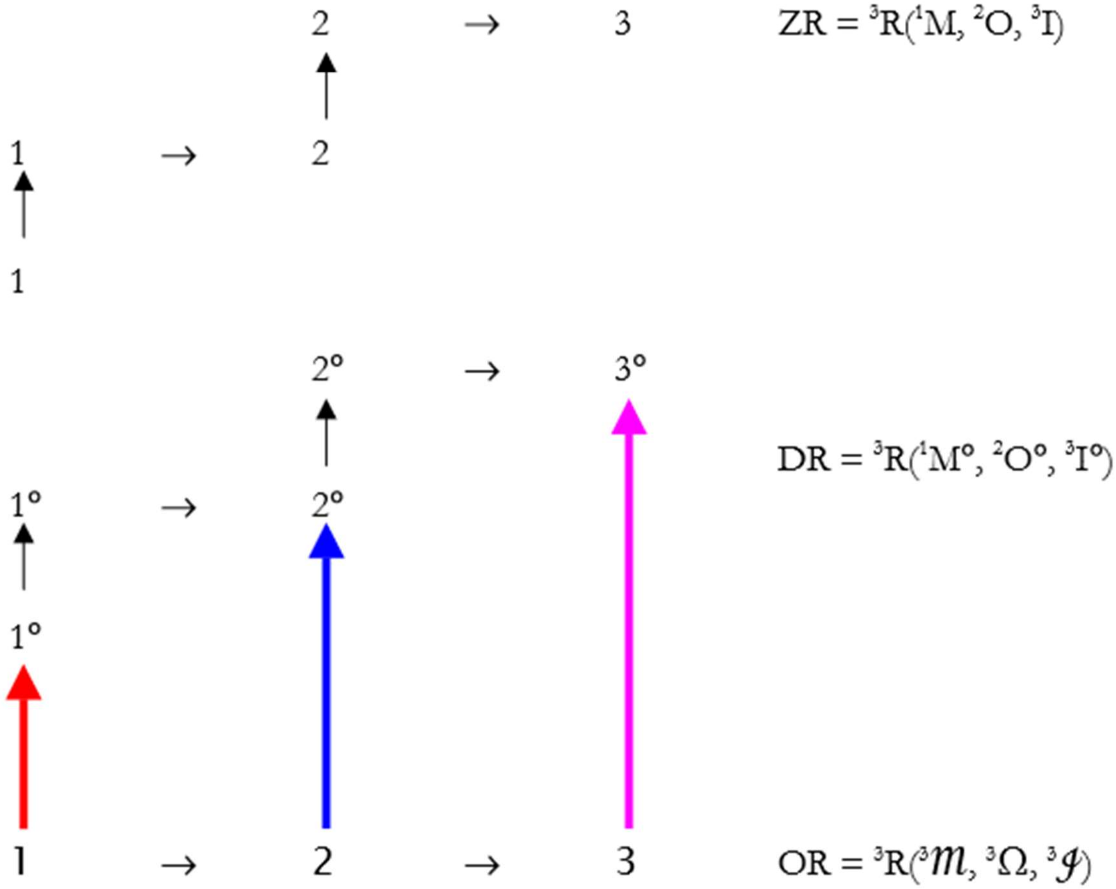
2.1. $ZO = \{\{\{\{<\{\mathcal{M}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},\{\{<\{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\mathcal{J}_{(.)\varepsilon(.)}\}, \{\mathcal{J}_{(.)\zeta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}\}, <\{M_1, \ldots, M_n\}, \{\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_n\}>, <\{O_1, \ldots, O_n\}, \{\Omega_1, \ldots, \Omega_n\}>, <\{I_1, \ldots, I_n\}>\}, \{\mathcal{J}_1, \ldots, \mathcal{J}_n\} >\}$



2.2. $OZ = \{\{\{\{<\{\mathcal{M}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},\{\{<\{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\mathcal{J}_{(.)\varepsilon(.)}\}, \{\mathcal{J}_{(.)\zeta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}\}, <\{\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_n\}, \{M_1, \ldots, M_n\}>, <\{\Omega_1, \ldots, \Omega_n\}, \{O_1, \ldots, O_n\}>, <\{\mathcal{J}_1, \ldots, \mathcal{J}_n\}, \{I_1, \ldots, I_n\}>\}$



2.3. $OK = \{\{\{\{<\{\mathcal{M}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\mathcal{I}_{(.)\varepsilon(.)}\}, \{\mathcal{I}_{(.)\zeta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}\}, <\{\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_n\}, \{M^{\circ}{}_1, \ldots, M^{\circ}{}_n\}>, <\{\Omega_1, \ldots, \Omega_n\}, \{O^{\circ}{}_1, \ldots, O^{\circ}{}_n\}>, <\{\mathcal{I}_1, \ldots, \mathcal{I}_n\}, \{I^{\circ}{}_1, \ldots, I^{\circ}{}_n\}>\}$



2.4. $KO = \{\{\{\{<\{\mathcal{M}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},\{\{<\{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},$
$\{\{<\{\mathcal{J}_{(.)\varepsilon(.)}\}, \{\mathcal{J}_{(.)\zeta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}\}\}, <\{M^{\circ}{}_1, \ldots, M^{\circ}{}_n\}, \{\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_n\}>,$
$<\{O^{\circ}{}_1, \ldots, O^{\circ}{}_n\}, \{\Omega_1, \ldots, \Omega_n\}>, <\{I^{\circ}{}_1, \ldots, I^{\circ}{}_n\}, \{\mathcal{J}_1, \ldots, \mathcal{J}_n\}>\}$

$$\begin{tikzcd}
 & 2 \arrow[r] & 3 \\
1 \arrow[r] & 2 \arrow[u] & \\
1 \arrow[u] & &
\end{tikzcd}$$

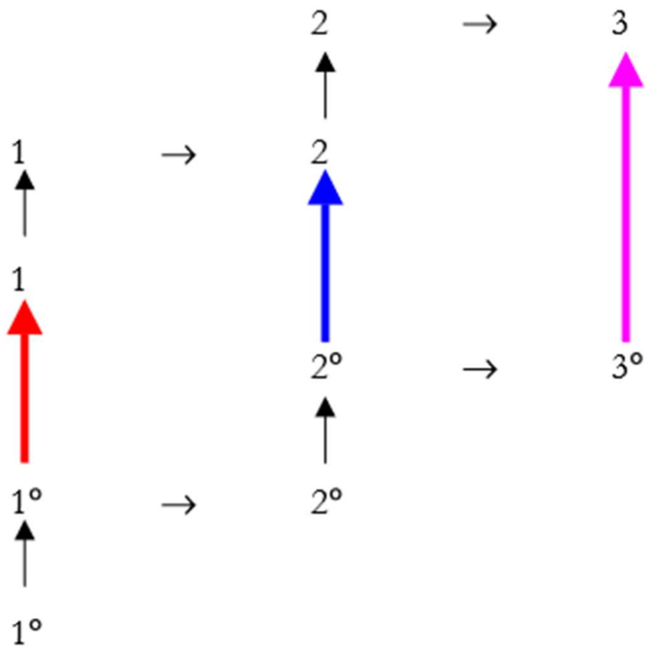
$ZR = {}^{3}R({}^{1}M, {}^{2}O, {}^{3}I)$

$$\begin{tikzcd}
 & 2^{\circ} \arrow[r] & 3^{\circ} \arrow[ddd] \\
1^{\circ} \arrow[r] & 2^{\circ} \arrow[u] \arrow[dd] & \\
1^{\circ} \arrow[u] \arrow[d] & & \\
1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3
\end{tikzcd}$$

$DR = {}^{3}R({}^{1}M^{\circ}, {}^{2}O^{\circ}, {}^{3}I^{\circ})$

$OR = {}^{3}R({}^{3}\mathcal{M}, {}^{3}\Omega, {}^{3}\mathcal{J})$

2.5. $KZ = \{\{\{\{<\{\mathcal{M}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},\{\{<\{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\mathcal{J}_{(.)\varepsilon(.)}\}, \{\mathcal{J}_{(.)\zeta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}\}, <\{M^{\circ}_1, \ldots, M^{\circ}_n\}, \{M_1, \ldots, M_n\}>, <\{O^{\circ}_1, \ldots, O^{\circ}_n\}, \{O_1, \ldots, O_n\}>, <\{I^{\circ}_1, \ldots, I^{\circ}_n\}, \{I_1, \ldots, I_n\}>\}$

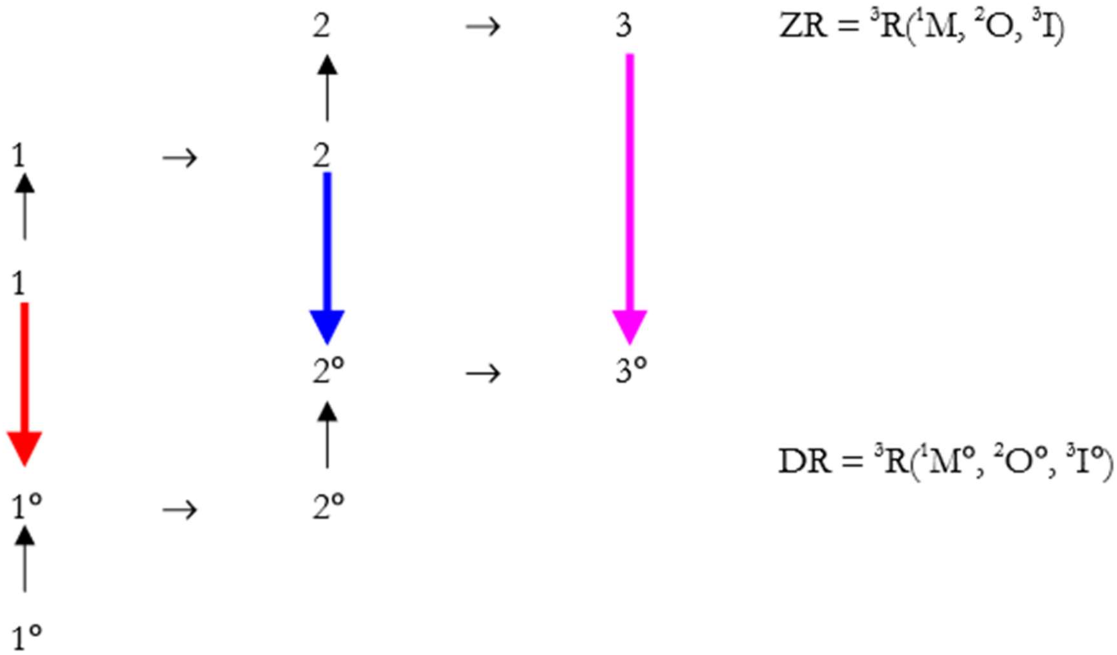


$ZR = {}^{3}R({}^{1}M, {}^{2}O, {}^{3}I)$

$DR = {}^{3}R({}^{1}M^{\circ}, {}^{2}O^{\circ}, {}^{3}I^{\circ})$

1 → 2 → 3 $\quad OR = {}^{3}R({}^{3}\mathcal{M}, {}^{3}\Omega, {}^{3}\mathcal{J})$

2.6. $ZK = \{\{\{\{<\{\mathcal{M}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\mathcal{I}_{(.)\varepsilon(.)}\}, \{\mathcal{I}_{(.)\zeta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}\}, <\{M_1, \ldots, M_n\}, \{M^{\circ}{}_1, \ldots, M^{\circ}{}_n\}>, <\{O_1, \ldots, O_n\}, \{O^{\circ}{}_1, \ldots, O^{\circ}{}_n\}>, <\{I_1, \ldots, I_n\}, \{I^{\circ}{}_1, \ldots, I^{\circ}{}_n\}>\}$



$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ $\quad OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{I})$

Geht man statt von OR und ZR von weiteren Zeichenrelationen aus (vgl. Toth 2009c), ergeben sich natürlich modifizierte oder ganz neue Resultate.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, 2. Versuch durch den Spiegel. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Vermittlungszahlen zwischen Kardinalität und Ordinalität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Zeichenrelationen mit fehlenden Relata In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Ordnungstheoretische Semiotik

1. Das Zeichen als geordnete Menge und Ordnungsrelation

Nach Bense ist das vollständige Zeichen "eine triadische Relation von wiederum drei relationalen Gliedern, deren erstes, das 'Mittel' (M), monadisch (einstellig), deren zweites, der 'Objektbezug' (O), dyadisch (zweistellig) und deren drittes, der 'Interpretantenbezug' (I), triadisch (dreistellig) gebaut ist. So ist also das vollständige Zeichen als eine triadisch gestufte Relation von Relationen zu verstehen" (Bense 1979: 67). Bense (1979: 53) schematisierte diesen Sachverhalt wie folgt:

(1) ZR(M, O, I) =

ZR(M, M⇒O, M⇒O.⇒I) =

ZR(mon. Rel., dyad. Rel., triad. Rel.) =

ZR(.1., .2., .3.) =

ZR	1.1 1.2 1.3	1.1 1.2 1.3	1.1 1.2 1.3
		2.1 2.2 2.3	2.1 2.2 2.3
			3.1 3.2 3.3

Bereits früher hatte Bense festgehalten: "Nun ist zu beachten, daß ein Zeichen als 'Mittel' bzw.als 'materialer Zeichenträger' (M) selektiert sein muß, ehe es zur 'Bezeichnung' (O) bzw. zur 'Bedeutung' (I) verwendbar ist. Damit wird die Menge (M, O, I) zu einer in gewisser Hinsicht geordneten Menge, und die triadische Relation Z = R(M, O, I) ist eine Ordnungsrelation bzw. jedes Zeichen in dem hier konzipierten Sinne ist überhaupt ein Ordnungsprinzip bzw. hat eine ordnungssetzende Intention" (Bense 1971: 36). Dadurch ist es möglich, Subzeichen, Rumpfklassen und Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken in Form von n-Tupeln zu notieren. Die Subzeichen der Kleinen Matrix lassen sich mengentheoretisch als Paare notieren:

(2) (1.1) = <1, 1> (2.1) = <2, 1> (3,1) = <3, 1>

(1.2) = <1, 2> (2.2) = <2, 2> (3,2) = <3, 2>

(1.3) = <1, 3> (2.3) = <2, 3> (3,3) = <3, 3>

Da geordnete Mengen durch ungeordnete Mengen definiert werden, deren Elemente wiederum ungeordnete Mengen sind, d.h. <a, b> = {{a}, {a, b}} (Wiener 1914), können die Subzeichen außerdem wie folgt notiert werden:

(3) <1, 1> = {{1}, {1, 1}} <2, 1> = {{2}, {2, 1}} <3, 1> = {{3}, {3, 1}}

<1, 2> = {{1}, {1, 2}} <2, 2> = {{2}, {2, 2}} <3, 2> = {{3}, {3, 2}}

<1, 3> = {{1}, {1, 3}} <2, 3> = {{2}, {2, 3}} <3, 3> = {{3}, {3, 3}}

Die Zeichenklassen und Realitätsthematiken können mengentheoretisch als Paare aus je zwei Paaren und einem Paar notiert werden:

(4) (3.1 2.1 1.1) = <<<3, 1>, <2, 1>>, <1, 1>>

(1.1 1.2 1.3) = <<1, 1>, <<1, 2>, <1, 3>>>

(3.1 2.1 1.2) = <<<3, 1>, <2, 1>>, <1, 2>>

(2.1 1.2 1.3) = <<2, 1>, <<1, 2>, <1, 3>>>

(3.1 2.1 1.3) = <<<3, 1>, <2, 1>>, <1, 3>>, usw.

(3.1 1.2 1.3) = <<3, 1>, <<1, 2>, <1, 3>>>, usw.

2. Elemente einer semiotischen Relationentheorie

Das Kartesische Produkt zweier Mengen A und B ist die Menge aller geordneten Paare, deren erste Komponenten in A und deren zweite in B liegen (wobei A = B sein kann): $A \times B = \{\langle x, y\rangle : x \in A \;\&\; y \in B\}$. Ein Beispiel ist die Menge der Primzeichen **S**, die das Kartesische Produkt **S** × **S**, also von **S** in sich, bildet und gleich der Menge der geordneten Paare der Kleinen Matrix ist.

Da jede Menge von geordneten Paaren eine Relation ist, ist jede Teilmenge eines Kartesischen Produktes eine Relation zwischen der ersten und der zweiten Komponente jedes geordneten Paares. Als Beispiel stehe die vollständige Zeichenrelation (ZR), die alle geordneten Paare von **S** × **S** enthält, d.h. die universelle Relation in **S** ist.

Ist R eine Relation in einer Menge A, die für alle $x \in A$ die Paare <x, x> und keine anderen enthält, so heißt R die Identitätsrelation in A (i_A). Im Falle von **S** ist dies die Menge <<<3, 3>, <2, 2>>, <1, 1>>, die Kategorienklasse oder Hauptdiagonale der Kleinen Matrix.

Ist R eine Relation von A nach B, dann heißt $R' = (A \times B)\backslash R$ das Komplement von R. Da ZR die universelle Relation in **S** ist, ist ihr Komplement die leere Relation, also $ZR' = \{\emptyset\}$.

Ist R eine Relation, dann enthält die inverse Relation R^{-1} alle geordneten Paare aus R mit vertauschten ersten und zweiten Komponenten. Im Falle von ZR heißen die Inversen der Relationen Realitätsthematiken. Als Beispiel stehe die Zeichenklasse $<<<3, 2>, <2, 3>>, <1, 3>>$, deren Inverse $<<3, 1>, <<3, 2>, <2, 3>>>$ ist.

Die im folgenden zu behandelnden Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie und Transitivität sind interessant für die vollständige Zeichenrelation $\mathbf{S} \times \mathbf{S}$, da sie nur bei Relationen in einer Menge A, nicht aber bei solchen einer Menge A nach einer Menge B auftreten.

Sei A eine Menge und R eine Relation in A. R ist reflexiv genau dann, wenn alle Paare $<x, x>$ in R liegen für jedes x in A: R ist reflexiv in A $\leftrightarrow (\forall x)\ (x \in A \rightarrow xRx)$. Beispiele sind die Kleine Matrix und die Kategorienklasse $<<<3, 3>, <2, 2>>, <1, 1>>$.

Enthält eine Relation dagegen kein Paar der Form $<x, x>$, so heißt sie irreflexiv: R ist irreflexiv in A $\leftrightarrow (\forall x)\ (x \in A \leftrightarrow \neg(xRx))$. Beispiele sind die Primzeichenrelation und die Zeichenklassen $<<<3, 1>, <2, 1>>, <1, 2>>$,

<<<3, 1>, <2, 1>>, <1, 3>>, <<<3, 1>, <2, 3>>, <1, 3>> und <<<3, 2>, <2, 3>>, <1, 3>>, die keine genuinen Subzeichen enthalten.

Nichtreflexiv wird eine Relation genannt, die nicht alle (aber möglicherweise einige) Paare <x, x> enthält: R ist nichtreflexiv in $A \leftrightarrow \neg(\forall x)$ $(x \in A \leftrightarrow xRx)$. Beispiele sind die aufgezählten irreflexiven Relationen sowie die Hauptzeichenklassen <<<3, 1>, <2, 1>>, <1, 1>>, <<<3, 2>, <2, 2>>, <1, 2>>, <<<3, 3>, <2, 3>>, <1, 3>>, die Zeichenklassen <<<3, 1>, <2, 2>>, <1, 2>> und <<<3, 2>, <2, 2>>, <1, 3>> und die selbstduale Zeichenklasse <<<3, 1>, <2, 2>>, <1, 3>>.

Eine Relation R in A ist symmetrisch genau dann, wenn für jedes <x, y> in R das Paar <y, x> ebenfalls in R liegt: R ist symmetrisch in $A \leftrightarrow (\forall xy)$ $(x, y \in A$ & $xRy \rightarrow yRx)$. Beispiele sind die selbstduale Zeichenklasse <<<3, 1>, <2, 2>>, <1, 3>>, die Kategorienklasse <<<3, 3>, <2, 2>>, <1, 1>>, die Kleine Matrix sowie Rumpfklassen wie <<3, 1>, <1, 3>>, <<2, 1>, <1, 2>> oder <<3, 2>, <2, 3>>.

Falls eine Relation R für kein <x, y> das Paar <y, x> enthält, heißt sie asymmetrisch: R ist asymmetrisch in $A \leftrightarrow (\forall xy)$ $(x, y \in A$ & $xRy \leftrightarrow \neg(yRx))$. Beispiele sind die Primzeichenrelation und Zeichenrümpfe wie <<3, 1>, <1, 2>>, <<3, 2>, <1, 3>> oder <<2, 3>, <1, 3>>. Es gibt hingegen keine asymmetrischen Zeichenklassen, da jede Zeichenklasse entweder ein genuines oder zwei zueinander duale Subzeichen oder beides enthält und somit nichtsymmetrisch oder symmetrisch ist.

Enthält eine Relation nicht alle (aber allenfalls einige) Paare <y, x> für jedes <x, y>, heißt sie nichtsymmetrisch: R ist nichtsymmetrisch in A $\leftrightarrow \neg(\forall xy)$ $(x, y \in A \ \& \ xRy \leftrightarrow yRx)$. Beispiele sind die aufgezählten asymmetrischen Relationen sowie alle Zeichenklassen mit Ausnahme der selbstdualen, der Kategorienklasse und der Kleinen Matrix.

Antisymmetrisch wird eine Relation genannt, die zwar asymmetrisch ist, aber Paare der Form <x, x> enthalten darf: R ist antisymmetrisch in A $\leftrightarrow (\forall xy)$ $(x, y \in A \ \& \ xRy \ \& \ yRx \rightarrow x = y)$. Beispiele sind die Primzeichenrelation und Zeichenrümpfe wie <<3, 1>, <1, 2>>, <<3, 2>, <1, 3>> oder <<2, 3>, <1, 3>> sowie alle Zeichenklassen, die ein oder mehrere genuine Subzeichen enthalten.

Eine Relation ist transitiv genau dann, wenn für alle <x, y> und <y, z> aus R das Paar <x, z> ebenfalls in R liegt: R ist transitiv in A $\leftrightarrow (\forall xyz)$ $(x, y, z \in A \ \& \ xRy \ \& \ yRz \rightarrow xRz)$. Beispiele sind die Hauptzeichenklassen <<<3, 1>, <2, 1>, <1, 1>>, <<<3, 2, <2, 2>, <1, 2>>, <<<3, 3, <2, 3>, <1, 3>>, die Kategorienklasse <<<3, 3, <2, 2>>, <1, 1>>, die Kleine Matrix und die Primzeichenrelation.

Bei einer intransitiven Relation liegt für alle <x, y> und <y, z> aus R das Paar <x, z> nicht in R: R ist intransitiv in A $\leftrightarrow (\forall xyz)$ $(x, y, z \in A \ \& \ xRy \ \& \ yRz \rightarrow \neg(xRz))$. Beispiele sind die Zeichenklassen, die kein genuines Subzeichen enthalten (weshalb sie mit den irreflexiven identisch sind), d.h. <<<3, 1>, <2, 1>, <1, 2>>, <<<3, 1>, <2, 1>, <1, 3>>, <<<3, 1>, <2, 3>, <1, 3>> und <<<3, 2>, <2, 3>, <1, 3>>.

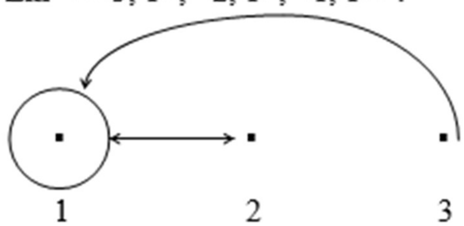
Enthält eine Relation R für alle <x, y> und <y, z> nicht alle (aber vielleicht einige) Paare <x, z>, so ist sie nichttransitiv: R ist nichttransitiv in $A \leftrightarrow \neg(\forall xyz)\ (x, y, z \in A \ \&\ xRy \ \&\ yRz \rightarrow xRz)$. Beispiele sind die aufgezählten intransitiven Zeichenklassen, die Zeichenklassen <<<3, 1>, <2, 2>, <1, 2>> und <<<3, 2>, <2, 2>, <1, 3>> sowie die selbstduale Zeichenklasse <<<3, 1>, <2, 2>, <1, 3>>.

Eine Relation R in A ist konnex genau dann, wenn für alle paarweise verschiedenen Elemente x und y aus A entweder <x, y>, <y, x> oder beide in R liegen: R ist konnex in $A \leftrightarrow (\forall xy)\ (x, y \in A \ \&\ x \neq y \rightarrow xRy \vee yRx)$. Beispiele sind die Primzeichenrelation und die Kleine Matrix.

Nun kann das semiotische Dualsystem ordnungstheoretisch dargestellt werden. Die Elemente der Trägermenge S = {1, 2, 3} werden durch etikettierte Punkte bezeichnet, die je nach Relation durch mono- oder bidirektionale Pfeile bzw. Identitätsschleifen miteinander verbunden werden. Da die Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie, Transitivität und Konnexität beim Übergang von R zu R^{-1} erhalten bleiben, weisen bei den Dualsystemen Zeichenklassen und Realitätsthematiken die gleiche ordnungstheoretische Struktur auf.

(5) Beispiel 1: Die Zkl <<<3, 1>, <2, 1>, <1, 1>> und ihre koordinierte Rth <<1, 1>, <<1, 2>, <1, 3>>> sind nichtreflexive, nichtsymmetrische und transitive Relationen.

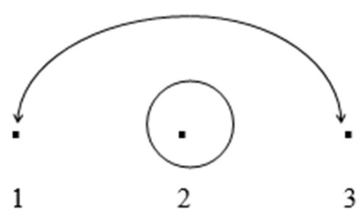
Zkl <<<3, 1>, <2, 1>, <1, 1>>:



Rth <<1, 1>, <<1, 2>, <1, 3>>>:

(6) Beispiel 2: Die mit ihrer Realitätsthematik identische Zeichenklasse <<<3, 1>, <2, 2>, <1, 3>> ist eine nichtreflexive, symmetrische und nichttransitive Relation und im semiotischen Zehnersystem das einzige selbstduale Relativ. Die mathematischen und semiotischen Eigenschaften dieser Relation subsumierte Max Bense unter dem Begriff der "Eigenrealität" (vgl. Bense 1992).

Zkl <<<3, 1>, <2, 2>, <1, 3>> × Rth <<3, 1>, <2, 2>, <1, 3>>>:



Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Permutationen und relationale Klammerungen

1. Wir kommen hier ein weiteres Mal auf Benses Feststellung zurück, die triadische Peircesche Zeichenrelation sei eine Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation, so zwar, dass die monadische in der dyadischen und beide in der triadischen Relation eingeschlossen sei (Bense 1979, S. 53, 67).

2. Obwohl Bense als Grundform die folgende Struktur der Peirceschen triadischen Relation angibt (1979, S. 67)

$$ZR1 = ((M), ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I))),$$

werden die Zeichenklassen (aufgrund einer falsch angewendeten „pragmatischen Maxime“, herausgelesen aus Peirce) wie folgt konstruiert:

$$\times ZR1 = \times((M), ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I))) = (((I \rightarrow O), (O \rightarrow M), (M)),$$

d.h. zuerst wird I auf O und dann O auf M abgebildet, und zwar ist dies deshalb möglich, weil wegen der transitiven Inklusion von ZR ja $O \supset M$ gilt, so dass also die trichotomischen Werte von M direkt nur von O, nicht von I abhängen.

3. Nun ist es aber so, dass es, entsprechend den 6 möglichen Permutationen einer triadischen Relation, auch 6 mögliche relationale Klammerungen für inklusive Relationen gibt, die leider in der Semiotik, von meinem eigenen jüngeren Arbeiten abgesehen (vgl. Toth 2009a, b), ganz übersehen wurden:

$ZR1 = ((M), ((M \to O), (O \to I)))$

$\times ZR1 = \times((M), ((M \to O), (O \to I))) = (((I \to O), (O \to M)), (M))$

$ZR2 = ((M), ((O \to I), (M \to O)))$

$\times ZR2 = ((M), ((O \to I), (M \to O))) = (((O \to M), (I \to O)), (M))$

$ZR3 = ((O \to I), ((M), (M \to O)))$

$\times ZR3 = ((O \to I), ((M), (M \to O))) = (((O \to M), (M)), (I \to O))$

$ZR4 = ((O \to I), ((M \to O), (M)))$

$\times\, ZR4 = ((O \to I), ((M \to O), (M)) = (((M), (O \to M)), (I \to O))$

$ZR5 = ((M \to O), ((M), (O \to I)))$

$\times\, ZR5 = ((M \to O), ((M), (O \to I))) = (((I \to O), (M)), (O \to M))$

$ZR6 = ((M \to O), ((O \to I), (M)))$

$\times\, ZR6 = ((M \to O), ((O \to I), (M))) = (((M), (I \to O)), (O \to M))$

4. Wenn wir nun über den 6 Ordnungsrelationen die entsprechenden Zeichenklassen (und Realitätsthematiken) konstruieren, bekommen wir folgende Schemata:

1. $OR1 = (((I \to O), (O \to M)), (M))$

   $Zkl1 = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

2. OR2 = $(((O \rightarrow M), (I \rightarrow O)), (M))$

Zkl2 = (2.b 3.a 1.c)

3. OR3 = $(((O \rightarrow M), (M)), (I \rightarrow O))$

Zkl3 = (2.b 1.c 3.a)

4. OR4 = $(((M), (O \rightarrow M)), (I \rightarrow O))$

Zkl4 = (1.c 2.b 3.a)

5. OR5 = $(((I \rightarrow O), (M)), (O \rightarrow M))$

Zkl5 = (3.a 1.c 2.b)

6. OR6 = $(((M), (I \rightarrow O)), (O \rightarrow M))$

Zkl6 = (1.c 3.a 2.b)

5. Für all diejenigen, denen nicht klar geworden ist, worum es hier geht: Nimmt man eine gewöhnliche Peircesche Zkl1, z.B. (3.1 2.1 1.3) und permutiert sie auf alle 6 möglichen Weisen, d.h.

(3.1 2.1 1.3)
(3.1 1.3 2.1)
(2.1 3.1 1.3)
(2.1 1.3 3.1)
(1.3 3.1 2.1)
(1.3 2.1 3.1),

bleibt die in Zkl1 definierte relationale Klammerung bestehen. Es kommt also nicht viel Wesentlich neues heraus. Passt man hingegen die Klammerung an und bildet z.B. von (2.1 3.1 1.3) aus auf dem dieser Permutation zugrunde liegenden Ordnungsschema (2.b 3.a 1.c) Zeichenklassen, erhält man z.B.

(2.1 3.1 1.1)
(2.1 3.1 1.2)
(2.1 3.1 1.c)

(2.1 3.2 1.2)
(2.1 3.2 1.3)
(2.1 3.3 1.3), usw.,

d.h. man erhält bereits hier nach der ersten Trichotomischen Triaden eine neue Trichotomische Triade, die über Zkl1 bzw. dessen Ordnung (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c nicht definiert ist, d.h. aus „irregulären" Zeichenklassen zusammengesetzt sind (sofern sie der Ordnung von Zkl1 angepasst werden: *(3.2 2.1 1.2), *(3.2 2.1 1.3), *(3.3 2.1 1.3), usw.).

6. Die Permutation nicht nur der Subzeichen, sondern auch der relationen Klammerung – und damit der Ordnung über der Menge der Fundamentalkategorien – erzeugt also jedesmal ein völlig neues System von 10 Dualystemen, das nicht mit dem ursprünglichen Peirceschen Dualsystem übereinstimmt. Würde man, wozu es gute Gründe gibt, zusätzlich die Inklusionsordnungen

2. (b ≤ a ≤ c)

3. (b ≤ c ≤ a)

4. (c ≤ b ≤ a)

5. (a ≤ c ≤ b)

6. (c ≤ a ≤ b)

aufheben, erhielte ja sogar 1 mal 10 plus 5 mal 27 verschiedene Dualsysteme. Wir halten hier aber vorläufig an den Inklusionsordnungen fest und geben die Übersicht über die neu gewonnenen Dualsysteme, die das semiotische Organon ganz gewiss enorm bereichern.

6.1. Zkl1 = (3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3) = Rth1

6.1.1.	(3.1 2.1 1.1)	×	(1.1 1.2 1.3)
6.1.2.	(3.1 2.1 1.2)	×	(2.1 1.2 1.3)
6.1.3.	(3.1 2.1 1.3)	×	(3.1 1.2 1.3)
6.1.4.	(3.1 2.2 1.2)	×	(2.1 2.2 1.3)
6.1.5.	(3.1 2.2 1.3)	×	(3.1 2.2 1.3)
6.1.6.	(3.1 2.3 1.3)	×	(3.1 3.2 1.3)
6.1.7.	(3.2 2.2 1.2)	×	(2.1 2.2 2.3)
6.1.8.	(3.2 2.2 1.3)	×	(3.1 2.2 2.3)
6.1.9.	(3.2 2.3 1.3)	×	(3.1 3.2 2.3)
6.1.10.	(3.3 2.3 1.3)	×	(3.1 3.2 3.3)

6.2. Zkl2 = (2.b 3.a 1.c) × (c.1 a.3 b.2) = Rth2

6.2.1. (2.1 3.1 1.1) × (1.1 1.3 1.2)

6.2.2. (2.1 3.1 1.2) × (2.1 1.3 1.2)

6.2.3. (2.1 3.1 1.3) × (3.1 1.3 1.2)

6.2.4. (2.1 3.2 1.2) × (2.1 2.3 1.2)

6.2.5. (2.1 3.2 1.3) × (3.1 2.3 1.2)

6.2.6. (2.1 3.3 1.3) × (3.1 3.3 1.2)

6.2.7. (2.2 3.2 1.2) × (2.1 2.3 2.2)

6.2.8. (2.2 3.2 1.3) × (3.1 2.3 2.2)

6.2.9. (2.2 3.3 1.3) × (3.1 3.3 2.2)

6.2.10. (2.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.2)

6.3. Zkl3 = (2.b 1.c 3.a) × (a.3 c.1 b.2) = Rth3

6.3.1. (2.1 1.1 3.1) × (1.3 1.1 1.2)

6.3.2. (2.1 1.1 3.2) × (2.3 1.1 1.2)

6.3.3. (2.1 1.1 3.3) × (3.3 1.1 1.2)

6.3.4. (2.1 1.2 3.2) × (2.3 2.1 1.2)

6.3.5. (2.1 1.2 3.3) × (3.3 2.1 1.2)

6.3.6. (2.1 1.3 3.3) × (3.3 3.1 1.2)

6.3.7. (2.2 1.2 3.2) × (2.3 2.1 2.2)

6.3.8. (2.2 1.2 3.3) × (3.3 2.1 2.2)

6.3.9. (2.2 1.3 3.3) × (3.3 3.1 2.2)

6.3.10. (2.3 1.3 3.3) × (3.3 3.1 3.2)

6.4. Zkl4 = (1.c 2.b 3.a) × (a.3 b.2 c.1) = Rth4

6.4.1. (1.1 2.1 3.1) × (1.3 1.2 1.1)

6.4.2. (1.1 2.1 3.2) × (2.3 1.2 1.1)

6.4.3. (1.1 2.1 3.3) × (3.3 1.2 1.1)

6.4.4. (1.1 2.2 3.2) × (2.3 2.2 1.1)

6.4.5. (1.1 2.2 3.3) × (3.3 2.2 1.1)

6.4.6. (1.1 2.3 3.3) × (3.3 3.2 1.1)

6.4.7. (1.2 2.2 3.2) × (2.3 2.2 2.1)

6.4.8. (1.2 2.2 3.3) × (3.3 2.2 2.1)

6.4.9. (1.2 2.3 3.3) × (3.3 3.2 2.1)

6.4.10. (1.3 2.3 3.3) × (3.3 3.2 3.1)

6.5. Zkl5 = (3.a 1.c 2.b) × (b.2 c.1 a.3) = Rth5

6.5.1. (3.1 1.1 2.1) × (1.2 1.1 1.3)

6.5.2. (3.1 1.1 2.2) × (2.2 1.1 1.3)

6.5.3. (3.1 1.1 2.3) × (3.2 1.1 1.3)

6.5.4. (3.1 1.2 2.2) × (2.2 2.1 1.3)

6.5.5. (3.1 1.2 2.3) × (3.2 2.1 1.3)

6.5.6. (3.1 1.3 2.3) × (3.2 3.1 1.3)

6.5.7. (3.2 1.2 2.2) × (2.2 2.1 2.3)

6.5.8. (3.2 1.2 2.3) × (3.2 2.1 2.3)

6.5.9. (3.2 1.3 2.3) × (3.2 3.1 2.3)

6.5.10. (3.3 1.3 2.3) × (3.2 3.1 3.3)

6.6. Zkl6 = (1.c 3.a 2.b)

6.6.1. (1.1 3.1 2.1) × (1.2 1.3 1.1)

6.6.2. (1.1 3.1 2.2) × (2.2 1.3 1.1)

6.6.3. (1.1 3.1 2.3) × (3.2 1.3 1.1)

6.6.4. (1.1 3.2 2.2) × (2.2 2.3 1.1)

6.6.5. (1.1 3.2 2.3) × (3.2 2.3 1.1)

6.6.6. (1.1 3.3 2.3) × (3.2 3.3 1.1)

6.6.7. (1.2 3.2 2.2) × (2.2 2.3 2.1)

6.6.8. (1.2 3.2 2.3) × (3.2 2.3 2.1)

6.6.9. (1.2 3.3 2.3) × (3.2 3.3 2.1)

6.6.10. (1.3 3.3 2.3) × (3.2 3.3 3.1)

Man bemerkt, dass man erst jetzt alle theoretischen Möglichkeiten der Definition einer triadischen Relation als „Verschachtelung“ über einer monadische, einer dyadischen und einer triadischen Relation ausgenutzt hat. Am besten sieht man dies auch an den durch die Realitätsthematiken thematisierten strukturellen Realitäten. Findet sich z.B. im Peirceschen Zehnersystem unter dem M-them. O einzig

(2.1 $\underline{1.2\ 1.3}$) (6.1.2)

so haben wir jetzt dank der übrigen 5 Systeme zusaätzlich

(2.1 $\underline{1.3\ 1.2}$) (6.2.2.)

(2.3 $\underline{1.1\ 1.2}$) (6.3.2.)
(2.3 $\underline{1.2\ 1.1}$) (6.4.2.)

(2.2 $\underline{1.1\ 1.3}$) (6.5.2.)
(2.2 $\underline{1.3\ 1.1}$) (6.6.2.),

d.h. die in Zkl1 fehlenden Thematisate des vollständigen Objektbezuges. Bemerkenswerterweise geht diese Vervollständigung der thematisierten Subzeichen einher mit einer Vervollständigung der trichotomischen Stellenwerte der thematisierenden Subzeichen, denn wir haben ja

$(2.\underline{1}) \leftarrow (1.\underline{2}\ 1.\underline{3})$
$(2.\underline{2}) \leftarrow (1.\underline{1}\ 1.\underline{3})/(1.\underline{3}\ 1.\underline{1})$
$(2.\underline{3}) \leftarrow (1.\underline{1}\ 1.\underline{2})/(1.\underline{2}\ 1.\underline{1})$.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Die semiotischen "Schachtelrealitäten". In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Zu welchem semiotischen System führt die Vereinigung der vier verschachtelten Dualsysteme? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Quasiordnungen

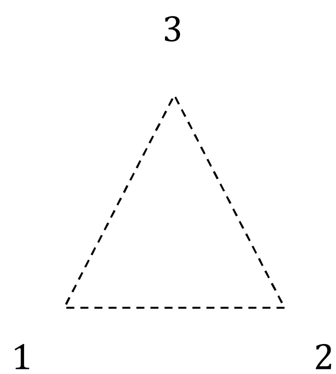
1. Während mit der Anwendung von Verbänden in der Semiotik schon früh begonnen wurde (siehe die Referate bei Walther 1979, s. 135 ff. und Toth 2008, S. 71 ff.), gibt es bisher nur sporadische Arbeiten zu einer über die Verbände hinausgehenden, allgemeineren semiotischen Ordnungstheorie (vgl. Toth 1996; 2008, S. 64 ff. Vergleichweise besser steht es mit Arbeiten zur algebraischen (vgl. Toth 2008, S. 36 ff.) und zur topologischen Semiotik (vgl. Toth 2008, S. 96 ff.). Eine systematische Aufarbeitung einer ordnungs-theoretischen Semiotik erweist sich deshalb als dringendes Desiderat. Sozusagen als Vorbereitung dazu wird im folgenden eine Übersicht über die triadischen semiotischen Quasiordnungen gegeben, und zwar im Anschluss an das auf der folgenden Seite abgebildete Schema von Erné (1982, S. 65).

2. Das folgende Schema aus Erné enthält

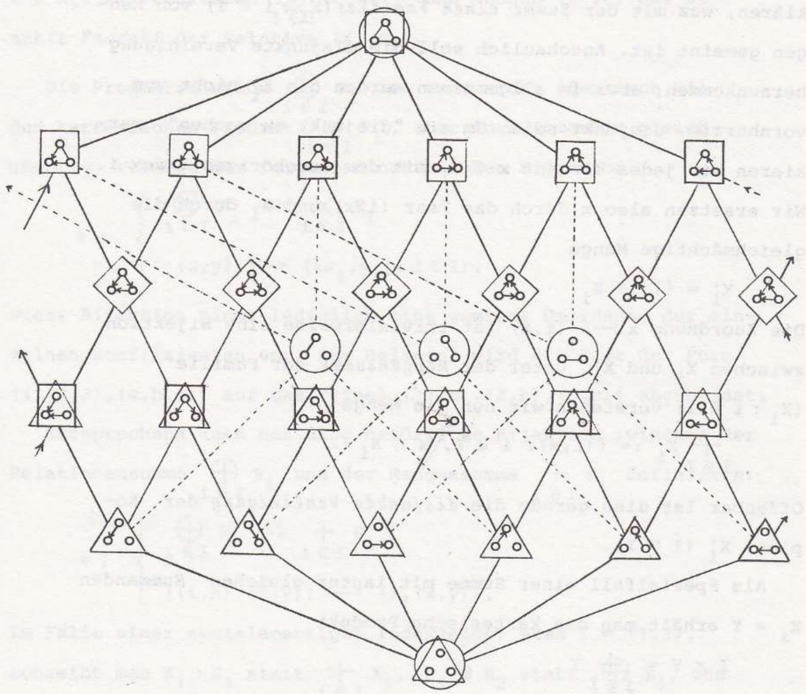
- Äquivalenzrelationen, d.h. reflexive, transitive und symmetrische Ordnungen
- Halbordnungen, d.h. reflexive, transitive und antisymmetrische Ordnungen
- Zusammenhänge, d.h. reflexive, transitive, antisymmetrische und totale Ordnungen
- Lineare Ordnungen (v.a. Halbordnungen und Zusammenhänge)

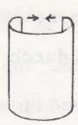
Diese Ordnungstypen fallen damit alle unter den Begriff der Quasiordnung, worunter eine reflexive und transitive Ordnung verstanden wird.

Wir setzen fest, dass für die Zuordnung von Fundamentalkategorien zu den Ecken der Graphen in Ernés Schema folgendes gelten soll:



3.21. DIAGRAMM : *Quasiordnungen auf einer dreielementigen Menge*





Dieses Diagramm muß man an der linken und rechten Kante zu einem "Zylinder" zusammenheften!

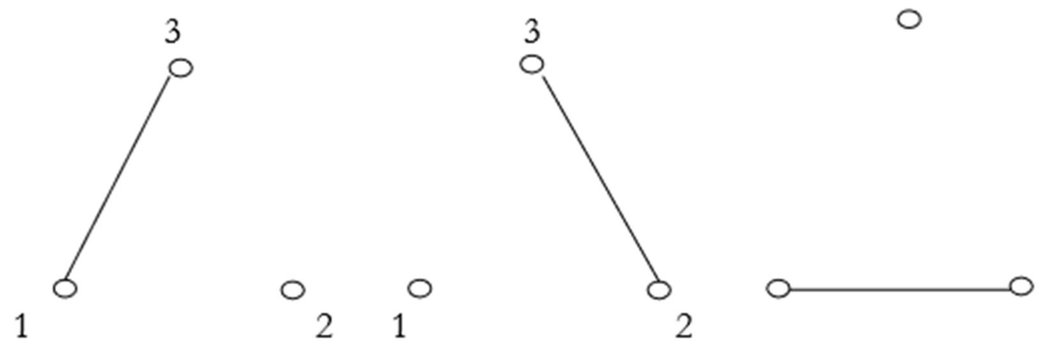
Äquivalenzrelation

Halbordnung

zusammenhängend

lineare Ordnung (insbesondere und)

3. Wie man erkennt, gibt in einer dreielementigen Menge nur 3 „reine“ Äquivalenzrelationen:



denn die „reine“ Menge der Fundamentalkategorien (an der Wurzel des Schemas) ist gleichzeitig eine Halbordnung, und der vollständige Graph (am Gipfel des Schemas) ist gleichzeitig ein Zusammenhang.

Bemerkenswert und für die weitere semiotische Forschung wichtig ist, dass die Quasiordnung im Gipfel in eine Reihe von Zusammenhängen zerfällt, welche zu linearen Ordnungen führen, bevor sie quasi in den „reinen“ Äquivalenzrelationen „aufgesogen“ werden, während die Reihenfolge gerade umgekehrt ist, wenn man von den Wurzel her kommt.

Bibliographie

Erné, Marcel, Einführung in die Ordnungstheorie. Mannheim 1982

Toth, Alfred, Grundriss einer ordnungstheoretischen Semiotik. In: European Journal for Semiotic Studies 8 (1996), S. 503-526

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Mehrdimensionale Zeichenklassen mit 3-dimensionalen Umgebungen

1. Die Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix sind bekanntlich dyadische Relationen, und aus je drei dyadischen Relationen werden die 10 Peirceschen Zeichenklassen zusammengesetzt:

$Sz^2 = (a.b)$ mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$

$Zkl^2 = (3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$

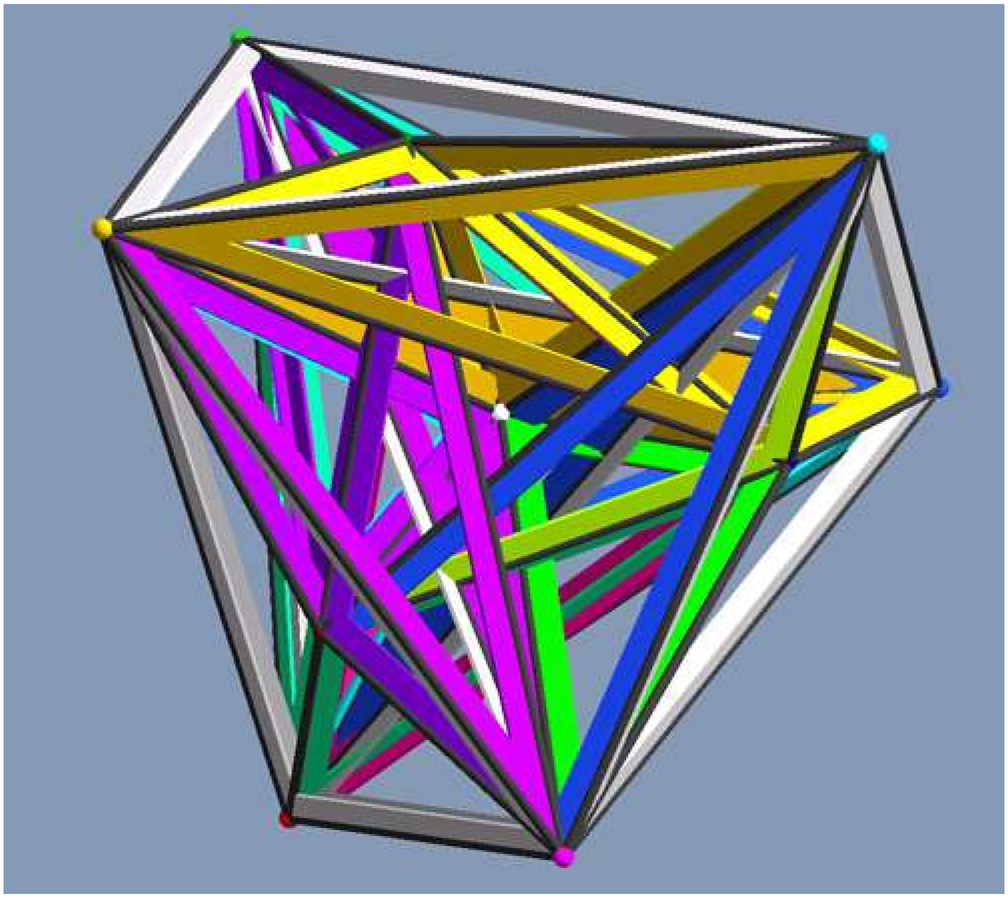
Solche Zeichenklassen sind 2-dimensional, da sie eindeutig durch Punkte in der Gaußschen Zahlenebene darstellbar sind.

2. Auf der Basis von Arin (1981, S. 220 ff.) wurden in Toth (2009) 4-dimensionale Zeichenklassen wie folgt definiert:

$Sz^4 = ((a.b)\ (c.d))$ mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$

$Zkl^4 = (3.a\ (1.b\ 2.c\ 3.d)\ 2.e\ (1.f\ 2.g\ 3.h)\ 1.i\ (1.j\ 2.k\ 3.l))$ mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$

Diese Zeichenklassen sind 4-dimensional, da zur Darstellung ihrer Subzeichen als Paaren von Dyaden Quaternionen nötig sind. Allerdings erkennt man, dass alle drei Subzeichen von Zkl^4 durch 3-dimensionale semiotische Umgebungen bestimmt sind, welche Teilräume der 4-dimensionalen Zeichenbezugsräume definieren. Als ein mögliches semiotisches Modell bietet sich das Hendekachoron, ein reguläres Polytop, zusammengesetzt aus 5 Halb-Ikosaedern, an (aus: Séquin und Lanier 2007):



3. Nun korrespondieren die einfachen Dyaden natürlich den komplexen Zahlen, da sie ja in der Form (±a.±b) in der Gaußschen Ebene dargestellt werden können. Wir können uns allerdings fragen, welche Möglichkeiten, Zeichenklassen aus Subzeichen zu bilden sich zwischen den komplexen Zahlen und den Quaternionen bieten. Ein Vorschlag zur Definition von 3-dimensionalen Zeichenklassen stammt von Stiebing (1978). Die Subzeichen und Zeichenklassen haben die folgende allgemeine Form:

$Sz^4 = (a.b.c)$, $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$

$Zkl^4 = ((a.b.c)\ (d.e.f)\ (g.h.i))$

Stiebing setzt ferner a, d und g als semiotische Dimensionszahlen fest, wobei a = 1, d = 2 und g = 3, d.h.

$Zkl^4 = ((3.a.b)\ (2.c.d)\ (1.e.f))$.

Theoretisch haben wir allerdings auch die beiden folgenden zusätzlichen Möglicheiten:

$Zkl^4 = ((3.a.b)\ (2.c.d)\ (1.e.f))$
$Zkl^4 = ((a.b.3)\ (c.d.2)\ (e.f.1))$

Nun determiniert im 4-dimensionalen Zeichenmodell nach Arin (1981)

$Zkl^4 = (3.a\ (1.b\ 2.c\ 3.d)\ 2.e\ (1.f\ 2.g\ 3.h)\ 1.i\ (1.j\ 2.k\ 3.l))$ mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$

jeweils eine Zeichenklasse ein Subzeichen aus jedem der drei Zeichenbezüge, wobei die Determinationen lexikographisch geordnet sind:

$Zkl^4 = (3.a\ (Det(1) < Det(2) < Det(3))\ 2.e\ (Det(1) < Det(2) < Det(3))\ 1.i\ (Det(1) < Det(2) < Det(3))$

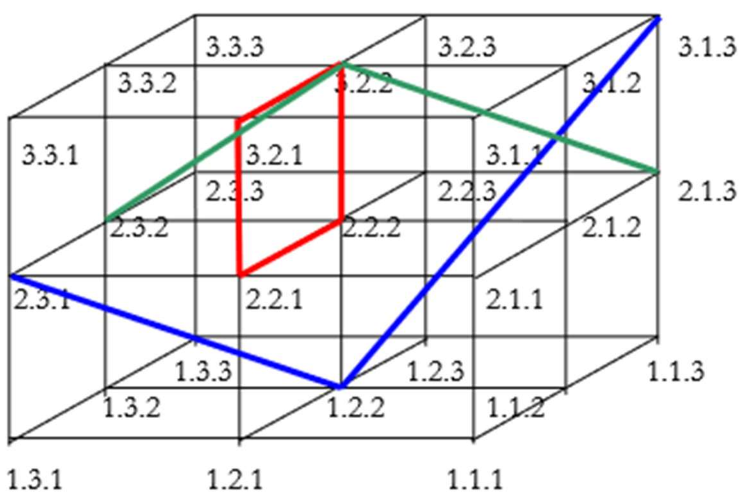
Wir können damit das nicht-determinierte Stiebingsche 3-dimensionale Zeichenschema wie folgt in ein determiniertes Zeichenschema umwandeln:

$Zkl^3 = (a.b.c\ (d.1.e\ f.2.g\ h.3.i)\ j.kh.l\ (m.1.n\ o.2.p\ q.3.r)\ s.t.u\ (v.1.w\ x2.y\ z.3.\alpha))$
mit $a, ..., \alpha \in \{.1, .2, .3\}$

Wenn wir also die Stiebingsche Zuschreibung des ersten Bezugs jedes Subzeichen-Tripels mit einer Dimensionszahl übernehmen, erhalten wir das allgemeine Schema 3-dimensionaler Zeichenklassen:

$Zkl^3 =$ (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j (k.1.l m.2.n o.3.p) 1.q.r (s.1.t u.2.v w.3.x))

Diese 3-dimensionalen Zeichenklassen bestehen also aus triadischen Subzeichen, die in jedem der drei Bezüge durch eine triadische Umgebung als Teilraum des 3-dimensionalen semiotischen Raums bestimmt werden. Willkürliche 3-dimensionale Umgebungen des frei gewählten Punktes (2.2.2) im Stiebingschen Zeichenmodell (Stiebing 1978, vgl. Toth 2008) sind etwa:



Die rote Umgebung ((2.2.1) (2.2.2), (3.2.1) (3.2.2)) enthält also den Punkt (2.2.2), dessen Umgebung sie ist und ist eine Fläche des 3-dimensionalen semiotischen Raumes. Die blaue ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)) und die grüne Umgebung ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3)) sind im Gegensatz zur roten dyadischen Umgebung triadisch. Es stellt sich also das Problem, wie dieses Umgebung in Zeichenklassen formal dargestellt werden können. Legt man sich auf keine bestimmte Zeichenklasse fest, ergeben sich folgende Möglichkeiten:

1. Für ((2.2.1) (2.2.2)):

Zkl³ = (3.a.b ((2.2.1) (2.2.2) c.3.d) 2.e.f (g.1.h i.2.j k.3.l) 1.m.n (o.1.p q.2.r s.3.t))

Zkl³ = (3.a.b (c.1.d (2.2.1) (2.2.2)) 2.e.f (g.1.h i.2.j k.3.l) 1.m.n (o.1.p q.2.r s.3.t))

Zkl³ = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j ((2.2.1) (2.2.2) k.3.l) 1.m.n (o.1.p q.2.r s.3.t))

Zkl³ = (a.b.c (d.1.e f.2.g h.3.i) j.k.l (m.1.n (2.2.1) (2.2.2)) o.p.q (r.1.s t2.u v.3.w))

Zkl³ = (a.b.c (d.1.e f.2.g h.3.i) j.kl (m.1.n o.2.p q.3.r) s.t.u ((2.2.1) (2.2.2) v.w.x))

Zkl³ = (a.b.c (d.1.e f.2.g h.3.i) j.kl (m.1.n o.2.p q.3.r) s.t.u (v.1.w (2.2.1) (2.2.2)))

2. Für ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)):

Zkl³ = (3.a.b ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)) 2.c.d (l.1.m n.2.o p.3.q) 1.e.f (g.1.h i.2.j k.3.l))

Zkl³ = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3))1.k.l (m.1.nu o.2.p q.3.r))

Zkl³ = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j (k.1.l m.2.n o.3.p) 1.q.r ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)))

3. Für ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3)):

Zkl³ = (3.a.b ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3)) 2.c.d (e.1.f g.2.h i.3.j) 1.k.l (m.1.n o.2.p q.3.r))

Zkl³ = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3))1.k.l (m.1.n o.2.p q.3.r))

Zkl³ = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j (k.1.l m.2.n o.3.p) 1.q.r ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3)))

Somit brauchen nur noch die die elementaren Peirceschen Zeichenklassen bestimmenden Subzeichen für die durch Buchstaben gekennzeichneten Variablen eingesetzt werden.

Bibliographie

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Séquin, Carlo H./Lanier, Jaron, Hyperseeing the regular Hendecachoron. In: http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/PAPERS/2007_ISAMA_11Cell.pdf (2007)

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Determinierte und nicht-determinierte Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Kubisches Zeichenmodell für determinierte Zeichenklassen

1. Die Unterscheidung zwischen determinierten und nicht-determinierten Zeichenklassen geht auf eine Idee Arin zurück, jeden der drei Bezüge des Peirceschen Zeichens durch eine, retrosemiosisch geordnete, vollständige Zeichenrelation zu determinieren (vgl. Arin 1981, S. 220). Diese Arinschen Zeichenklassen haben folgende allgemeine Form

$$ZR+ = (3.a\ (1.\alpha\ 2.\beta\ 3.\gamma)\ 2.b\ (1.\delta\ 2.\varepsilon\ 3.\zeta)\ 1.c\ (1.\eta\ 2.\theta\ 3.\iota))$$

$$\text{mit } a, b, c; \alpha, ..., \iota \in \{.1, .2, .3\}$$

2. Arin (1981, S. 264) hatte nun eine kubische Deutung determinierter Zeichenklassen vorgeschlagen. Um dieses Modell operationell zu machen, schlage ich folgendes vor:

1. Dyaden der Form $(1.\alpha)$, $(2.\beta)$, $(3.\gamma)$, usw. werden als Ecken des Zeichenkubus aufgefasst. Sie sind die primären Zeichen, d.h. innerhalb des determineirenden Teils von ZR+ monadisch.

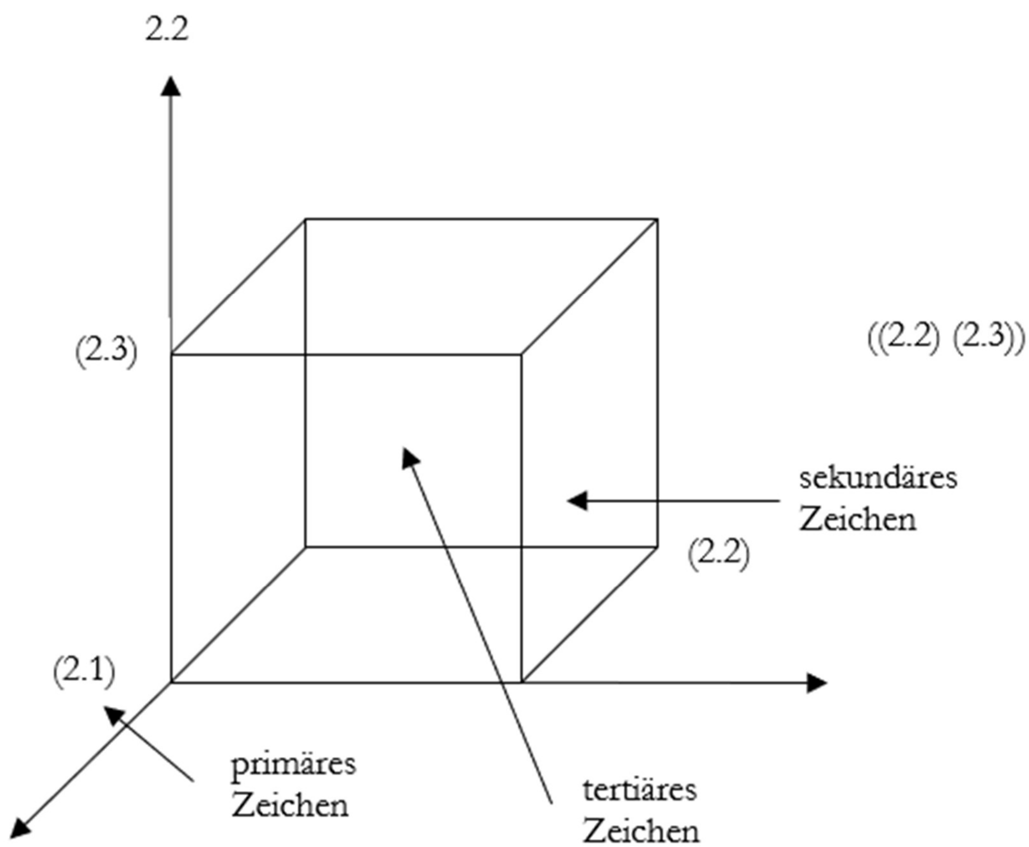
2. Dyaden-Paare der Form $((1.\alpha), (2.\beta))$, $((2.\gamma)\ (3.\delta))$, usw. sind als somit die Kanten des Zeichenkubus. Sie sind die sekundären Zeichen, d.h. innerhalb des determinierenden Teils von ZR+ dyadisch.

3. Paare von Dyaden-Paaren der Form $(((1.\alpha), (2.\beta)), ((1.\gamma), (2.\delta)))$ entsprechen damit den Flächen des Kubus. Sie sind die tertiären Zeichen, d.h. innerhalb des determinierenden Teils von ZR+ triadisch. Die 6 Flächen werden

somit bei α, ..., $\iota \in$ {.1, .2, .3} durch die folgenden 6 Paare von Subzeichen abgedeckt:

((a.1) (b.1))
((a.1) (b.2)) ((a.2) (b.2))
((a.1) (b.3)) ((a.2) (b.3)) ((a.3) (b.3)),

mit a, b $\in$ {1., 2., 3.}, wobei die tichotomischen Werte wie üblich aufgrund der semiotischen Inklusionsordnung ($a \leq b \leq c$) in ZR = (3.a 2.b 1.c) gewählt wurden. Wir haben dann also etwa im Falle des Objektbezugs, d.h. der Menge O = {(2.1), (2.2), (2.3)}:



Eine Arinsche Zeichenklasse ZR+ besteht somit aus 3 Punkten eines 3-dimensionalen semiotisches Raumes sowie zu jedem Punkt aus 3 3-dimensionalen Teilräumen, die durch die triadischen Hauptwerte für drei Ecken eindeutig bestimmt sind. Unter ihren 3 determinierenden Zeichenklassen werden deren triadische Partialrelationen als 3-dimensional, die dyadischen Partialreltionen als 2-dimensional und die monadischen Partialrelationen als 1-dimensional aufgefasst.

Bibliographie

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Eine Semiotik mit mehr als 1 Ontologie

1. Nach Bense (1967, S. 9) kann „jedes beliebige Etwas (im Prinzip) zum Zeichen“ erklärt werden. Dabei wird aber stillschweigend vorausgesetzt, dass das Zeichen, d.h. nach Benses Terminologie das Metaobjekt, und das Objekt der selben „Welt“, d.h. demselben „ontologischen Raum“ (Bense 1975, S. 65) angehören. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, kann man dies auf zwei Weisen formal ausdrücken:

1.1. Pluralität der ontologischen Realität

$\Omega_i \in \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n\}$

1.2. Pluralität der epistemologischen Realität

$\Omega_i = f\{\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3, ..., \mathcal{I}_n\}$

Im Falle von 1. haben wir also ein Zeichenmodell mit mehrsortigen Objekten, im Falle von 2. ein Zeichenmodell mit zusätzlich mehreren Interpretanten.

2. Nun besagt ein Theorem der objektiven Semiotik, dass normalerweise

$(\mathcal{M} \subset \Omega)$

gilt, da der Zeichenträger normalerweise dem gleichen ontologischen Raum angehört wie das Objekt, das er bezeichnet. Ausgenommen sind allerdings reine Gedankenzeichen, ausser, mal wolle die biochemischen Trägersubstanzen im Gehirn als Zeichenträger deklarieren. Für die beiden obigen Fälle bekommen wir also

2.1. $(\mathcal{M} \subset (\Omega_i \in \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n\})$

2.2. $(\mathcal{M} \subset (\Omega_i \subset \{\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3, ..., \mathcal{I}_n\})$

3. Wir kommen damit zum Schluss, dass bei Semiotiken, die über Zeichenrelationen mit mehrsortigen Objekten, d.h. Objekten, die aus mehr als 1 Ontologie stammen:

1. die für Zeichenrelationen typischen Inklusionsstrukturen

$ZR = (^1R \subset (^2R \subset {}^3R)) \equiv$

$(3.a) \equiv (1.c \rightarrow (1.c \rightarrow 2.b) \rightarrow 3.a)$

$(2.b) \equiv (1.c \rightarrow (1.c \rightarrow 2.b))$

$(1.c) \equiv (1.c)$ (vgl. Bense 1979, S. 53, 67)

bereits bei Objektrelationen, d.h. bei der blossen Wahrnehmung der Welt und noch vor einer eventuellen Semiose (vgl. Toth 2009) gegeben sind.

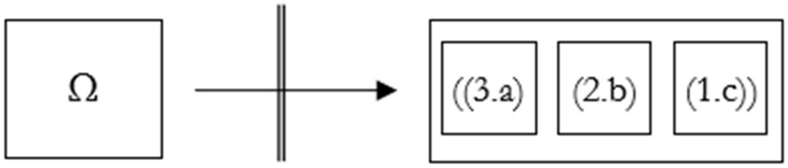
2. dass kein Unterschied besteht, ob ein Zeichen ein Realzeichen oder ein Gedankenzeichen ist, d.h. ob es einfach ein Element (bzw. eine Teilmenge) von Objekten mehrerer Ontologien oder eine Teilmenge (bzw. ein Element) von Objekten als Bewusstseinsfunktion ist.

Knapp gesagt, treffen für Zeichen, deren Objekte aus mehr als 1 Welt stammen, die folgenden Beobachtung Oskar Panizzas zu:

> „Aber wo stekt dann der Unterschied zwischen einem wirklichen und einem halluzinirten Baum, da der zentrale Prozess der Wahrnehmung ja für die Halluzinazion wie für die normale Sinnes-Empfindung der gleiche ist? Wie komt es, dass ich die Aussenwelt nicht als Innen-Welt empfinde, nachdem die wirkliche Wahrnehmung der Aussen-Welt nur ein in meinem Innern, zentral-verlaufender Prozess ist?" (Panizza 1895: 19f.)

> "Und ist denn ein so großer Unterschied zwischen einem halluzinirten Dampfer und einem veritablen Dampfer? Steken nicht beide in unserem Kopf?" (Panizza 1992: 90)

4. Nachdem es Kaehr mit einem genialen Trick (unter Umgehung von Keno- und Morphogrammatik) gelungen ist, semiotische Kontexturen einzuführen (vgl. Kaehr 2008), indem er die die Zeichenklassen und Realitätsthematiken konstituierenden Subzeichen kontexturierte, wird man in einem nächsten Schritt darangehen müssen, Kontexturen nicht nur für Metaobjekte, sondern auch für die Objekte selbst einzuführen. Da das Zeichen von Bense ausdrücklich als „Funktion zwischen Welt und Bewusstsein" aufgefasst wird, gehören seine Korrelate, vom Zeichenträger abgesehen, bereits notwendig anderen Kontexturen an als das der „Welt" angehörige Objekt, das zuvor metaobjektiviert worden war. Wir müssen also von einem Modell ausgehen, das ungefähr wie folgt aussieht:



Nun verläuft natürlich eine Kontexturengrenze zwischen dem Objekt Ω und dem Zeichen ZR = (3.a 2.b 1.c). Daraus folgt zunächst, dass

$$K(\Omega) \neq K(3.a) \vee K(2.b) \vee K(1.c)$$

folgt. Ein Problem besteht darin, dass in einer n-kontexturalen Semiotik die kontexturellen Indizes 1-n für die kontexturelle Lokalisation von Subzeichen reserviert sind. Gibt es also eine 0-Kontextur für reale Objekte? Der Einwand, reine Objekte würden in gar keiner Kontextur liegen, da die Einführung von mehr als 1 Kontextur an die Emergenz von mehr als 1 Subjektivität gebunden sei, ist im Falle der Semiotik sinnlos, da nicht nur dort, wo die Objekte explizit als Bewusstseinsfunktionen eingeführt werden, ein Gegenargument vorliegt, da Objekte generell nur als wahrgenommene erkannt werden können, da wir nach Toth (2009) niemals apriorische Objekte erkennen können, welche subjektfrei sind.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895

Panizza, Oskar, Mama Venus. Hamburg 1992

Toth, Alfred, Ontologie und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Ein neues polykontexturales tetradisches Zeichenmodell

1. Unter meinen umfangreicheren Vorschlägen für polykontexturale Semiotiken, worunter ich immer (vgl. Toth 2001) nur eine Semiotik verstanden habe, in der die Semiose vom Objekt zum Zeichen, d.h. $\Omega \rightarrow ZR$, umkehrbar ist, sind etwa meine „Hochzeit von Semiotik und Struktur“ (Toth 2003), mein Buch „Zwischen den Kontexturen“ (2007), die „Objektive Semiotik“ (Toth 2008a) mit dem „Sympathischen Abgrund“ (Toth 2008b) und die darauf basierenden beiden Bänden einer „Präsemiotik“ (Toth 2008c) sowie der speziell polykontexturalen Erscheinungen in der Peirceschen Semiotik gewidmete Band Toth (2008d) nebst einer Reihe von Aufsätzen zu nennen. Trotzdem kann vom Beginn einer ECHTEN polykontexturalen Semiotik erst seit Kaehr (2008) gesprochen werden; nur handelt es sich bei ihm um eine Semiotik, in welcher der logische Identitätssatz aufgehoben ist; das war aber in meinen eigenen Arbeiten nie meine Absicht, sondern erst in denen, die ich aufgrund von Kaehrs Werk geschrieben habe und die in meinem „Electronic Journal of Mathematical Semiotics“ (2008 ff.) leicht zugänglich sind.

2. Auch dieser neue Vorschlag, den ich hiermit unterbreite, ist ein Modell für eine polykontexturale Semiotik MIT Gültigkeit des Identitätsaxioms. Das neue Modell ist eine tetradische Erweiterung der klassischen Peirceschen Zeichenrelation, die jedoch nicht mit der ebenfalls auf einem tetradischen Vorzeichen-Modell basierenden Präsemiotik zu verwechseln ist, bei dem der polykontexturale „Effekt“ durch Einbettung einer (später mehrerer) ontologischer Kategorien in die Zeichenrelation der semiotischen Kategorien erreicht wurde. Hier dagegen geht es um eine ORGANISCHE Fortentwicklung. Ausgangsbasis ist die

Feststellung, dass die Peirceschen Trichotomien auf allen drei triadischen Ebenen eine prinzipiell weiterführbare Tendenz zur mengentheoretisch-topologischen Verallgemeinerung der Trichotomien zeigen, so zwar, dass die jeweils (n+1)-te Trichotomie eine Verallgemeinerung der n-ten und die (n+2)-te eine Verallgemeinerung beider vorangehender (n-ten und (n+1)-ten) Trichotomien ist.

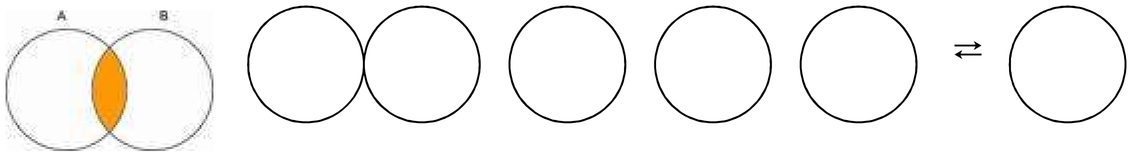
2.1. Im Mittelbezug finden wir die von Bense so genannte „ordinale Gradation" (vgl. z.B. Bense 1979, S. 61) vom Qualizeichen, das „Qualität" anzeigt über das Sinzeichen, das „Quanttät" anzeigt, zum Legizeichen, das nur mehr „Essenz" anzeigt. Wir haben also in zunehmender Verallgemeinerung:

Qualität > Quantität > Essenz.

2.2. Im Objektbezug ist der Durchschnitt der Merkmalsmengen von Zeichen und bezeichnetem Objekt, wie Zellmer (1982) sehr schön gezeigt hatte, beim Icon nicht-leer, beim Index tangential (von Zellmer „nexal" genannt), und beim Symbol leer auf. Mit Hilfe einer rein topologischen Deutung erkennt man hier sogleich, dass die Triade defektiv ist.

2.3. Im Interpretantenbezug dagegen scheint es keine Erweiterung der Triade mehr zu geben, denn das Rhema ist ein offener, das Dicent ein geschlossener, und das Argument ein vollständiger Konnex.

3. Wenn wir einen Blick auf die Merkmalsmengen des Objektbezugs werfen, kann man die Triade wie folgt zu einer Tetrade erweitern:



Icon Index Symbol „Hybrid“

In der vierten Stufe sind also im Gegensatz zum Symbol, bei dem der Durchschntit der beiden Merkmalsmengen ∅ ist, die beiden Merkmalsmengen, d.h. die Merkmalsmenge des Zeichens und die Merkmalsmenge des Objekts, austauschbar. Das Photo kann jeder Zeit zur photographierten Person werden, d.h. die Semiose der Photographie ist reversibel.

Damit erhalten wir also im Objektbezug des neuen, tetradischen Zeichenmodells nunmehr

$(2.1) > (2.2) > (2.3) > (2.4)$

Entsprechend hört der Mittelbezug nicht bei der gesetzmässigen Verwendung der Zeichen (1.3) auf, sondern führt zu ihrer arbiträren Verwendung, wie es etwa in den Arbeiten der Dadaisten, Getrude Steins, dann vor allem in der Konkreten Poesie sowie in anderen literarischen Richtungen der Fall ist:

$(1.1) > (1.2) > (1.3) > (1.4)$.

Die zusätzliche 4. Stufe bedeutet also eine Öffnung (2.4) und Befreiung von Konventionen (1.4). Dasselbe können wir vom Interpretantenbezug folgern, wo man die Arbitrarität in der Komposition von Räumen (Kontexten, Konnexen, etc.) verstehen könnte:

(3.1) > (3.2) > (3.3) > (3.4).

4. Wir können nun noch einen Schritt weitergehen und die von Kronthaler vermisste Kategorie der „Qualität“ (im Sinne von präsentierter, nicht repräsentier Qualität) bzw. die von Bense (1975, S. 65 f.) angesetzte und später v.a. von Stiebing (1981, 1984) weitergeführte Kategorie der „Nullheit“ als „Viertheit“, d.h. als 4. Triade in Konsens mit der zur 4. Trichotomie geführten Subzeichenstufe einführen und bekommen dann nicht wie im präsemiotischen Falle ein tetradisch-trichotomisches, sondern ein tetradisch-tetratomisches Zeichenmodell

PRZ = (4.a 3.b 2.c 1.d), mit a, b, c, d $\in$ {.1, .2, .3, .4}

mit einer quadratischen Matrix, die bekanntlich viel mehr und bessere Möglichkeiten bietet als eine nicht-quadratische,

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.4 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.4 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.4 \\ 4.1 & 4.2 & 4.3 & 4.4 \end{pmatrix}$$

sowie ohne semiotische Inklusionsordnung ($a \leq b \leq c \leq d$) $4^4 = 256$ tetradisch-tetratomische Zeichenklassen sowie duale 256 Realitätsthematiken oder zweimal 35, falls die Inklusionsordnung angewendet wird (vgl. dazu ausführlich Toth 2007, S. 179 ff., wo allerdings das Zeichenmodell auf der „Nullheit“ statt auf einer „Viertheit“ aufgebaut ist; die beiden Modelle sind jedoch isomorph). Interessant ist natürlich auf der Vergleich der 35 tetradisch-tetratomischen Zeichenklassen mit den ebenfalls 35 tetradisch-trichotomischen präsemiotischen Zeichenklassen. Hier ist jedenfalls noch enorm viel Arbeit zu leisten.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheilichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Stiebing, Hans Michael, „Objekte“ zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus, Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer objektiven Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008c)

Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer polykontexturalen Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008d)

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Zellmer, Siegfried, Zum mathematischen Zusammenhang von Iconizität, Indexikalität und Symbolizität. In: Semiosis 27, 1982, S. 5-14

Kontexturübergänge bei der tetradischen polykontexturalen Zeichenrelation

1. Die in Toth (2009) eingeführte tetradisch-tetratomische Zeichenrelation

PZR = (4.a 3.b 2.c 1.c)

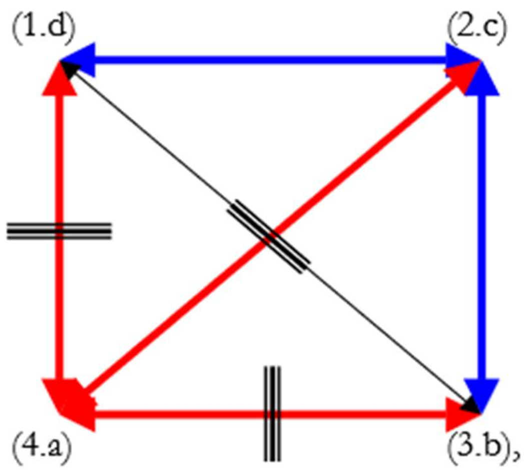
ist lediglich insofern polykontextural, als sie triadische und trichotomische Erweiterungen in den Bereich des dem Zeichen normalerweise transzenenten Objektes bietet (vgl. Kronthaler 1992). Es gilt also weiterhin der logische Identitätssatz und überhaupt die klassische Logik mit ihrer basalen Dichotomie von Zeichen vs. Objekt, ohne das letztendlich keine Zeichen konstruiert werden kann.

2. Kontexturübergänge finden sich bei PZR zunächst definitionsgemäss zwischen den drittheitlichen und viertheitlichen triadischen und trichotomischen Übergängen:

$$
\begin{array}{ccccccc}
(1.1) & > & (1.2) & > & (1.3) & >> & (1.4) \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
(2.1) & > & (2.2) & > & (2.3) & >> & (2.4) \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
(3.1) & > & (3.2) & > & (3.3) & >> & (3.4) \\
\downdownarrows & & \downdownarrows & & \downdownarrows & & \downdownarrows \\
(4.1) & > & (4.2) & > & (4.3) & >> & (4.4)
\end{array}
$$

Der eingerahmte Bereich enthält also die polykontexturalen Zeichenfunktionen ebenso wie die Übergänge zwischen den mono- und den polykontexturalen Zeichenfunktionen. Wenn man das Peircesche Zeichenmodell nach Bense (1976) als Vermittlungsschema zwischen Präsentation und Repräsentation (dichotomisch!) auffassen darf, dann darf man das obige tetradische erweiterte Zeichenmodell als (trichotomisches!) Vermittlungsschema zwischen Präsentation, Repräsentation) sowie „Kompräsentation" auffassen: Die abstrakte Zeichenrelation PZR = (4.a 3.b 2.c 1.d) „kompräsentiert" neben dem durch das Zeichen substituierten Objekt eben zugleich das Objekt, das bei der Semiose durch Metaobjektivationsprozess zum Zeichen erklärt worden war, und lässt damit, wenigstens theoretisch, einen direkten Vergleich der bei der Zeichengenese vom Objekt auf das Zeichen abgebildeten Merkmalsmengen zu. Die trichotomischen Stufen über die Repräsentation, Symbolizität und Konvention sowie die triadischen Stufe über die Notwendigkeit zur Beliebigkeit hinaus zu führen bedeutet also, Zeichen und Objekt von ihrem monokontexturalen Zwang zu befreien, der für sie stets ein Entweder-Oder bedeutet. Entweder habe ich hier das Zeichen oder das Objekt, aber niemals beides: Ist das Objekt zum Zeichen erklärt, so ist es als Objekt verloren. Ist aber das Objekt nicht zum Zeichen erklärt, so kann dieser Prozess zwar noch geschehen, indes, er ist, einmal durchgeführt, nicht mehr rückgängig zu machen. **Nach traditioneller semiotischer Auffassung können also ein Objekt und sein Zeichen nicht gleichzeitig den selben ontologischen Platz einnehmen.**

3. Wenn man nun PZR als triadisches Zeichenmodell z.B. mit Hilfe eines Quadrates darstellt (Kronthaler 1992 schlägt ein Mäander vor; vgl. dazu Toth 2003, S. 21 f.)



dann kann man leicht sehen, dass es neben den rot eingezeichneten einfachen auch noch die blau eingezeichneten komplexen Kontexturübergänge gibt.

Wir haben also an einfachen Kontexturübergängen:

(4.a) ∦ (3.b)
(4.a) ∦ (2.c)
(4.a) ∦ (1.d),

und an komplexen Kontexturübergängen:

((3.b) ((2.c) ∦ (4.a)))
((1.d) ((2.c) ∦ (4.a))),

mit den Konversen, die ja gerade die Reversibilität der Semiosen und damit die Polykontexturalität garantieren, also 10 Übergänge, und können nun für die a, b, c, d $\in$ {.1, .2, .3, .4} semiotische tetratomische Werte einsetzen, so dass wir bekommen

$$
\begin{aligned}
&(4.a) \rightarrow (3.b) = \{((4.1) \rightarrow (3.1)), ((4.1) \rightarrow (3.2)), ((4.a) \rightarrow (3.3)), ((4.1) \rightarrow (3.4)),\\
&\qquad\qquad\qquad\quad ..., ((4.4) \rightarrow (3.4))\}
\end{aligned}
$$

$$
\left.
\begin{array}{l}
(3.b) \rightarrow (4.a)\\
(4.a) \rightarrow (2.c)\\
(2.c) \rightarrow (4.a)\\
(4.a) \rightarrow (1.d)\\
(1.d) \rightarrow (4.a)\\
\\
((3.b) \rightarrow ((2.c) \rightarrow (4.a)))\\
(((4.a) \rightarrow (2.c)) \rightarrow (3.b))\\
((1.d) \rightarrow ((2.c) \rightarrow (4.a)))\\
(((4.a) \rightarrow (2.c)) \rightarrow (1.d))
\end{array}
\right\} \text{dito}
$$

Bibliographie

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 292-312

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Ein neues polykontexturales tetradisches Zeichenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Triadische und trichotomische Ordnung

1. In Toth (2009) wurde darauf hingewiesen, dass Triaden und Trichotomien in der Peircen Zeichenrelation

$$ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c) \text{ mit } a, b, c \in \{.1, .2, .3\} \text{ und } a \leq b \leq c$$

eine je verschiedene Ordnung aufweisen, nämlich

$TdO = (a < b < c)$
$TtO = (a \leq b \leq c)$,

d.h. also die folgenden triadischen Relation sind falsch

*(3.1 3.2 1.3)
*(2.1 2.2 2.3)
*(3.2 1.2 1.3), usw.

und die folgenden trichotomischen Relationen sind falsch

*(3.1 2.2 1.1)
*(3.3 2.2 1.1)
*(3.2 2.1 1.3), usw.

Würde man TdO der TtO anpassen, so hätte dies zur Folge, dass die Fundmentalkategorien nicht mehr paarweise verschieden wären, das aber würde bedeuten, dass Interpretant, Objekt und Mittel nicht mehr voneinander unterscheidbar wären – und zwar wegen der Möglichkeiten zur Permutation (vgl. Toth 2008a, S. 177 ff.) nicht einmal durch ihre Position innerhalb der triadischen Relation. Würde man aber Tto der Tdo anpassen, so würde sich nichts so Einschneidendes ändern; man erhielte einfach statt der bekannten 10 nur das folgende Dualsystem

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$,

also die eigenreale (dualinvariante) Zeichenklasse des Zeichens selbst. D.h. also:

Theorem: Richtet man die trichotomische Ordnung der Zeichenrelation nach der triadischen aus, so erhält man das eigenreale Dualsystem des Zeichens selbst.

2. Setzt man nun voraus, dass die bekannten semiotischen Operationen (vgl. Walther 1979, S. 116 ff.; Toth 2008b, S. 12 ff.) auch für

$\mathrm{TdO} = \mathrm{TtO} = (a < b < c)$

gültig wäre, so wären nicht nur die bekannten 10, sondern sämtliche $3^3 = 27$ kombinatorisch möglich Zeichenklassen aus (3.1 2.2 1.3) ableitbar. Die Dualisation könnte dann einfach durch

$\times := (a > b > c)$

definiert werden. Die Beschränkung auf die 10 Zeichenklassen ist danach eine unbegründete und unbegründbare Folgerung aus Peirce ebenfalls unbegründeter Erfindung, dass die trichotomische Ordnung des Zeichens kein Spiegel der triadischen sein soll, sondern dass das Zeichen zwei völlig verschiedene Ordnungstypen (TdO, TtO) in seinem Zeichenmodell vereinigt hat.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Semiotische Quasiordnungen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen

1. Dass die triadischen Peirce-Zahlen

tdP = (1, 2, 3)

quantitative Zahlen sind, bedarf nach ihrer Einführung als „Primzeichen" durch Bense (1980) keiner Begründung.

2. Dass hingegen die trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = (A, B, Z)

qualitativ sind, wird hier im Anschluss an Toth (2009) gezeigt. Dort wurde bewiesen, dass die 3-kontexturalen Trito-Zeichen sämtliche 10 Peirceschen (sowie drei „irreguläre", im folgenden gestirnte) Trichotomien erzeugen:

000 → (111), (222), (333)
001 → (112), (113), (223)
010 → *(121), *(232).
011 → (122), (133), (233)
012 → (123),

mit denen wir dann, wenn wir sie in die folgenden Schemata einsetzen

(x.1 y.1 z.1)

(x.1 y.1 z.2)

(x.1 y.1 z.3)

(x.1 y.2 z.2)

(x.1 y.2 z.3)

(x.1 y.3 z.3)

(x.2 y.2 z.2)

(x.2 y.2 z.3)

(x.2 y.3 z.3)

(x.3 y.3 z.3)

und hernach x = 3, y = 2 und z = 1 setzen, die bekannten 10 Peirceschen Zeichenklassen bekommen. Die Trichotomien oder ttP sind also durch Trito-Systeme erzeugte Wertbelegungen qualitativer Zahlen.

3. Ein Hauptklassifikationsmerkmal, um quantitative und qualitative Zahlen voneinander zu unterscheiden, ist das System ihrer Nachfolger/Vorgänger-Typen. Während das System der quantiativen Zahlen durch die Peano-Axiome geregelt ist, wonach jede natürliche Zahl inkl. 0 einen eindeutig bestimmten Nachfolger und jede natürliche (exkl. 0) einen eindeutig bestimmten Vorgänger hat, sind die eindeutig-mehrmöglichen Nachfolger/Vorgängersysteme der qualitativen Zeichen durch Kronthaler (1986, S. 40 ff., 54 ff.) explizit dargestellt. Hier hängt die Anzahl der Nachfolger/Vorgänger von der Kontextur, d.h. der Länge der Zahl, von ihrer Struktur (Proto-, Deutero- und Trito) sowie vor allem davon ab, ob es nicht um einen Intra- oder Trans-Nachfolger/Vorgänger (innerhalb oder ausserhalb der betreffenden Kontextur) handelt.

Dagegen ist das System der Vorgänger/Nachfolger bei der semiotischen Relational- oder Vermittlungszahlen eine Art von Synthese zwischen dem Peano-Nachfolgesystem der quantiativen tdP und dem eindeutig-mehrmöglichen Nachfolgesystem der qualitativen ttP. Wenn wir die quantitativen tdP als Kolonne und die qualitativen ttP als Zeile hinschreiben und die kartesischen Produkte bilden, erhalten wir die folgende semiotische Matrix von quanti-qualitativen bzw. quali-quantitativen Peirce-Zahlen

	A	B	C
1	1.A	1.B	1.C
2	2.A	2.B	2.C
3	3.A	3.B	3.C,

und das Nachfolge/Vorgänger-System dieser Vermittlungszahlen sieht wie folgt aus:

$\sigma(1.A) = \{(1.B), (2.A), (2.B)\}$ $\alpha(1.A) = \varnothing$
$\sigma(1.B) = \{(1.C), (2.A), (2.B)\}$ $\alpha(1.B) = \{(1.A)\}$
$\sigma(1.C) = \{(2.B), (2.C)\}$ $\alpha(1.C) = \{(1.B)\}$

$\sigma(2.A) = \{(3.A), (2.B), (3.B)\}$ $\alpha(2.A) = \{(1.A), (1.B)\}$
$\sigma(2.B) = \{(3.A), (3.B), (2.C), (3.C)\}$ $\alpha(2.B) = \{(1.A), (1.B), (2.A)\}$
$\sigma(2.C) = \{(3.B), (3.C)\}$ $\alpha(2.C) = \{(1.C), (2.B), (1.B)\}$

$\sigma(3.A) = \{(3.B)\}$ $\alpha(3.A) = \{(2.A), (2.B)\}$

$\sigma(3.B) = \{(3.C)\}$ $\alpha(3.B) = \{(2.A), (2.B), (3.A)\}$

$\sigma(3.C) = \varnothing$ $\alpha(3.C) = \{(2.B), (3.B), (2.C)\}$,

Für die Vermittlungszahlen (VZ) gelten also folgende Axiome:

1. Es keine zwei VZ mit den gleichen Nachfolgern und Vorgängern.
2. Die erste VZ hat keinen Vorgänger, die letzte VZ hat keinen Nachfolger.
3. Sei VZ = (a.b), dann gilt: $\alpha(a.b) \neq \alpha(b.a)$.
4. Nachfolger/Vorgänger einer beliebigen VZ (a.b) bedeutet, dass entweder a oder b oder beide Werte grösser/kleiner sind.
5. Aufgrund von 4. gibt es also ganz neue, weder bei den quantitativen noch bei den qualitativen Zahlen bekannte Nachfolger-/Vorgänger-Typen: die **unbestimmten** VZ. Sie liegen auf den Nebendiagonalen der QQ-Matrix:

$$\begin{array}{ccc} 1.A & 1.B & 1.C \\ 2.A & 2.B & 2.C \\ 3.A & 3.B & 3.C. \end{array}$$

Die Semiotik stellt damit gegenüber der bekannten quantitativen Mathematik (z.B. in der Einteilung der Bourbakis) und der qualitativen Mathematik (Kronthaler 1986/Mahler 1993) eine dritte Art von Mathematik dar: die Mathematik der Vermittlungszahlen, die selbst als geordnete Paare von quantitativen und qualitativen bzw. vo qualitativen und quantitativen Zahlen eingeführt sind. Eine Mathematik kann also nicht vollständig sein, ohne alle drei Teilgebiete, d.h. Quantität, Qualität und ihre Vermittlung, zu betreiben.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Quantitative und qualitative semiotische Zahlentheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics,

Polyadische semiotische Relationen

1. Von mir selbst (vgl. Toth 2008) und auch von Kaehr (2008) wurde die Möglichkeit vorgeschlagen, die triadisch-trichotomische Peircesche Semiotik zu erweitern. Ein weiterer Vorschlag betrifft den Versuch, Peirce bekannte 66 Zeichenklassen als dekadisch-dekatomische Relationen zu konstituieren (vgl. Bogarin 2002). Auf der anderen Seite ist bekannt, dass das Saussuresche Zeichenmodell dyadisch ist – wobei hier keine dichotomische Unterscheidung gemacht wird, eine solche wurde z.B. von de Couto (1981) versucht. Ferner gibt es sogar bei Bense die wohl ursprünglichste Konzeption des Zeichens als 1-stelliger Seinsfunktion, d.h. des monadischen Zeichens (Bense 1976, S. 26).

2. Eine Erweiterung des Peirceschen Zeichenmodells muss zweierlei berücksichtigen:

2.1. Die rein mathematisch-logische, d.h. relationentheoretische Erweiterung muss einhergehen mit sinnvollen Interpretationen, da die Semiotik für sich beansprucht, nicht wie die Logik und Mathematik mit syntaktischen Tokens, sondern mit Zeichen, die Bedeutung und Sinn tragen, zu rechnen.

2.2. Es muss zwischen den folgenden drei relationentheoretischen Erweiterungen unterschieden werden:

2.2.1. n-adische Erweiterung allein, d.h. 3-/4-/5- ... –adisch-trichotomisch.
2.2.2. n-atomische Erweiterung allein, d.h. z.B. 3-adisch-4-/5-/6- ... atomisch.

2.2.3. n-adisch/n-atomische Erweiterungen, d.h. tetradisch-tetratomisch, pentadisch-pentatomische, hexadisch-hexatomische, usw.

Zu den bisherigen Versuchen vgl. z.B. Toth (2008, S. 214 ff., Toth 2009a). Zahlreiche Untersuchungen zu tetradisch-tetratomischen Matrizen und Zeichenrelationen findet sich in Kaehrs neu zu einem Buch zusammengefassten Studien (Kaehr 2009).

3. Ein weiteres Problem, auf das m.W. nie Bezug genommen wurde, ist, dass die Peirceschen Fundamentalkategorien von Bense (1980) ja explizit als Primzeichen eingeführt wurden und zwar analog zu den ersten drei Primzahlen 1, 2, 3, die 1 hier also ausnahmsweise mitgezählt. Erweitert man also nach 2.2.1., dann stellt sich die Frage, auf welche der beiden folgenden Weisen man erweitert:

3.1. 3-adisch, 4-adisch, 5-adisch, ...
3.2. 3-adisch, 5-adisch, 7-adisch,

also ob nach 3.1. einfach natürliche Zahlen eingesetzt werden können oder diese, wie in 3.2. prim sein müssen, denn auch wenn Bense das in der genannten Publikation nicht so sagt, so scheint das Primsein seiner Ansicht nach das konstitutive Merkmal von Kategorien zu sein, wenigstens was die Peircesche Reduktion der bekannten längeren Kategorientafeln betrifft. So gibt es z.B. bei Peirce keine Kategorie der Zufälligkeit, weil sich diese aus den Kategorien der Möglichkeit und der Wirklichkeit zusammensetzt und also nicht prim ist. Umgekehrt gibt es in der üblichen ontologischen Deutung der Modallogik keine

Kategorie der Wirklichkeit (vgl. Menne 1991, S. 57), weil man sich diese als aus Möglichkeit und Notwendigkeit zusammengesetzt denken kann. Kategorien sind also bereits für Peirce offenbar weniger apriorische Denkformen als disjunkte Zerlegungen von Modalität, d.h. prime Partitionen. Vieles spricht also dafür, dass die Methode 3.2 der Methode 3.1. vorzuziehen ist.

4. Nun besagt Schröders Theorem, dass alle n-adischen (polyadischen) Relationen auf dyadische Relationen zurückführbar sind. Peirce Reduktionstheorem besagt dagegen, dass sich alle n-adischen Relationen auf tradische Relationen zurückgeführt werden lassen (vgl. Toth 2007, S. 173 ff.). Wenn wir nun z.B. die 5stellige Relation

Zkl = (5.a 4.b 3.c 2.d 1.e)

in Triaden zerlegen wollen, dann gibt es folgende zweimal 9 Möglichkeiten (ohne Permutationen) – auf der linken Seite mit nicht-primen und auf der rechten Seite mit primen Kategorien:

1. (5.a 4.b 3.c)	1‘. (7.a 5.b 3.c)
2. (5.a 4.b 2.d)	2‘. (7.a 5.b 2.d)
3. (5.a 4.b 1.e)	3‘. (7.a 5.b 1.e)
4. (5.a 3.c 2.d)	4‘. (7.a 3.c 2.d)
5. (5.a 3.c 1.e)	5‘. (7.a 3.c 1.e)
6. (4.b 3.c 2.d)	6‘. (5.b 3.c 2.d)
7. (4.b 3.c 1.3)	7‘. (5.b 3.c 1.3)
8. (4.b 2.d 1.e)	8‘. (5.b 2.d 1.e)

9. (3.c 2.d 1.e)   9‘. (3.c 2.d 1.e)

Behandelt man diese Zeichenrelationen nun als rein abstrakte Relationen, so sind die 9 Fälle auf der linken Seite sehr schnell erledigt: sie sind alle isomorph zu

(3.a 2.b 1.c)

und damit zur gewöhnlichen triadisch-trichotomischen Peirceschen Zeichenrelation. Dies ist allerdings nicht der Fall mit den 9 Fällen auf der rechten Seiten, denn keine der 5 primen Kategorien 7, 5, 3, 2, 1 ist durcheinander teilbar, so dass sie somit alle irreduzibel und nicht zueinander isomorph sind.

Nachdem wir nun Peirces Theorem mit zwei völlig verschiedenen Ergebnissen angewandt haben, wenden wir Schröders Theorem an zerlegen die Pentaden in Dyaden:

1. (5.a 4.b 3.c) ≡ (5.a 4.b) (4.b 3.c)
2. (5.a 4.b 2.d) ≡ (5.a 4.b) (4.b 2.d)
3. (5.a 4.b 1.e) ≡ (5.a 4.b) (4.b 1.e)
4. (5.a 3.c 2.d) ≡ (5.a 3.c) (3.d 2.d)
5. (5.a 3.c 1.e) ≡ (5.a 3.c) (3.c 1.e)
6. (4.b 3.c 2.d) ≡ (4.b 3.c) (3.c 2.d)
7. (4.b 3.c 1.e) ≡ (4.b 3.c) (3.c 1.e)
8. (4.b 2.d 1.e) ≡ (4.b 2.d) (2.d 1.e)
9. (3.c 2.d 1.e) ≡ (3.c 2.d) (2.d 1.e)

1‘. (7.a 5.b 3.c) ≡ (7.a 5.b), (7.a 3.c), (5.b 3.c)

2‘. (7.a 5.b 2.d) ≡ (7.a 5.b), (7.a 2.d), (5.b 2.d)

3‘. (7.a 5.b 1.e) ≡ (7.a 5.b), (7.a 1.e), (5.b 1.e)

4‘. (7.a 3.c 2.d) ≡ (7.a 3.c), (7.a 2.d), (3.c 2.d)

5‘. (7.a 3.c 1.e) ≡ (7.a 3.c), (7.a 1.e), (3.c 1.e)

6‘. (5.b 3.c 2.d) ≡ (5.b 3.c), (5.b 2.d), (3.c 2.d)

7‘. (5.b 3.c 1.e) ≡ (5.b 3.c), (5.b 1.e), (3.c 1.e)

8‘. (5.b 2.d 1.e) ≡ (5.b 2.d), (5.b 1.e), (2.d 1.e)

9‘. (3.c 2.d 1.e) ≡ (3.c 2.d), (3.c 1.3), (2.d 1.3)

Wie man also erkennt, kann man zwar Pentaden und höhere polyadische Relationen sowohl in Triaden als auch in Dyaden zerlegen, aber die Ergebnisse sind verschieden: Bei nicht-primen Kategorien sind sämtliche Triaden (evtl. unter Anwendung eines „Normalformoperators“) zueinander isomorph, bei primen Kategorien ist dies nicht der Fall. Dementsprechend ist auch die weitere Zerlegung der Triaden in Dyaden nicht isomorph. Anforderung 2.1. ist jedenfalls nur dann gegeben, wenn man zusätzliche Kategorien als prime einführt.

5. Was nun die Anforderungen 2.2. betrifft, also die unterschiedliche Erweiterung von Relationen nach –aden oder –tomien, so herrschen bei den –tomien praktisch keine Begrenzungen. Wie in Toth (2009b) dargestellt, stehen die –aden ja für Objektskonstanten, so dass hier die Primheit im Sinne der individuellen Unteilbarkeit eine Rolle spielt, dies ist aber nicht der Fall bei den –tomien, die ja für Subjektsvariablen stehen, so dass einfach bei jedem Schritt der linearen Peanoprogression ein Subjekt mehr dazu kommt (und damit

polykontextural gesehen natürlich einen weiteren ontologischen Ort für sich beansprucht). Da jedes Subjekt 1, 2, 3, ..., an sich als Individuum eingeführt, entfällt hier also die Limitationsforderung an Primheit der –tomischen Kategorien.

Bibliographie

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bogarin, Jorge, Zeichen der Ästhetik: Die Zeichenklasse des ästhetischen Zustands als zehnstellige Relation. In: Bayer, Udo/Gfesser, Karl (Hrsg.), Kontinuum der Zeichen. Stuttgart 2002, S. 113-128

de Couto, Hildo Honorio, Sign relations. In: LACUS 8, 1981, S. 148-162

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 3. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Balancierte und unbalancierte semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Polysubjektive Zeichenklassen und ihre Kontexturen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Zwischen- und Aussenzahlbereiche

1. Die triadische Peircesche Zeichenrelation

$ZR^{(3,0)} = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

ist eine vollständig nicht-transzendentale Zeichenrelation, in der die drei den drei Fundamenalkategorien Mittelbezug, Objektbezug und Interpretantenbezug korrespondierenden kategorial 0-relationalen Grössen (stoffliches) Mittel, (reales) Objekt und (personeller) Interpret fehlen. Wenn man diese jedoch nach dem folgenden Korrespondenzschema

$$\begin{array}{ccccc} (3.a) & \rightarrow & (2.b) & \rightarrow & (1.c) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ (\text{◉}.e) & \rightarrow & (0.d) & \rightarrow & (\text{◎}.f) \end{array}$$

in $ZR^{(3,0)}$ einbettet, erhält man

$ZR^{(3,3)} = (3.a\ 2.b\ 1.c\ \text{◉}.e\ 0.d\ \text{◎}.f)$

als vollständige triadische transzendente Zeichenrelation sowie die folgenden partiellen, gemischt transzendent-nicht-transzendenten Zeichenrelationen:

$ZR^{(3,2)} = (3.a\ 2.b\ 1.c\ \text{◉}.e\ 0.d)$
$ZR^{(3,1)} = (3.a\ 2.b\ 1.c\ \text{◉}.e)$

Allerdings sind die drei transzendenten Objekte wegen ihrer Relationszahl r = 0 (Bense 1975, S. 65 f.) nicht an eine bestimmte Stellung in den Zeichenrelationen gebunden, dessen abstraktes Schema wir wie folgt aufschreiben können:

$ZR^{(3,—)} = (<3.a \rightarrow <2.b \rightarrow 1.c >> —_1 —_2 \ —_3)$

Man könnte also auch sagen, transzendentale Zeichenrelationen seien sowohl geordnete als auch ungeordnete Mengen, wobei nur die nicht.-transzendenten Relationen geordnet sind, nicht aber die transzendenten Pseudo-Relationen mit r =1, d.h. die Kategorien.

2. Wegen des letzteren Sachverhaltes kann man nun natürlich statt

$ZR^{(3,3)}$ = (3.a 2.b 1.c ◉.e 0.d ◎.f)

auch z.B. schreiben:

$ZR^{(3,3)}$ = (3.a 2.b 1.c ◉.e 0.d ◎.f) ~ (3.a 2.b 1.c ◎.f ◉.e 0.d) ~ (◎.f 3.a 2.b 1.c ◉.e 0.d) ~ (3.a 2.b ◉.e 0.d 1.c ◎.f) ~ (3.a 2.b 1.c ◉.e 0.d ◎.f) ~ etc.,

wobei alle diese Schreibweisen einander äquivalent sind. Eine kurze Überlegung lehrt uns, dass die (nicht-transzendente) triadische Peircesche Zeichenrelation als Leer- und Platzhalterschema die folgende Form hat

$ZR^{(3,—)} = (\ 1 \ 2 \ 3 \ < (A) \ (B) \ (C) \ > \ 4 \ 5 \ 6 \ ),$

worin 1-6 also ausserhalb semiotischer (triadischer, dyadischer, monadischer) Ordnungen stehende Platzhalter sind und (A), (B) und (C) die drei fundamentalkategorialen Ordnungsrelationen als Platzhalter für Mittel.-, Objekt- und Interpretantenbezug sind.

Wenn wir nun die beiden semiotischen Haupt-Restriktionen aufgeben, nämlich das Prinzip der triadischen Differenziertheit einer Zeichenklasse (das also ZR wie etwa (3.1 2.1 2.2), (1.1 1.1 1.2) usw. ausschliesst), sowie das Prinzip der trichotomischen Inklusion (das verlangt, dass eine Zkl so geordnet ist, dass immer eine Monade in einer Dyade und beide in einer Triade eingeschlossen sind), dann bekommen wir 6^6 = 46'656 Kombinationen der Menge transzendenten semiotischen Menge {(3.a), (2.b), (1.c), (◉.e), (0.d), (◎.f)}. Allerdings ist das nicht sinnvoll, solange nicht geklärt ist, welche semiotische Relevanuz nicht-triadisch differenzierte Zeichenklassen haben. Auch das Prinzip der trichotomischen Inklusion wollen wir hier noch beibehalten, denn es stört uns im Grunde deshalb nicht, als es nur die unübersichtliche hohe Menge von Kombinationen reduziert, dabei aber gar keine Einschränkungen unterlegt, wenn wir transzendente Objekte zwischen die drei Fundamentalkategorien einschieben wollen. Die relationale Definition des triadischen Zeichens besagt ja lediglich, dass

((Triadische Relation ⊂ (Dyadische Relation ⊂ Monadische Relation))

gilt, d.h. dass keine zusätzliche *Relationen* eingeschoben werden. Nun sind aber (◉.e), (0.d), (◎.f)} keine Relationen, sondern kategoriale Objekte. Sie können also in einer n-stelligen Zeichenrelation an (n-1) Stellen eingeschoben werden, bei einer triadischen Relation also an 2 Stellen:

$ZR^{(3,—)}$ = (1 2 3 < (A) (B) (C) > 4 5 6)

(◉.e), (0.d), (◎.f)

Da 3 verschiedene Elemente auf 6 Möglichkeiten in 2 Stellen eingesetzt werden können, erhalten wir damit also

$ZR^{(3,—)}{}_1$ = (1 2 3 < (A) (◉.e) (B)(0.d) (C) >4 5 6)
$ZR^{(3,—)}{}_2$ = (1 2 3 < (A) (0.d) (B) (◉.e) (C) > 4 5 6)
$ZR^{(3,—)}{}_3$ = (1 2 3 < (A) (◉.e) (B)(◎.f) (C) > 4 5 6)
$ZR^{(3,—)}{}_4$ = (1 2 3 < (A) (◎.f) (B)(◉.e) (C) > 4 5 6)
$ZR^{(3,—)}{}_5$ = (1 2 3 < (A) (0.d) (B) (◎.f) (C) > 4 5 6)
$ZR^{(3,—)}{}_6$ = (1 2 3 < (A) (◎.f) (B)(0.d) (C) >4 5 6)

Damit sind wir gleichzeitig in der Lage, in einer Zeichenrelation zwischen

- Zeichenzahlbereichen:

$$ZR^{(3,—)} = (\ 1\ 2\ 3 < \boxed{(A)\quad (B)\quad (C)} > 4\ 5\ 6\ )$$

- Zwischenzahlbereichen (Zwischen-Zeichenzahlbereichen:

$$ZR^{(3,—)} = (\ 1\ 2\ 3 < (A)\boxed{}(B)\boxed{}(C) > 4\ 5\ 6\ )$$

sowie Ausserzahlbereichen (Ausser-Zeichenzahlbereichen):

$$ZR^{(3,—)} = (\boxed{1\ 2\ 3} < (A)\quad (B)\quad (C) > \boxed{4\ 5\ 6})$$

zu unterscheiden. Da es im eigentlichen Zeichen-Zahlenbereich je nachdem 10 oder 27 Kombinationen von 9 Subzeichen gibt, oder sogar noch mehr, wenn man nicht nur die 2., sondern auch die 1. semiotische Restriktion fallen lässt, brauchen wir nur noch die Kombinationen des semiotischen Ausserzahlenbereichs anzuschauen: Er entspricht genau 2 mal den Kombinationen des eigentlichen Zeichen-Zahlenbereichs.

3. Im folgenden wollen wir von den Aussenzahlbereichen und ihren Zusammenhängen mit den Zwischenzahlbereichen absehen (vgl. Toth 2008a-f) und uns den Zwischenzahlbereichen allein zuwenden. Dann können wir die obigen 6 Zeichenklassen vereinfacht wie folgt schreiben:

$$\left.\begin{array}{l}
\text{I. } ZR^{(3,-)}_1 = \langle (A)\ \ (\odot.e)\ (B)\ \ (0.d)\ (C)\ \rangle \\
\text{II. } ZR^{(3,-)}_2 = \langle (A)\ \ (0.d)\ (B)\ \ (\odot.e)\ (C)\ \rangle \\
\text{III. } ZR^{(3,-)}_3 = \langle (A)\ \ (\odot.e)\ (B)\ \ (\circledcirc.f)\ (C)\ \rangle \\
\text{IV. } ZR^{(3,-)}_4 = \langle (A)\ \ (\circledcirc.f)\ (B)\ \ (\odot.e)\ (C)\ \rangle \\
\text{V. } ZR^{(3,-)}_5 = \langle (A)\ \ (0.d)\ (B)\ \ (\circledcirc.f)\ (C)\ \rangle \\
\text{VI. } ZR^{(3,-)}_6 = \langle (A)\ \ (\circledcirc.f)\ (B)\ \ (0.d)\ (C)\ \rangle
\end{array}\right\}\ \text{mit } A, B, C \in \{(1.1), (1.2), (1.3), \ldots, (3.3)\}$$

Damit stellt sich also für (A), (B), (C) wieder das Problem, ob die Kombinationen mit oder ohne semiotische Restriktionen ermittelt werden sollen. Wenn wir wiederum an ihnen festhalten, ergeben sich einfach 6 mal 10 = 60 Zeichenklassen statt den ursprünglich 10:

I.1. $ZR^{(3,-)}_1 = \langle (3.1)\ \ (\odot.e)\ (2.1)\ (0.d)\ (1.1)\ \rangle$

I.2. $ZR^{(3,-)}_1 = \langle (3.1)\ \ (\odot.e)\ (2.1)\ (0.d)\ (1.2)\ \rangle$

I.3. $ZR^{(3,-)}_1 = \langle (3.1)\ \ (\odot.e)\ (2.1)\ (0.d)\ (1.3)\ \rangle$

I.4. $ZR^{(3,-)}_1 = \langle (3.1)\ \ (\odot.e)\ (2.2)\ (0.d)\ (1.2)\ \rangle$

I.5. $ZR^{(3,-)}_1 = \langle (3.1)\ \ (\odot.e)\ (2.2)\ (0.d)\ (1.3)\ \rangle$

I.6. $ZR^{(3,-)}_1 = \langle (3.1)\ \ (\odot.e)\ (2.3)\ (0.d)\ (1.3)\ \rangle$

I.71. $ZR^{(3,-)}_1 = \langle (3.2)\ \ (\odot.e)\ (2.2)\ (0.d)\ (1.2)\ \rangle$

I.8. $ZR^{(3,-)}_1 = \langle (3.2)\ \ (\odot.e)\ (2.2)\ (0.d)\ (1.3)\ \rangle$

I.9. $ZR^{(3,-)}_1 = \langle (3.2)\ \ (\odot.e)\ (2.3)\ (0.d)\ (1.3)\ \rangle$

I.10. $ZR^{(3,-)}_1 = \langle (3.3)\ \ (\odot.e)\ (2.3)\ (0.d)\ (1.3)\ \rangle$

II.1. $ZR^{(3,-)}_2 = \langle (3.1)\ \ (0.d)\ (2.1)\ (\odot.e)\ (1.1)\ \rangle$

II.2. $ZR^{(3,-)}_2 = \langle (3.1)\ \ (0.d)\ (2.1)\ (\odot.e)\ (1.2)\ \rangle$

II.3. $ZR^{(3,-)}_2 = \langle (3.1)\ \ (0.d)\ (2.1)\ (\odot.e)\ (1.3)\ \rangle$

II.4. $ZR^{(3,-)}_2 = \langle (3.1)\ \ (0.d)\ (2.2)\ (\odot.e)\ (1.2)\ \rangle$

II.5. $ZR^{(3,—)}_2 =$ < (3.1) (0.d) (2.2) (◉.e) (1.3) >

II.6. $ZR^{(3,—)}_2 =$ < (3.1) (0.d) (2.3) (◉.e) (1.3) >

II.7. $ZR^{(3,—)}_2 =$ < (3.2) (0.d) (2.2) (◉.e) (1.2) >

II.8. $ZR^{(3,—)}_2 =$ < (3.2) (0.d) (2.2) (◉.e) (1.3) >

II.9. $ZR^{(3,—)}_2 =$ < (3.2) (0.d) (2.3) (◉.e) (1.3) >

II.10. $ZR^{(3,—)}_2 =$ < (3.3) (0.d) (2.3) (◉.e) (1.3) >

III.1. $ZR^{(3,—)}_3 =$ < (3.1) (◉.e) (2.1) (◎.f) (1.1) >

III.2. $ZR^{(3,—)}_3 =$ < (3.1) (◉.e) (2.1) (◎.f) (1.2) >

III.3. $ZR^{(3,—)}_3 =$ < (3.1) (◉.e) (2.1) (◎.f) (1.3) >

III.4. $ZR^{(3,—)}_3 =$ < (3.1) (◉.e) (2.2) (◎.f) (1.2) >

III.5. $ZR^{(3,—)}_3 =$ < (3.1) (◉.e) (2.2) (◎.f) (1.3) >

III.6. $ZR^{(3,—)}_3 =$ < (3.1) (◉.e) (2.3) (◎.f) (1.3) >

III.7. $ZR^{(3,—)}_3 =$ < (3.2) (◉.e) (2.2) (◎.f) (1.2) >

III.8. $ZR^{(3,—)}_3 =$ < (3.2) (◉.e) (2.2) (◎.f) (1.3) >

III.9. $ZR^{(3,—)}_3 =$ < (3.2) (◉.e) (2.3) (◎.f) (1.3) >

III.10. $ZR^{(3,—)}_3 =$ < (3.3) (◉.e) (2.3) (◎.f) (1.3) >

IV. $ZR^{(3,—)}_4 =$ < (3.1) (◎.f) (2.1) (◉.e) (1.1) >

IV. $ZR^{(3,—)}_4 =$ < (3.1) (◎.f) (2.1) (◉.e) (1.2) >

IV. $ZR^{(3,—)}_4 =$ < (3.1) (◎.f) (2.1) (◉.e) (1.3) >

IV. $ZR^{(3,—)}_4 =$ < (3.1) (◎.f) (2.2) (◉.e) (1.2) >

IV. $ZR^{(3,—)}_4 =$ < (3.1) (◎.f) (2.2) (◉.e) (1.3) >

IV. $ZR^{(3,—)}_4 =$ < (3.1) (◎.f) (2.3) (◉.e) (1.3) >

IV. $ZR^{(3,-)}_4$ = < (3.2) (◎.f) (2.2) (◉.e) (1.2) >

IV. $ZR^{(3,-)}_4$ = < (3.2) (◎.f) (2.2) (◉.e) (1.3) >

IV. $ZR^{(3,-)}_4$ = < (3.2) (◎.f) (2.3) (◉.e) (1.3) >

IV. $ZR^{(3,-)}_4$ = < (3.3) (◎.f) (2.3) (◉.e) (1.3) >

V. $ZR^{(3,-)}_5$ = < (3.1) (0.d) (2.1) (◎.f) (1.1) >

V. $ZR^{(3,-)}_5$ = < (3.1) (0.d) (2.1) (◎.f) (1.2) >

V. $ZR^{(3,-)}_5$ = < (3.1) (0.d) (2.1) (◎.f) (1.3) >

V. $ZR^{(3,-)}_5$ = < (3.1) (0.d) (2.2) (◎.f) (1.2) >

V. $ZR^{(3,-)}_5$ = < (3.1) (0.d) (2.2) (◎.f) (1.3) >

V. $ZR^{(3,-)}_5$ = < (3.1) (0.d) (2.3) (◎.f) (1.3) >

V. $ZR^{(3,-)}_5$ = < (3.2) (0.d) (2.2) (◎.f) (1.2) >

V. $ZR^{(3,-)}_5$ = < (3.2) (0.d) (2.2) (◎.f) (1.3) >

V. $ZR^{(3,-)}_5$ = < (3.2) (0.d) (2.3) (◎.f) (1.3) >

V. $ZR^{(3,-)}_5$ = < (3.3) (0.d) (2.3) (◎.f) (1.3) >

VI. $ZR^{(3,-)}_6$ = < (3.1) (◎.f) (2.1) (0.d) (1.1) >

VI. $ZR^{(3,-)}_6$ = < (3.1) (◎.f) (2.1) (0.d) (1.2) >

VI. $ZR^{(3,-)}_6$ = < (3.1) (◎.f) (2.1) (0.d) (1.3) >

VI. $ZR^{(3,-)}_6$ = < (3.1) (◎.f) (2.2) (0.d) (1.2) >

VI. $ZR^{(3,-)}_6$ = < (3.1) (◎.f) (2.2) (0.d) (1.3) >

VI. $ZR^{(3,-)}_6$ = < (3.1) (◎.f) (2.3) (0.d) (1.3) >

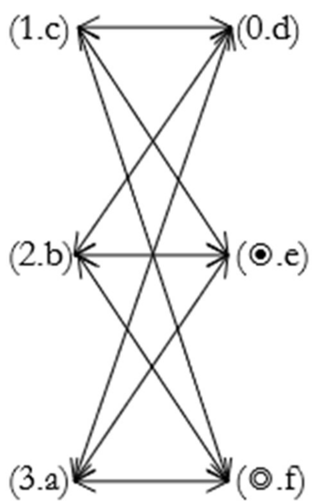
VI. $ZR^{(3,-)}_6$ = < (3.2) (◎.f) (2.2) (0.d) (1.2) >

VI. $ZR^{(3,-)}_6$ = < (3.2) (◎.f) (2.2) (0.d) (1.3) >

VI. $ZR^{(3,—)}_6 =$ $<$ (3.2) (◎.f) (2.3) (0.d) (1.3) $>$

VI. $ZR^{(3,—)}_6 =$ $<$ (3.3) (◎.f) (2.3) (0.d) (1.3) $>$

4. Wenn wir nun von den semiotischen Zahlbereichen zu den Zwischenzahlbereichen eindringen wollen, benötigen wir quanti-qualitative Operatoren der folgenden Formen:



wobei die Wege von links nach rechts natürlich Kontexturengrenzen zwischen den nicht-transzendenten relationalen Zeichen und den transzendenten kategorialen Objekten überschreiten.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Wie viele Kontexturgrenzen hat ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Die semiotischen Zahlbereiche. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlbereiche und Transzendenzen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008c

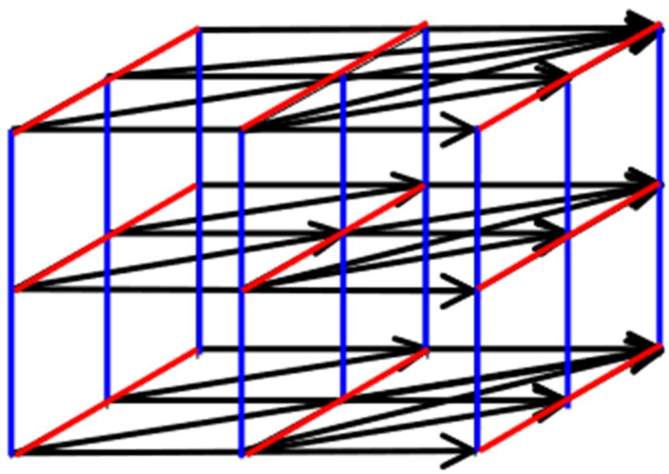
Toth, Alfred, Semiotische Zwischenzahlbereiche. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008d

Toth, Alfred, Semiotische Zwischenzahlbereiche II. . In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008e

Toth, Alfred, Balancierte und unbalancierte semiotische Systeme. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008f

Semiotische Differentiation und Integration

1. Wie man anhand des folgenden Stiebingschen Zeichenkubus erkennt, kann jede der 10 Peirceschen Zeichenklassen auf jeder der drei semiotischen Ebenen oder Dimensionen auftreten.



Zusätzlich gibt es eine sehr grosse Anzahl von Zeichenklassen, deren dyadische Subzeichen verschiedenen Dimensionen angehören können. Um diese letztere Menge zu gliedern, wurde in Toth (2009a) zwischen Zeichenklassen mit inhärenten und Zeichenklassen mit adhärenten Dimensionszahlen unterscheiden. Wir wollen hier verkürzend von inhärenten und adhärenten 3-dimensionalen Zeichenklassen sprechen und meinen damit die beiden grundlegenden Möglichkeiten einer 3-dimensionalen Einbettung der 10 Peirceschen Zeichenklassen.

Inhärente Zeichenklassen haben die Form

3-*SZ*(1b) = (c.(a.b)), c $\in$ {1., 2., 3.}, c frei

Hier gilt also dim(c) = W(Trd) = a

Adhärente Zeichenklassen haben die Form

3-SZ(2a) = ((a.b).c), c $\in$ {1., 2., 3.}, c frei

Hier gilt hingegen dim(c) = W(Trch) = b

Einfach ausgedrückt, nimmt also bei inhärenten Zeichenklassen die semiotische Dimensionszahl den triadischen Haupt- und bei adhärenten Zeichenklassen den trichotomischen Stellenwert an. Wir erhalten somit die folgenden drei Gruppen 3-dimensionaler Zeichenklassen:

	3-Zkln	dim(a) = W(Trd)	dim(a) = W(Trch)
1	(1 1 1 (2 3.1 2 2.1 2 1.1) (3 3 3	(3.3.1 2.2.1 1.1.1)	(1.3.1 1.2.1 1.1.1)
2	(1 1 1 (2 3.1 2 2.1 2 1.2) (3 3 3	(3.3.1 2.2.1 1.1.2)	(1.3.1 1.2.1 2.1.2)
3	(1 1 1 (2 3.1 2 2.1 2 1.3) (3 3 3	(3.3.1 2.2.1 1.1.3)	(1.3.1 1.2.1 3.1.3)
4	(1 1 1 (2 3.1 2 2.2 2 1.2) (3 3 3	(3.3.1 2.2.2 1.1.2)	(1.3.1 2.2.2. 2.1.2)
5	(1 1 1 (2 3.1 2 2.2 2 1.3) (3 3 3	(3.3.1 2.2.2 1.1.3)	(1.3.1 2.2.2 3.1.3)
6	(1 1 1 (2 3.1 2 2.3 2 1.3) (3 3 3	(3.3.1 2.2.3 1.1.3)	(1.3.1 3.2.3 3.1.3)
7	(1 1 1 (2 3.2 2 2.2 2 1.2) (3 3 3	(3.3.2 2.2.2 1.1.2)	(2.3.2 2.2.2 2.1.2)
8	(1 1 1 (2 3.2 2.2 2 1.3) (3 3 3	(3.3.2 2.2.2 1.1.3)	(2.3.2 2.2.2 3.1.3)
9	(1 1 1 (2 3.2 2 2.3 2 1.3) (3 3 3	(3.3.2 2.2.3 1.1.3)	(2.3.2 3.2.3 3.1.3)
10	(1 1 1 (2 3.3 2 2.3 2 1.3) (3 3 3	(3.3.3 2.2.3 1.1.3)	(3.3.3 3.2.3 3.1.3),

d.h. es gilt

$\dim(a) = W(Trd) \rightarrow$ 3-Zkl = (a.a.b c.c.d e.e.f), a ...f $\in \{1, 2, 3\}$,

$\dim(a) = W(Trch) \rightarrow$ 3-Zkl = (a.b.a c.d.c e.f.e), a ... f $\in \{1, 2, 3\}$,

9	3-2-1	2-3-3
10	3-2-1	3-3-3

Wir definieren

$\eta := \dim(a) = W(Trd)$

$\vartheta := \dim(a) = W(Trch)$,

so dass jede durch η oder ϑ erzeugte 3-Zkl entweder eine schrittweise Reduktion der Dimensionszahlen aller ihrer Dyaden in retrosemiosischer Richtung oder eine schrittweise Erhöhung der Dimensionszahlen aller ihrer Dyaden in semiosischer Richtung zulässt. Im ersten Fall sprechen wir von semiotischer Differentiation (Δ), im zweiten Fall von semiotischer Integration ($\int$).

Beispiel für semiotische Differenzierung:

Δ(3.3.1 2.2.3 1.1.3) = (2.3.1 2.2.3 1.1.3)

Δ(2.3.1 2.2.3 1.1.3) = (1.3.1 2.2.3 1.1.3)

Δ(1.3.1 2.2.3 1.1.3) = (1.3.1 1.2.3 1.1.3).

Im weitesten Sinne funktioniert die semiotische Differenzierung also ähnlich wie die Replica-Bildung (vgl. Toth 2008a, S. 164 f.), nur dass sie nicht nur Drittheiten zu Zweitheiten, sondern auch Zweitheiten zu Erstheiten reduziert.

Beispiel für semiotische Integration:

$$\int(1.3.1\ \ 2.2.1\ \ 1.1.2) = (2.3.1\ \ 2.2.1\ \ 1.1.2)$$
$$\int(2.3.1\ \ 2.2.1\ \ 1.1.2) = (3.3.1\ \ 2.2.1\ \ 1.1.2)$$
$$\int(3.3.1\ \ 2.2.1\ \ 1.1.2) = (3.3.1\ \ 3.2.1\ \ 1.1.2)$$
$$\int(3.3.1\ \ 3.2.1\ \ 1.1.2) = (3.3.1\ \ 3.2.1\ \ 2.1.2)$$
$$\int(3.3.1\ \ 3.2.1\ \ 2.1.2) = (3.3.1\ \ 3.2.1\ \ 3.1.2)$$

Semiotische Differenzierung reduziert also die Dimensionszahlen von 3-Zkln auf ein homogenes Minimum, semiotische Integration auf ein homogenes Maximum. Die maximale Anzahl von Schritten beträgt dabei in beiden Fällen $2 + 2 + 2 = 6$.

Eine mögliche Anwendung der beiden in dieser Arbeit eingeführten 3-dimensionalen semiotischen Operatoren liegt in der historischen Rekonstruktion bzw. deren semiotischen Fundierung (vgl. Toth 2008b), da sowohl semiotische Differentiation wie Integration den Durchlauf durch die den semiotischen Dimensionen entsprechenden grammatischen Ebenen Syntaktik, Semantik und Pragmatik entsprechen (Toth 2009b).

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Linguistische Rekonstruktion auf der Basis des präsemiotischen Zeichenmodells. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Inhärente und adhärente Dimensionszahlen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das Problem der Entitäten und Ebenen in der semiotischen Grammatiktheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Die hexadische Erweiterung des präsemiotischen Zeichenmodells

1. Die klassische triadische Peircesche Zeichenrelation enthält ausschliesslich Relationen:

ZR = (3.a 2.b 1.c)

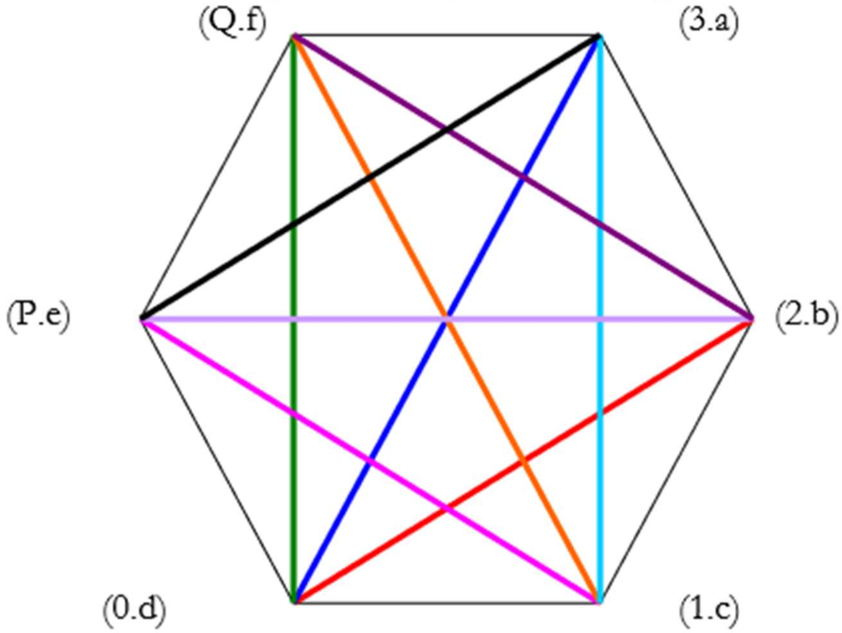
Sobald aber das kategoriale Objekt (0.d) und das disponible Mittel (P.e) eingebettet werden (Bense 1975, S. 45 f., 65 f.), bekommt man eine tetradische und eine pentadische Zeichenrelation (Toth 2009a):

ZR* = (3.a 2.b 1.c 0.d)
ZR** = (3.a 2.b 1.c 0.d P.e)

Wenn man nun aber konsequenterweise auch das nicht-transzendentale Gegenstück des Interpretanten, den "disponiblen Interpreten", einbettet, erhält man eine hexadische Zeichenrelation

ZR*** = (3.a 2.b 1.c 0.d P.e Q.f),

als dessen Modell das folgende Hexagon dienen mag:



Dieses Hexagon enthält 6 innere und 12 äussere triadische Partialrelationen. Da der Schnittpunkt allerdings semiotisch nicht definiert ist, interessieren uns nur die äusseren.

1. (3.a 1.c 0.d)
2. (3.a 1.c P.e)
3. (3.a 2.b Q.f)
4. (3.a 2.b 1.c)
5. (3.a 2.b 0.d)
6. (3.a P.e Q.f)
7. (3.a P.e 0.d)
8. (2.b 1.c 0.d)
9. (2.b 1.c P.e)
10. (2.b 0.d Q.f)
11. (1.c 0.d P.e)

12. (1.c 0.d Q.f)

Bei den Erweiterungen dieser triadischen Subzeichenklassen zu Dualsystemen ist wiederum zu berücksichtigen, dass die Positionen der 0-relationalen Glieder (0.d), (P.e) und (Q.f) frei sind (vgl. Toth 2009b):

1. ×(3.a 1.c 0.d) = (0.d c.1 a.3) = (c.1 0.d a.3) = (c.1 a.3 0.d)
2. ×(3.a 1.c P.e) = (P.e c.1 a.3) = (c.1 P.3 a.3) = (c.1 a.3 P.3)
3. ×(3.a 2.b Q.f) = (Q.f b.2 a.3) = (b.2 Q.f a.3) = (b.2 a.3 Q.f)
4. ×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3)
5. ×(3.a 2.b 0.d) = (0.d b.2 a.3) = (b.2 0.d a.3) = (b.2 a.3 0.d)
6. ×(3.a P.e Q.f) = (Q.f P.e a.3) = (P.e Q.f a.3) = (P.e a.3 Q.f) = (Q.f a.3 P.e) = (a.3 Q.f P.e) = (a.3 P.e Q.f)
7. ×(3.a P.e 0.d) = (0.d P.e a.3) = (P.e 0.d a.3) = (0.d a.3 P.e) = (P.e a.3 0.d) = (a.3 0.d P.e) = (a.3 P.e 0.d)
8. ×(2.b 1.c 0.d) = (0.d c.1 b.2) = (c.1 0.d b.2)) (c.1 b.2 0.d)
9. ×(2.b 1.c P.e) = (P.e c .1 b.2) = (c.1 P.3 b.2) = (c.1 b.2 P.3)
10. ×(2.b 0.d Q.f) = (Q.f 0.d b.2) = (0.d Q.f b.2) = (Q.f b.2 0.d) = (0.d b.2 Q.f) = (b.2 Q.f 0.d) = (b.2 0.d Q.f)
11. ×(1.c 0.d P.e) = (P.e 0.d c.1) = (0.d P.e c.1) = (P.e c.1 0.d) = (0.d c.1 P.e) = (c.1 P.e 0.d) = (c.1 0.d P.e)
12. ×(1.c 0.d Q.f) = (Q.f 0.d c.1) = (0.d Q.f c.1) = (Q.f c.1 0.d) = (0.d c.1 Q.f) = (c.1 Q.f 0.d) = (c.1 0.d Q.f)

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Die pentadische Erweiterung des präsemiotischen Zeichenmodells. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die pentadischen präsemiotischen Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation

1. Bekanntlich kann man Zeichenklassen und Realitätsthematiken auf drei Arten schreiben:

1.1. Mit den Namen der Subzeichen, aus denen sie zusammengesetzt sind, z.B. rhematisch iconisches Legizeichen.

1.2. Unter Verwendung der semiotischen Modalitäten, z.B. (NM WM MN).

1.3. Unter Verwendung der semiotischen Kategorien (3.1 2.1 1.3).

Besonders die numerische Notation von Zeichenklassen und Realitätsthematiken ist nun geeignet zu verschleiern, dass es sich bei semiotischen Ausdrücken nicht um quantitative, sondern um qualitative Relationen handelt. Da spätestens seit Hegel die Quantität als eine Qualität anerkannt wird, sind damit semiotische Ausdrücke insofern den Kenogrammen und Morphogrammen der Polykontexturalitätstheorie vergleichbar, als auch diese als quanti-qualitative bzw. quali-quantitative Ausdrücke ausgewiesen werden (Kronthaler 1986, S. 131 ff.).

2. Der grundlegende Unterschied zwischen semiotischen Repräsentationsschemata und kenogrammatischen Präsentationsschemata besteht jedoch darin, dass erstere die monadischen und dyadischen Subzeichen der Logik und der Mathematik zu triadischen Zeichenrelationen komplettieren, während letztere sie auf eine rein formale Abstraktionsstufe zurückführen, wo es keinen

Platz für Bezeichnung und Bedeutung mehr hat. Die Zeichen der Semiotik sind daher Repräsentationsschemata, in denen Qualitäten tatsächlich repräsentiert **werden**, während die Kenos der Polykontexturalitätstheorie Strukturen des Nichts sind, in denen sowohl Qualitäten als auch Quantitäten präsentiert **werden können.** Wenn also behauptet wird, die "Mathematik der Qualitäten" sei insofern mächtiger als die "Mathematik der Quantitäten", als jene diese als (monokontexturalen) Sonderfall enthalte, so ist das nicht richtig, denn die qualitative Arithmetik rechnet mit reinen Formen, die so abstrakt sind, dass noch nicht einmal die grundlegenden Ansprüche an mathematische Gebilde (wie z.B. ein Gruppoid zu sein) erfüllt sind. Auf der anderen Seite kann die Semiotik weitgehend mit Hilfe der "quantitativen Mathematik" formalisiert werden, so dass wegen des qualitativen Charakters semiotischer Repräsentationsschemata also **mit Bedeutung und Sinn gerechnet werden kann**, was erst eine wirkliche **qualitative Mathematik** ausmacht, nämlich eine **semiotische Mathematik.** Will man also Gebiete, die traditionell als der Mathematik nicht zugänglich gelten, der Mathematik zugänglich machen, sollte man nicht auf die alles Mathematischen und Logischen entleerte Keno- und Morphogrammatik zurückgreifen, sondern die Mathematik in die Semiotik einbetten. Die Semiotik als Teil der Mathematik formalisiert die klassische Semiotik, während die Mathematik als Teil der Semiotik die Mathematik um die Berechenbarkeit des Qualitativen bereichert.

3. Bense (1975, S. 168 ff. und 1983, S. 192 ff.) hatte gezeigt, dass die Einführung der Primzeichen der Peanoschen Induktion bzw. den Peirceschen "Axioms of Numbers" entspricht. Damit wird also die Generation der Fundamentalkategorien (.1.), (.2.), (.3.) oder "Erstheit", "Zweitheit", "Drittheit"

explizit mit der Nachfolgerelation der ersten drei Ordnungszahlen verglichen. Allerdings hatte Bense bereits in (1979, S. 60) – was von den Anhängern einer "quantitativen" Semiotik gerne übersehen wird – darauf aufmerksam gemacht, dass "nicht nur die ordinale Posteriorität, sondern auch die Selektivität" für die Ordnung der Primzeichen bzw. Fundamentalkategorien massgebend sei, was Bense wie folgt formalisierte:

Kat > Mod > Rpr

Ohne Selektion wäre es also kein Problem, die Ordnung der ersten drei Ordinalzahlen

$1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.$

mit der Ordnung der drei Fundamentalkategorien

$.1. \rightarrow .2. \rightarrow .3.$

gleichzusetzen und eine quantitative Semiotik aufzubauen. Die Selektion ist es, welche die Qualitäten in diese Ordnungsrelation hineinbringt. Selektion heisst jedoch, dass aus einer Menge eine besimmte Anzahl von Elementen herausgenommen wird und alle übrigen Elemente in der Menge belassen werden. Sich FÜR jemanden entscheiden, bedeutet gleichzeitig, sich GEGEN alle übrigen entscheiden. Daher ist also, mengentheoretisch gesehen, die Erstheit grösser als die Zweit- und Drittheit und die Zweitheit grösser als die Drittheit. Wenn man daher festlegt, dass im quantitativen Ausdruck der Ordnungsrelation

$x \rightarrow y$

$x < y$, d.h. die Kleiner-als-Beziehung gilt, während im qualitativen Ausdruck der Selektionsrelation

$x < y$

$x > y$, d.h. die Grösser-als-Beziehung gilt, kann man die Primzeichenrelation wie folgt darstellen:

PZR = (.1.) $\lesseqgtr$ (.2.) $\lesseqgtr$ (.3.),

wobei also der untere Pfeil die quantitative Ordnungsrelation und der obere Pfeil die qualitative Selektionsordnung bezeichnet. Zwischen jeder Fundamentalkategorie verläuft also zugleich eine quantitative und eine qualitative Relation.

4. Nun stellt allerdings jedes der 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix eine eigene Qualität dar, d.h. jede Zeichenklasse und Realitätsthematik sowie jede andere Zeichenrelation ist im Sinne ihrer Ordnungsrelationen eine "Qualität über Qualitäten" wie sie ja auch eine "Relation über Relationen" (Bense 1979, S. 53) ist. Wenn nun die Subzeichen durch kartesische Multiplikation aus der Primzeichen gebildet werden, so entstehen horizontal Subzeichen des Typs

(a.1), (a.2), (a.3), d.h. a $\in$ {1., 2., 3.} = constant

und vertkal Subzeichen des Typs

(1.a), (2.a), (3.a), d.h a $\in$ {.1, .2, .3} = constant

Aus dem universellen ordinal-selektiven Schema

Kat > Mod > Rpr

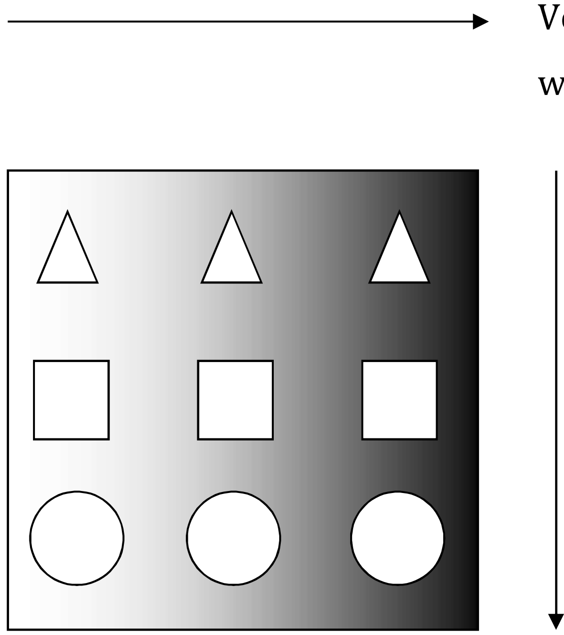
modifizieren also die ersten Typen, die Triaden, ihren STELLENWERT hinsichtlich dieses Schemas, und die zweiten Typen, die Trichotomien, ihren HAUPTWERT. In der numerischen Schreibung besteht daher ein Unterschied zwischen (1.3) und (3.1), der sich nicht in der rein quantitativen Dualisationsbeziehung erschöpft, sondern zusätlich mit einem Quantitätswechsel verbunden ist. Es ist daher besser, wenn wir die semiotische Matrix mit Hilfe von frei gewählten Symbolen schreiben:

$$\begin{pmatrix} \text{△} & \text{◭} & \text{▲} \\ \text{□} & \text{◨} & \text{■} \\ \text{○} & \text{◑} & \text{●} \end{pmatrix}$$

Dabei deutet also in jeder Zeile von links nach Rechts die zunehmende Füllung der Leerzeichen die zunehmende (qualitative) Selektionrelation an, und in jeder Reihe von oben nach unten deutet die Vervollkommnung der Formen vom Dreieck über das Quadrat zum Kreis die zunehmende (quantitative)

Ordnungsrelation an. Wenn man die triadischen Hauptwerte als Themata und die trichotomischen Stellenwerte als Hintergründe auffasst, kann man diesen Sachverhalt auch wie folgt darstellen:

Vordergrund konstant, Hintergrund wechselnd



Vordergrund wechselnd, Hintergrund konstant

Obwohl man natürlich die 9 Qualitäten der semiotischen Matrix mithilfe des universalen Benseschen Schemas Kat > Mod > Rpr wie folgt charakterisieren könnte:

$$\begin{pmatrix} \text{KatKat} & \text{KatMod} & \text{KatRpr} \\ \text{ModKat} & \text{ModMod} & \text{ModRpr} \\ \text{RprKat} & \text{RprMod} & \text{RprRpr} \end{pmatrix}$$

nehmen sie aufgrund der qualitativen Übersummativität eigene Charakteristiken an, die Bense (1979, S. 61) in der folgenden universalen qualitativen Matrix wie folgt bestimmte:

$$\begin{pmatrix} \text{Qualität} & \text{Quantität} & \text{Essenz} \\ \text{Abstraktion} & \text{Relation} & \text{Komprehension} \\ \text{Konnexion} & \text{Limitation} & \text{Komplettierung} \end{pmatrix}$$

Wie man also hier an den Triaden nochmals sieht, nimmt zwar die quantitative Ordnungsrelation jeweils von Qualität bis zu Essenz, von Abstraktion bis zu Komprehension und von Konnexion bis zu Komplettierung stufenweise zu, aber es nimmt auch die die qualitative Selektion zwischen den genannten Begriffen jeweils zu, so dass die Qualität allgemeiner ist als die Quantität, und beide allgemeiner als die Essenz, insofern die Quantität selektiv aus der Qualität gewonnen ist, und die Essenz eine spezifische Form aus beiden, die in ihr qualitativ involviert sind, darstellt. Dasselbe gilt natürlich für alle drei Triaden. In den Trichotomien steht dagegen die quantitative Ordnungsrelation im Vordergrund. Um nur ein Beispiel herauszunehmen, besteht eine Nachfolgebeziehung bzw. im Benseschen Sinne eine Relation der "Posteriorität" zwischen Quantität, Relation und Limitation, insofern die Relation einen Spezialfall der Quantität darstellt (z.B. die Relationenlogik als Spezialfall der

Klassenlogik), und die Limitation einen Spezialfall der Relation darstellt (z.B. die in ihrem Vor- und/oder Nachbereich eingeschränkten Relationen).

5. Wie im folgenden erstmals gezeigt wird, stellt die Semiotik trotz ihres qualitativen Status keine vollständig polykontexturale Theorie dar, insofern ihre Qualitäten beim Wechsel vom Subjekt- zum Objektpol der Erkenntnis nicht bzw. nur teilweise erhalten bleiben. Auf der anderen Seite formulierte Bense einen quantitativen Erhaltungssatz: “Insbesondere muss in diesem Zusammenhang das duale Symmetrieverhältnis zwischen den einzelnen Zeichenklassen und ihren entsprechenden Realitätsthematiken hervorgehoben werden. Dieses Symmetrieverhältnis besagt, dass man im Prinzip nur die ‘Realität’ bzw. die Realitätsverhältnisse metasemiotisch präsentieren kann, die man semiotisch zu repräsentieren vermag. Daher sind die Repräsentationswerte (d.h. die Summen der fundamentalen Primzeichen-Zahlen) einer Zeichenklasse invariant gegenüber der dualen Transformation der Zeichenklasse in ihre Realitätsthematik. Dieser semiotische ‘Erhaltungssatz’ kann dementsprechend als eine Folge des schon in *Vermittlung der Realitäten* (1976, p. 60 u. 62) ausgesprochenen Satzes [angesehen werden], dass mit der wachsenden Semiotizität der Repräsentativität in gleichem Masse auch ihre Ontizität ansteigt” (Bense 1981, S. 259).

Das Nicht-Bestehen eines qualitativen Erhaltungssatzes kann man nun am besten dadurch aufzeigen, dass man die oben eingeführten Symbole für die Subzeichen wählt und den mit ihrer Hilfe notierten Zeichenklassen ihre Realitätsthematiken gegenüberstellt:

(○ □ △) × (△ ◭ ▲) Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich

(○ □ ◭) × (□ ◭ ▲) Qual. Erhaltung 2/3, Position ungleich

(○ □ ▲) × (○ ◭ ▲) Qual. Erhaltung 2/3, Position gleich

(○ ◨ ◭) × (□ ◨ ▲) Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich

(○ ◨ ▲) × (○ ◨ ▲) Qual. Erhaltung 3/3, Positionen gleich

(○ ■ ▲) × (○ ◑ ▲) Qual. Erhaltung 2/3, Position gleich

(◑ ◨ ◭) × (□ ◨ ■) Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich

(◑ ◨ ▲) × (○ ◨ ■) Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich

(◑ ■ ▲) × (○ ◑ ■) Qual. Erhaltung 1/3, Position ungleich

(● ■ ▲) × (○ ◑ ●) Qual. Erhaltung 1/3, Position ungleich

Besonders die drei Fälle mit qualitativer Erhaltung, aber Nicht-Erhaltung der Position wären auf ihre erkenntnistheoretische Relevanz zu untersuchen.

In den Realitätsthematiken finden wir also entsprechend der Dualisierung von Zeichenklassen **duale Qualitäten**:

Δ(△) = △   Δ(△) = ◑   Δ(●) = ●

Δ(◭) = □   Δ(▲) = ○   Δ(■) = ◑

Vollständige qualitative Erhaltung findet sich also nur bei

(○ ◨ ▲) × (○ ◨ ▲) ≡ (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3), also bei der sowohl quantitativ als auch qualitativ eigenrealen Zeichenklasse. Nachdem Walther (1982) gezeigt hatte, dass im Rahmen des "determinansymmetrischen Dualitätssystems" die eigenreale Zeichenklasse in mindestens einem Subzeichen mit jeder anderen Zeichenklasse und Realitätsthematik zusammenhängt, können wir schliessen, dass die partielle qualitative Erhaltung in den übrigen neun semiotischen Dualitätssystemen auf dem von Walther entdeckten Gesetz basiert. Nun hatte ich in Toth (2008) gezeigt, dass Eigenrealität nur in der monokontexturalen Semiotik existieren kann. Daraus folgt also paradoxerseise, dass vollständige semiotische Erhaltung das Weiterbestehen des logischen Identitätssatzes voraussetzt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung der einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Toth, Alfred, New elements of theoretical semiotics (NETS), based on the work of Rudolf Kaehr. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Transzendentale Semiotiken

1. Von ihrer ganzen Konzeption her ist die Peircesche Semiotik nicht-transzendental: Eine “absolut vollständige Diversität von ‘Welten’ und ‘Weltstücken’, von ‘Sein’ und ‘Seiendem’ ist einem Bewusstsein, das über triadischen Zeichenrelationen fungiert, prinzipiell nicht repräsentierbar” (Bense 1979, S. 59), aber Peirce hält “den Unterschied zwischen dem Erkenntnisobjekt und –subjekt fest, indem er beide Pole durch ihr Repräsentiert-Sein verbindet” (Walther 1989, S. 76). Bense fasste wie folgt zusammen: “Wir setzen damit einen eigentlichen (d.h. nicht-transzendentalen) Erkenntnisbegriff voraus, dessen wesentlicher Prozeß darin besteht, faktisch zwischen (erkennbarer) ‘Welt’ und (erkennendem) ‘Bewusstsein’ zwar zu unterscheiden, aber dennoch eine reale triadische Relation, die ‘Erkenntnisrelation’, herzustellen” (Bense 1976, S. 91).

In ihrem Geiste erweist sich damit die Peirce-Semiotik durch und durch als ein amerikanisches Produkt, “denn transzendentale Probleme des Himmels und des ewigen Lebens sind ‚un-American‘“ (Günther 2000, S. 240, Fn. 22), oder, sehr schön ausgedrückt: „Erlkönigs Töchter tanzen nicht am Rande der Highways, und Libussa und ihre Gefährtinnen wiegen sich nicht in den Baumwipfeln der riesigen Wälder der Neuen Welt“ (2000, S. 217), denn es ist die Intuition des Pragmatismus, „zu ignorieren, dass der Mensch in früheren Kulturen schon gedacht hat“ (2000, S. 241). Dies liegt daran, „dass nichts in Amerika, was aus der spirituellen Tradition der Alten Welt stammt, mit grösserer Verständnislosigkeit registriert wird, als die metaphysische Entwertung des Diesseits“ (2000, S. 149).

2. Bense fasst denn das Zeichen auch explizit als Funktion auf, um die „Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein“ zu überbrücken (1975, S. 16). Von diesem pragmatistischen Standpunkt auch kommt also streng genommen die Frage nach den von Zeichen bezeichneten oder sie substituierenden Objekten gar nicht auf, denn „Seinsthematik [kann] letztlich nicht anders als durch Zeichenthematik motiviert und legitimiert werden” (Bense 1981, S. 16), so dass “Objektbegriffe nur hinsichtlich einer Zeichenklasse relevant sind und nur relativ zu dieser Zeichenklasse eine semiotische Realitätsthematik besitzen, die als ihr Realitätszusammenhang diskutierbar und beurteilbar ist” (Bense 1976, S. 109). Bense (1981, S. 11) brachte dies auf die Formel: “Gegeben ist, was repräsentierbar ist”. Von diesem nicht-transzendentalen Standpunkt aus sind also Zeichen schlicht und einfach deswegen notwendig, weil wir ohne sie die Welt der Objekte gar nicht wahrnehmen könnten. Anderseits kommt, wie gesagt, bei dieser Konzeption niemand auf die Idee, nach den bezeichneten Objekten zu fragen, denn durch die Definition des Zeichens ist zum vornherein klar, dass wir diese nie erreichen können: sie erreichen uns nur durch die Filter unserer Perzeption und Apperzeption, d.h. immer interpretiert und damit als Zeichen. Die Sehnsucht des Soldaten, der allein in der Kaserne sitzt und das Photo seiner Geliebten küsst, im Stillen hoffend, es möge sich doch in die reale Person verwandeln, ist also in einer Peirce-Benseschen Semiotik gänzlich ausgeschlossen. Trotzdem findet sich das Motiv, die Brücke zwischen dem Diesseits der Zeichen und dem Jenseits ihrer Objekte zu überschreiten, in der Weltliteratur zu allen Zeiten bis in die Gegenwart.

3. In Toth (2009a) wurde eine nicht-transzendentale Semiotik auf der Basis einer qualitativen Zahlenrelation vorgeschlagen. Die grundlegende Überlegung ist dabei, dass die Primzeichenrelation

PZR = (.1., .2., .3.)

sowohl die quantitative Nachfolgerelation der Ordnungsrelation

$(.1.) \rightarrow (.2.) \rightarrow (.3.)$

als auch die qualitative Vorgängerrelation der Selektionsrelation

$(.1) > (.2.) > (.3.)$

in sich vereinigt, d.h. zugleich quantitativ und qualitativ ist:

PZR = $(.1.) \lessgtr (.2.) \lessgtr (.3.)$.

Damit kann die quantitative semiotische Matrix durch eine qualitative ersetzt werden:

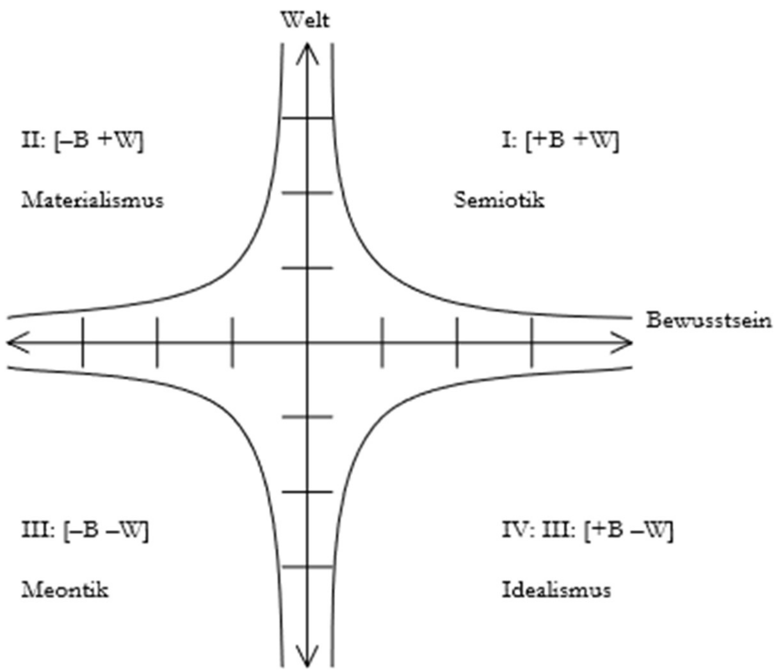
$$\begin{pmatrix} (1.1) & (1.2) & (1.3) \\ (2.1) & (2.2) & (2.3) \\ (3.1) & (3.2) & (3.3) \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} \triangle & ◭ & \blacktriangle \\ \square & ◨ & \blacksquare \\ \circ & ◑ & \bullet \end{pmatrix}$$

Hier werden also die Grenzen zwischen Quantität und Qualität, aber keine eigentlichen semiotischen Kontexturen unterschieden.

4. Der erste Versuch einer "polykontexturalen" Semiotik geht auf Toth (2000) zurück und wurde in Toth (2008b) vollständig präsentiert. Sie geht davon aus, dass die Primzeichenrelation parametrisierbar ist:

$$PZR = (\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c)$$

Der grundlegende Gedanke dahinter ist Benses Definition des Zeichens als Funktion zwischen Welt und Bewusstsein, d.h. zwischen Objekt und Subjekt. Wenn man nun die Objektspositionen der Zeichenrelation negativ parametrisiert, erhält man idealistische, wenn man die Subjektspositionen negativ parametrisiert, materialistische und wenn man sowohl die Subjekts- als auch die Objektspositionen negativ parametrisiert, meontische Zeichenklassen. Das Peircesche Zeichen wird damit zum Spezialfall des durchwegs positiv parametrisierten Zeichens, d.h. eines Zeichens, bei dem sowohl die Subjekts- als auch die Objektspositionen positiv parametrisiert sind. Trägt man nun diese 4 Zeichenfunktionen in ein kartesisches Koordinatensystem ein, so erhält man eine Hyperbel mit 4 Ästen, die entweder zur Welt-Achse, zur Bewusstseins-Achse, zu beiden oder zu keinen von beiden asymptotisch ist:



Es ist nun einfach, Zeichenklassen (bzw. Realitätsthematiken) zu konstruieren, die in Bezug auf die Parametrisierung der Sub- bzw. Primzeichen inhomogen sind, z.B.

(+3.-a +2.+b –1.-c).

Hat nur ein einziges Primzeichen ein anderes Vorzeichen als die übrigen Primzeichen einer Zeichenrelation, so liegt die entsprechende Zeichenfunktion in mindestens 2 Quadranten. Diese Quadranten können als "semiotische Kontexturen" definiert werden, weil die parametrisch inhomogenen Zeichenfunktionen jeweils die "Niemandslandbereiche" zwischen den asymptotischen Hyperbelästen und Ordinate/Abszisse durchschneiden, d.h. durch mathematisch und semiotisch undefiniertes Gebiet führen. Solche Zeichenklassen weisen damit Mischformen semiotischer (im engeren Sinne), idealistischer, materialistischer oder meontischer Zeichenfunktionen auf.

5. Während dies bisherigen Versuche einer transzendentalen Semiotik entweder von den Qualitäten oder den Kontexturen ausgingen, geht der folgende Versuch, dem in Toth (2008c, d) drei Bände gewidmet wurden, von der Benseschen Unterscheidung zwischen ontologischem und semiotischem Raum aus (Bense 1975, S. 45 f., 65 f.). Der Grundgedanke ist, dass bereits die Objekte, sobald sie wahrgenommen werden, in Bezug auf ihre Form, Gestalt oder Funktion wahrgenommen werden. Dies bedeutet, dass es eine Ebene der Präsemiotik gibt, die der eigentlichen Semiose, d.h. der Transformation eines Objektes in ein Zeichen vorangeht und deren Trichotomie von Götz (1982, S. 5, 28) mit "Sekanz – Semanz – Selektanz" bezeichnet wurde und die sich bei der Zeichengenese auf die semiotischen Trichotomien, wie sie durch die Subzeichen und ihre Semiosen repräsentiert werden, vererbt. Bense setzt daher zwischen dem ontologischen Raum der Objekte und dem semiotischen Raum der Zeichen einen Zwischenraum an der "disponiblen" Objekte an und charakterisiert ihn kategoriell mit "Nullheit". Diese Nullheit ergänzt nun die Peirce Triade von Erst-, Zweit- und Drittheit zu einer Tetrade, in die das Objekt als kategorielles Objekt in die präsemiotische Zeichenrelation eingebettet ist:

PrZR = (3.a 2.b 1.c 0.d)

Während also (3.a), (2.b) und (1.c) nicht-transzendente Kategorien sind, ist (0.d) das ursprünglich dem Zeichen transzendente Objekte, dessen Transzendenz in dieser Einbettung freilich aufgehoben ist:

PrZR = (3.a 2.b 1.c ‖ 0.d) → PrZR = (3.a 2.b 1.c ╫ 0.d), wobei das Zeichen ‖ für die Kontexturengrenze zwischen Zeichen und Objekt und das Zeichen ╫ für deren Durchbrechung steht.

6. Während die bisherigen Versuche vom Standpunkt der Polykontexturalitätstheorie nicht als polykontextural eingestuft werden, weil der logische Identitätssatz in allen diesen transzendentalen Semiotiken immer noch Gültigkeit hat, geht der Versuch einer "echten" Polykontexturalisierung der Semiotik auf einige jüngste Arbeiten von Rudolf Kaehr zurück (z.B. Kaehr 2008). Hier wird davon ausgegangen, dass die (monokontexturale) Peircesche Zeichenrelation

ZR = (3.a 2.b 1.c)

ein 1-kontexturaler Sonderfall der n-kontextural disseminierten Semiotiken ist. Die Kontexturen, in denen sich eine Zeichenklasse befinden kann, werden als Indizes den Subzeichen zugewiesen, d.h. nicht die ganze Zeichenklasse, sondern ihre Subzeichen werden kontexturell markiert. Damit kann eine Zeichenklasse natürlich in mehreren Kontexturen gleichzeitig erscheinen, was sogar der Normalfall ist. Grundsätzlich ist nach Günther (1979, S. 229 ff.) die Zuweisung von Kontexturen zu Subzeichen weitgehend frei. Es muss lediglich beachtet werden, dass genuine Subzeichen, d.h. identitive semiotische Morphismen immer in mindestens 2 Kontexturen stehen, weil die Kontexturen auf der Basis quadratischer Matrizen verteilt werden und sich deren Blöcke in den Hauptdiagonalen schneiden. Zum Beispiel könnte eine 4-kontexturale Zeichenklasse wie folgt aussehen:

$ZR = (3.a_{i,j,k}\ 2.b_{l,m,n}\ 1.c_{o,p,q})$,

wobei i, ..., q $\in$ {$\emptyset$, 1, 2, 3, 4}. $\emptyset$ besagt dabei lediglich, dass ein j $\in$ {i, ..., q} auch unbesetzt sein kann, wie etwa im Falle der folgenden Zeichenklassen:

$3\text{-}ZR = (3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1})$
$4\text{-}ZR = (3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4})$

Bei der 4-kontexturalen Zeichenklasse liegen also die nicht-genuinen Subzeichen in 2 und das genuine Subzeichen in 3 Kontexturen, wobei die 4. Kontextur allen Subzeichen gemein ist. Bei der 3-kontexturalen Zeichenklasse gibt es dagegen keine Kontextur, in der alle Subzeichen liegen.

Bei dieser echt-polykontexturalen Semiotik ist nun das logische Identitätsgesetz wahrhaft aufgehoben, was am besten am Verhalten von Subzeichen, die mehr als einen kontexturalen Index tragen, bei Dualisierung sieht:

$\times(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) = (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3})$.

Es gibt hier also wegen $(2.2_{1,2}) \neq (2.2_{2,1})$ keine Eigenrealität mehr. Dies bedeutet im Einklang mit Bense (1992), dass wesentlichste Teile der Semiotik zusammenbrechen. Ferner sind in Kaehr's Semiotik die Theoreme der Objekttranszendenz des Zeichens und der Zeichenkonstanz, die nach Kronthaler (1992) eine monokontexturale Semiotik limitieren, immer noch gültig, so dass also auch diese Semiotik trotz der entfallenden Identität der Zeichen zwischen

Zeichen- und Realitätsthematik (bzw. der Irresistibilität der Zeichen durch die Dualisation) nicht wirklich polykontextural ist.

7. Als kleinen Einschub wollen wir hier kurz reflektieren, was Polykontexturalität im Zusammenhang mit Semiotik überhaupt bedeutet. Ein Zeichen, in dem die Zeichenkonstanz aufgehoben und durch Strukturkonstanz ersetzt ist, ist ein Morphogramm. In dieser Form können zwar problemlos Zeichenklassen und Realitätsthematiken notiert (vgl. Toth 2003), aber keine konkreten Zeichen verwendet werden. Ein verknotetes Taschentuch, das sich über Nacht verwandelt, kann keine Zeichenfunktion haben. Zeichen, die der Kommunikation mit der Gesellschaft, d.h. nicht nur zum privaten Gebrauch dienen, müssen wiedererkennbar sein, d.h. an materiale Konstanz gebunden sein. Ohne Materialkonstanz keine Zeichenkonstanz und ohne Zeichenkonstanz keine Zeichen. Was man also immer unter einer polykontexturalen Semiotik versteht: das Limitationstheorem der Zeichenkonstanz kann man nicht ausser Kraft setzen ohne die gesamte Pragmatik der Zeichenverwendung zu zerstören.

Dagegen ist, es wie an den obigen Modellen mit Ausnahme desjenigen von Kaehr gezeigt, möglich, nur das Limitationstheorem der Objekttranszendenz ausser Kraft zu setzen. Damit darf aber nicht gemeint sein, dass Zeichen und Objekt ununterscheidbar werden. Ununterscheidbar sind sie genau dann, wenn der logische Identitätssatz aufgehoben ist. Wie wir aber gesehen haben, ist dieser Satz nirgendwo ausser in der Kaehrschen Konzeption aufgehoben. Das Bestehenbleiben des Identitätssatzes garantiert damit die Unterscheidbarkeit von Zeichen und Objekt und macht sozusagen nicht ihre metaphysische Identität, sondern nur ihre Positionen austauschbar, etwa so, wie es im "Bildnis des Dorian Gray" von Oscar Wilde geschildert ist. Dort verändert sich ja das Bild, d.h. das Zeichen, statt des Objektes, d.h. statt Dorian. Der Vorgang ist allerdings erstens reversibel, denn am Ende des Romans erscheint das Bild verändert und nicht Dorian, und zweitens können die Diener sehr wohl zwischen dem Bild und dem vor ihm liegenden Leiche Dorian's unterscheiden. Wie gezeigt wurde, kann man in der Semiotik die Grenzen zwischen Zeichen und Objekt aufheben, indem man

1. die quantitativen Subzeichen durch qualitative Subzeichen ersetzt

2. die Subzeichen parametrisiert und die Zeichenfunktion vom 1. Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems in allen 4 Quadranten einzeichnet, was sich in natürlicher Weise aus der Benseschen Konzeption der Zeichenfunktion als einer hyperbolischen Funktion ergibt, die sowohl zur Welt- als auch zur Bewusstseins-Achse asymptotisch ist.

3. das Objekt des ontologischen Raumes als kategoriales Objekt in die triadische Zeichenrelation des semiotischen Raumes einbettet und dadurch einen Zwischenbereich erhält, der die Nullheit im Sinne Benses als vierte Fundamentalkategorie innerhalb einer tetradischen präsemiotischen Zeichenrelation enthält

Bei der Kaehrschen Konzeption wird, wie bereits mehrfach gesagt, zwar die Identitätsrelation zwischen Zeichenklasse und Reaitätsthematik aufgehoben, aber nicht die Transzendenz des Objektes eines Zeichens. Es ist ferner nicht klar, welchen Status die Realitätsthematiken in der Kaehrschen Semiotik haben. Auf jeden Fall können sie nicht mehr den Objektpol der Erkenntnisrelation thematisieren und so den Subjektpol der Zeichenthematik komplementieren, wie dies in der Peirceschen Semiotik der Fall ist (vgl. Gfesser 1990, S. 133). Statt sich zu fragen: "Are there signs anyway?", wie es Kaehr in einer neuen Arbeit tut (Kaehr 2009), sollte man hier vielleicht besser fragen: "Are there objects anyway?". Denn wo sind in der polykontexturalen Ontologie die Objekte? Subjekt und Objekt sind ja austauschbar, und wenn hier der Begriff Objekt, an dem Günther festhält, noch irgendwelchen Sinn macht, dann ganz sicher nicht im Sinne des Gegen-standes, dem be-geg-net werden kann. Da das Kenogramm per definitionem immateriell ist, kann es auf kenogrammatischer Ebene auf jeden Fall keine Objekte geben. Es fragt sich daher nur, ob es dann Subjekte gibt, nicht nur deshalb, weil die beiden Begriffe einander ja voraussetzen, sondern weil der Begriff des Subjektes aus Sinn und Bedeutung, genauer: der Fähigkeit zur Interpreation definiert ist. Und da es Interpretation nur durch Zeichen gibt, müssten also Kenogramme der Interpretation und damit der Repräsentation fähig sein – aber gerade das sind sie ja per definitionem nicht. Statt Objekten würde man also auf kenogrammatischer Ebene Zeichen erwarten, aber Zeichen setzen, wie weiter oben bemerkt, das Prinzip der Induktion der Ordinalzahlen und das Prinzip der reversen Induktion der selektiven Kategorien voraus und können daher keine Kenogramme sein. Während das Zeichen die Gruppenaxiome erfüllt (Toth 2008a, S. 37 ff.), erfüllen die Kenogramme nicht einmal die Anforderung an ein Gruppoid. Will man zusätzlich zu den formalen Theorie der Quantität eine formale Theorie der Qualitäten errichten, dann ist es also der falsche Weg, die Quantitäten noch von ihrem letzten Rest an Zeichenhaftigkeit (oder Subzeichenhaftigkeit) zu befreien, sondern man sollte ihnen die Fähigkeit zur Interpretation geben, denn Qualitäten können nur durch Zeichen unterschieden werden – die Frage, was 1 Apfel und 1 Birne gäbe, ist, wie sattsam bekannt ist, in einer Theorie der Quantitäten eben nicht beantwortbar. Eine “Mathematik der Qualitäten” (Kronthaler 1986) muss daher eine qualitativ interpretierbare und das heisst eine semiotische Mathematik und keine Keno- oder Morphogrammatik sein, denn diese mag wohl die tiefsten formalen Strukturen sowohl von Quantitäten als auch von Qualitäten thematisieren, aber sie zu repräsentieren und mit ihnen tatsächlich zu RECHNEN, vermag sie nicht.

8. In diesem abschliessenden Kapitel wollen wir uns fragen, ob es sinnvoll wäre, die vier transzendentalen Semiotiken, d.h. die drei von uns begründeten und die eine von Kaehr begründete, miteinander zu kombinieren. Bei vier Modellen ergeben sich also sechs mögliche Kombinationen:

8.1. Qualitative Semiotik und parametrisierte Semiotik

8.1. Qualitative Semiotik und parametrisierte Semiotik

$$\left.\begin{array}{l} \text{PZR} = (.1.) \lessgtr (.2.) \lessgtr (.3.) \\ \text{SZR} = \{△, ◭, ▲, □, ◨, ■, ○, ◑, ●\} \\ \text{PZR} = (\pm 3.\pm a\ \pm 2.\pm b\ \pm 1.\pm c) \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\text{SZR} = \{\pm△, \pm◭, \pm▲, \pm□, \pm◨, \pm■, \pm○, \pm◑, \pm●\}$$

Mit dieser Definition der Subzeichenrelation können die Qualitäten des Zeichens, wie ihre entsprechenden Quantitäten, in verschiedenen Kontexturen aufscheinen. Dies ist eine Konsequenz aus der Theorie der parametrisierten Zeichen, bringt aber nichts grundsätzlich Neues.

8.2. Qualitative Semiotik und Einbettungstheorie

SZR = {△, ◭, ▲, ◻, ◨, ■, ○, ◑, ●}

PrZR = {3.a 2.b 1.c 0.d)

Es bleibt, die kategoriale Nullheit durch drei Qualitäten (d $\in$ {.1, .2, .3}) zu repräsentieren. Nach Toth (2009b) sind das

(⊓), (⊔), (⊏) bzw. (⊓*), (⊔*), (⊏*),

wobei die gestirnten nur bei Realitätsthematiken entsprechend dem zwar tetradischen, aber trichotomischen Zeichenmodell vorkommen.

Bei der Kombination bekommen wir also

SZR = {△, ◭, ▲, ◻, ◨, ■, ○, ◑, ●, ⊓, ⊔, ⊏}

Diese Relation ist allerdings insofern heterogen, als die ersten neun Qualitäten für Relationen, die letzten drei Qualitäten aber für eine Kategorie stehen. In Toth (2008e) wurde daher argumentiert, dass es nicht nur die Objekttranszendenz, sondern auch eine Transzendenz (oder Introszendenz) des Interpretanten und eine Transzendenz (oder Ultraszendenz) des Mittels gibt und dass eine vollständige transzendentale Zeichenrelation daher aus 6 Glieder besteht:

TrZR = {3.a 2.b 1.c 0.d ◎.e ◉.f},

worin also (0.d) das 0-relationale kategoriale Objekt, (◎.e) den 0-relationalen kategorialen Interpreten und (◉.f) das 0-relationale kategoriale Mittel bezeichnen. Genauso wie die letzten zwei, ist also bereits (0.d) eine Qualität, so dass die Ersetzung der präsemiotischen Trichotomie durch ⊓, ⊔, ⊏ nichts mehr als eine Schreibkonvention ist.

8.3. Qualitative Semiotik und Kaehrsche Semiotik

Sie bestünde einfach darin, dass man SZR durch Kontexturen indiziert, also etwa im Falle einer 3-kontexturalen Semiotik:

K-SZR = SZR = {$△_{1,3}$, $◭_{1}$, $▲_{3}$, $□_{1}$, $◨_{1,2}$, $■_{2}$, $○_{3}$, $◑_{2}$, $●_{2,3}$}

8.4. Parametrisierte Semiotik und Einbettungstheorie

ZR = (±3.±a ±2.±b ±1.±c)

Diese im 2. Band von Toth (2008d) bereits behandelte Semiotik geht aus von

Pr-ZR = (±3.±a ±2.±b ±1.±c ±0.±d)

8.5. Parametrisierte Semiotik und Kaehr-Semiotik

Ausgangdefinition wäre im 3-kontexturalen Fall eine Zeichendefinition der folgenden Form

$$\text{K-ZR} = ((\pm 3.\pm a)_{i,j,k}\ (\pm 2.\pm b)_{l,m,n}\ (\pm 1.\pm c)_{o,p,q}) \text{ mit } i, \ldots, 1 \in \{\emptyset, 1, 2, 3\}$$

8.6. Einbettungstheorie und Kaehr-Semiotik

Ausgangsdefinition der Zeichenrelation wäre im 4-kontexturalen Fall, der in diesem Fall wegen der Tetradizität der Zeichenklassen minimal ist:

$$\text{K-Pr-ZR} = (3.a_{i,j,k}\ 2.b_{l,m,n}\ 1.c_{o,p,q}\ 0.d_{r,s,t}) \text{ mit } i, \ldots, t \in \{\emptyset, 0, 1, 2, 3\}$$

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Kombinationen 8.1 bis 8.6 gegenüber den Haupttypen transzendentaler Semiotik, die durch Elimination des Theorems der Objekttranszendenz ausgezeichnet sind, zwar Verfeinerungen des formalen semiotischen Apparates, aber keine metaphysischen Neurungen erbringen.

Abschliessend sei denjenigen, die keinen Nutzen in einer transzendentalen Semiotik sehen oder für die dieses Thema in den Bereich der Magie gehört, mit Günther zugerufen: "Das neue Thema der Philosophie ist die Theorie der Kontexturalgrenzen, die die Wirklichkeit durchschneiden" (Günther, Der Tod des Idealismus und die letzte Mythologie, hrsg. von Rudolf Kaehr, S. 47).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum "Zeichenband". In: Walther, Elisabeth und Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990, S. 129-141.

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Günther, Gotthard, Der Tod des Idealismus und die letzte Mythologie. Undat. Fragm., hrsg. von Rudolf Kaehr: http://www.thinkartlab.com/pkl/tod-ideal.htm

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics, University of Applied Arts Vienna, December 2000. Vol. I: Theory and Foundations & 7th Austro-Hungarian Semio-Philosophical Colloquium. Vienna: Institute for Socio-Semiotic Studies (= Applied Semiotics, vol. 18), S. 117-134

Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 44, 2003, S. 139-149

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007, 2. Aufl. 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008c)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008d)

Toth, Alfred, Wie viele Kontexturgrenzen hat ein Zeichen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008e

Toth, Alfred, Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (2009a)

Toth, Alfred, Die qualitativen polykontextural-semiotischen Funktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (2009b)

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Ordinale und kardinale Semiotik

1. Zwischen den Bezügen der semiotischen Ordnungsrelation

$\mathrm{OR} = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$

und den Bezügen der semiotischen Zeichenrelation

$\mathrm{ZR} = (\mathrm{M}, \mathrm{O}, \mathrm{I})$

bestehen tiefgreifende Unterscheide, obwohl die ontologischen und die semiotischen Kategorien korrelativ sind. Denn nach Bense (1979, S. 53, 67) stellt ZR eine verschachtelte „Relation von Relationen" dar, was man wie folgt ausdrücken kann

$\mathrm{ZR} = (\mathrm{M}, ((\mathrm{M}, \mathrm{M} \rightarrow \mathrm{O}), (\mathrm{M}, (\mathrm{M} \rightarrow \mathrm{O}), (\mathrm{M} \rightarrow \mathrm{O} \rightarrow \mathrm{I})),$

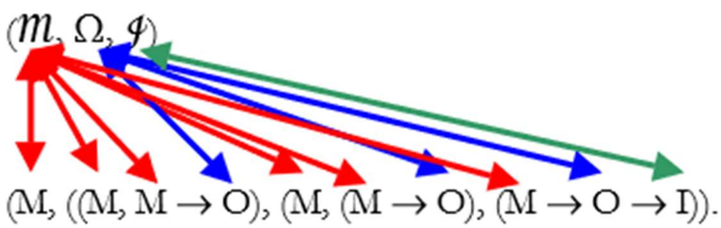
kurz auch

$\mathrm{ZR} = (\mathrm{M}, ((\mathrm{M} \rightarrow \mathrm{O}), (\mathrm{O} \rightarrow \mathrm{I}))$

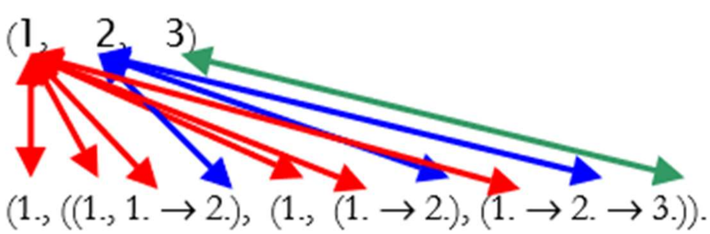
geschrieben. Das bedeutet also, dass M eine monadische Relation, $(\mathrm{M} \rightarrow \mathrm{O})$ eine dyadische und $(\mathrm{M} \rightarrow \mathrm{O} \rightarrow \mathrm{I})$ eine triadische Relation ist. Der erstere der obigen beiden Ausdrücke entsteht aus dem zweit leicht durch Substitution.

Wenn man nun aber OR = ($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$) anschaut, so gibt es hier keine vorgegebene Inklusion von Partialrelation: Es handelt sich bei $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{I}$ um drei „triadische Objekte“ (Bense 1973, S. 71), die allerdings nicht ineinander verschachtelt sind. Nachdem Bense wiederholt (z.B. 1975, S. 167 ff.; 1983, S. 192 ff.) darauf hingewiesen hatte, dass ZR der mathematischen Struktur der Ordnungszahlen folgt, nämlich dem arithmetischen Nachfolgeprinzip, kann man nun festhalten, dass OR der mathematischen Struktur der Kardinalzahlen folgt, nämlich der Reihung oder dem „Gänsemarsch“ der Peano-Zahlen.

Als Korrelationsschema zwischen OR (bzw. semiotischer Kardinalität) und ZR (bzw. semiotischer Ordinalität) erhalten wir somit



Man erkennt also, dass semiotische Kardinalität multi-repräsentiert ist in semiotischer Ordinalität, und zwar gilt, dass Card($\mathcal{M}$) 6mal, Card(Ω) 3mal und Card($\mathcal{I}$) 1mal in ZR repräsentiert ist. Man damit das obige Schema auch numerisch darstellen:



Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Die Vervollständigung der strukturellen Realitäten

1. In Toth (2009) hatten wir, wir gestützt auf die Einführung des Peirceschen Zeichens als triadisch-inklusive Relation einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation durch Bense (1979, S. 27), die 6 möglichen Permutationen der triadischen Zeichenklasse zusammen mit ihren relationalen Klammerungen wie folgt bestimmt:

$ZR1 = ((M), ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I)))$

$\times ZR1 = \times((M), ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I))) = (((I \rightarrow O), (O \rightarrow M)), (M))$

$ZR2 = ((M), ((O \rightarrow I), (M \rightarrow O)))$

$\times ZR2 = ((M), ((O \rightarrow I), (M \rightarrow O))) = (((O \rightarrow M), (I \rightarrow O)), (M))$

$ZR3 = ((O \rightarrow I), ((M), (M \rightarrow O)))$

$\times ZR3 = ((O \rightarrow I), ((M), (M \rightarrow O))) = (((O \rightarrow M), (M)), (I \rightarrow O))$

$ZR4 = ((O \rightarrow I), ((M \rightarrow O), (M)))$

$\times ZR4 = ((O \rightarrow I), ((M \rightarrow O), (M)) = (((M), (O \rightarrow M)), (I \rightarrow O))$

$ZR5 = ((M \rightarrow O), ((M), (O \rightarrow I)))$

$\times ZR5 = ((M \rightarrow O), ((M), (O \rightarrow I))) = (((I \rightarrow O), (M)), (O \rightarrow M))$

$ZR6 = ((M \rightarrow O), ((O \rightarrow I), (M)))$

$\times ZR6 = ((M \rightarrow O), ((O \rightarrow I), (M))) = (((M), (I \rightarrow O)), (O \rightarrow M))$

2. Wenn wir nun über den 6 Ordnungsrelationen die entsprechenden Zeichenklassen (und Realitätsthematiken) konstruieren, bekommen wir die folgenden in den Tabellen ganz rechts notierten strukturellen Realitäten:

2.1. $\mathrm{OR1} = (((\mathrm{I} \rightarrow \mathrm{O}), (\mathrm{O} \rightarrow \mathrm{M})), (\mathrm{M}))$

$\mathrm{Zkl1} = (3.a\ 2.b\ 1.c) \times (c.1\ b.2\ a.3) = \mathrm{Rth1}$

2.1.1.	(3.1 2.1 1.1)	$\times$	$(1.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	M-them. M
2.1.2.	(3.1 2.1 1.2)	$\times$	$(2.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	M-them. O
2.1.3.	(3.1 2.1 1.3)	$\times$	$(3.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	M-them. I
2.1.4.	(3.1 2.2 1.2)	$\times$	$(\underline{2.1\ 2.2}\ 1.3)$	O-them. M
2.1.5.	(3.1 2.2 1.3)	$\times$	$(\underline{3.1}\ \underline{2.2}\ \underline{1.3})$	triad. Real.
2.1.6.	(3.1 2.3 1.3)	$\times$	$(\underline{3.1\ 3.2}\ 1.3)$	I-them. M
2.1.7.	(3.2 2.2 1.2)	$\times$	$(2.1\ \underline{2.2\ 2.3})$	O-them. O
2.1.8.	(3.2 2.2 1.3)	$\times$	$(3.1\ \underline{2.2\ 2.3})$	O-them. I
2.1.9.	(3.2 2.3 1.3)	$\times$	$(\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3)$	I-them. O
2.1.10.	(3.3 2.3 1.3)	$\times$	$(3.1\ \underline{3.2\ 3.3})$	I-them. I

2.2. $\mathrm{OR2} = (((\mathrm{O} \rightarrow \mathrm{M}), (\mathrm{I} \rightarrow \mathrm{O})), (\mathrm{M}))$

$\mathrm{Zkl2} = (2.b\ 3.a\ 1.c) \times (c.1\ a.3\ b.2) = \mathrm{Rth2}$

2.2.1.	(2.1 3.1 1.1)	$\times$	$(1.1\ \underline{1.3\ 1.}2)$	M-them. M
2.2.2.	(2.1 3.1 1.2)	$\times$	$(2.1\ \underline{1.3\ 1.2})$	M-them O
2.2.3.	(2.1 3.1 1.3)	$\times$	$(3.1\ \underline{1.3\ 1.2})$	M-them. I
2.2.4.	(2.1 3.2 1.2)	$\times$	$(\underline{2.1\ 2.3}\ 1.2)$	O-them. M

2.2.5.	(2.1 3.2 1.3)	×	($\underline{3.1}$ $\underline{2.3}$ $\underline{1.2}$)	triad. Real.
2.2.6.	(2.1 3.3 1.3)	×	($\underline{3.1\ 3.3}$ 1.2)	I-them. M
2.2.7.	(2.2 3.2 1.2)	×	(2.1 $\underline{2.3\ 2.2}$)	O-them. O
2.2.8.	(2.2 3.2 1.3)	×	(3.1 $\underline{2.3\ 2.2}$)	O-them. I
2.2.9.	(2.2 3.3 1.3)	×	($\underline{3.1\ 3.3}$ 2.2)	I-them. O
2.2.10.	(2.3 2.3 1.3)	×	(3.1 $\underline{3.2\ 3.2}$)	I-them. I

2.3. OR3 = $(((O \rightarrow M), (M)), (I \rightarrow O))$

Zkl3 = (2.b 1.c 3.a) × (a.3 c.1 b.2) = Rth3

2.3.1.	(2.1 1.1 3.1)	×	(1.3 $\underline{1.1\ 1.2}$)	M-them. M
2.3.2.	(2.1 1.1 3.2)	×	(2.3 $\underline{1.1\ 1.2}$)	M-them. O
2.3.3.	(2.1 1.1 3.3)	×	(3.3 $\underline{1.1\ 1.2}$)	M-them. I
2.3.4.	(2.1 1.2 3.2)	×	($\underline{2.3\ 2.1}$ 1.2)	O-them. M
2.3.5.	(2.1 1.2 3.3)	×	($\underline{3.3}$ $\underline{2.1}$ $\underline{1.2}$)	triad. Real.
2.3.6.	(2.1 1.3 3.3)	×	($\underline{3.3\ 3.1}$ 1.2)	I-them. M
2.3.7.	(2.2 1.2 3.2)	×	(2.3 $\underline{2.1\ 2.2}$)	O-them. O
2.3.8.	(2.2 1.2 3.3)	×	(3.3 $\underline{2.1\ 2.2}$)	O-them. I
2.3.9.	(2.2 1.3 3.3)	×	($\underline{3.3\ 3.1}$ 2.2)	I-them. O
2.3.10.	(2.3 1.3 3.3)	×	(3.3 $\underline{3.1\ 3.2}$)	I-them. I

2.4. OR4 = $(((M), (O \rightarrow M)), (I \rightarrow O))$

Zkl4 = (1.c 2.b 3.a) × (a.3 b.2 c.1) = Rth4

2.4.1.	(1.1 2.1 3.1)	×	(1.3 $\underline{1.2\ 1.1}$)	M-them. M

2.4.2. (1.1 2.1 3.2) × (2.3 $\underline{1.2\ 1.1}$) M-them. O

2.4.3. (1.1 2.1 3.3) × (3.3 $\underline{1.2\ 1.1}$) M-them. I

2.4.4. (1.1 2.2 3.2) × ($\underline{2.3\ 2.2}$ 1.1) O-them. M

2.4.5. (1.1 2.2 3.3) × ($\underline{3.3}$ $\underline{2.2}$ $\underline{1.1}$) triad. Real.

2.4.6. (1.1 2.3 3.3) × ($\underline{3.3\ 3.2}$ 1.1) I-them. M

2.4.7. (1.2 2.2 3.2) × (2.3 $\underline{2.2\ 2.1}$) O-them. O

2.4.8. (1.2 2.2 3.3) × (3.3 $\underline{2.2\ 2.1}$) O-them. I

2.4.9. (1.2 2.3 3.3) × ($\underline{3.3\ 3.2}$ 2.1) I-them. O

2.4.10. (1.3 2.3 3.3) × (3.3 $\underline{3.2\ 3.1}$) I-them. I

2.5. OR5 = (((I $\rightarrow$ O), (M)), (O $\rightarrow$ M))

Zkl5 = (3.a 1.c 2.b) × (b.2 c.1 a.3) = Rth5

2.5.1. (3.1 1.1 2.1) × (1.2 $\underline{1.1\ 1.3}$) M-them. M

2.5.2. (3.1 1.1 2.2) × (2.2 $\underline{1.1\ 1.3}$) M-them. O

2.5.3. (3.1 1.1 2.3) × (3.2 $\underline{1.1\ 1.}$3) M-them. I

2.5.4. (3.1 1.2 2.2) × ($\underline{2.2\ 2.1}$ 1.3) O-them. M

2.5.5. (3.1 1.2 2.3) × ($\underline{3.2}$ $\underline{2.1}$ $\underline{1.3}$) triad. Real.

2.5.6. (3.1 1.3 2.3) × ($\underline{3.2\ 3.1}$ 1.3) I-them. M

2.5.7. (3.2 1.2 2.2) × (2.2 $\underline{2.1\ 2.3}$) O-them. O

2.5.8. (3.2 1.2 2.3) × (3.2 $\underline{2.1\ 2.3}$) O-them. I

2.5.9. (3.2 1.3 2.3) × ($\underline{3.2\ 3.1}$ 2.3) I-them. O

2.5.10. (3.3 1.3 2.3) × (3.2 $\underline{3.1\ 3.3}$) I-them. I

2.6. OR6 = (((M), (I $\rightarrow$ O)), (O $\rightarrow$ M))

Zkl6 = (1.c 3.a 2.b)

2.6.1.	(1.1 3.1 2.1)	×	(1.2 $\underline{1.3\ 1.1}$)	M-them. M
2.6.2.	(1.1 3.1 2.2)	×	(2.2 $\underline{1.3\ 1.1}$)	M-them. O
2.6.3.	(1.1 3.1 2.3)	×	(3.2 $\underline{1.3\ 1.1}$)	M-them. I
2.6.4.	(1.1 3.2 2.2)	×	($\underline{2.2\ 2.3}$ 1.1)	O-them. M
2.6.5.	(1.1 3.2 2.3)	×	($\underline{3.2}$ $\underline{2.3}$ $\underline{1.1}$)	triad. Real.
2.6.6.	(1.1 3.3 2.3)	×	($\underline{3.2\ 3.3}$ 1.1)	I-them. M
2.6.7.	(1.2 3.2 2.2)	×	(2.2 $\underline{2.3\ 2.1}$)	O-them. O
2.6.8.	(1.2 3.2 2.3)	×	(3.2 $\underline{2.3\ 2.1}$)	O-them. I
2.6.9.	(1.2 3.3 2.3)	×	($\underline{3.2\ 3.3}$ 2.1)	I-them. O
2.6.10.	(1.3 3.3 2.3)	×	(3.2 $\underline{3.3\ 3.1}$)	I-them. I

Man bemerkt, dass man erst jetzt alle theoretischen Möglichkeiten der Definition einer triadischen Relation als „Verschachtelung“ über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation ausgenutzt hat. Am besten sieht man dies eben an den strukturellen Realitäten. Findet sich z.B. im Peirceschen Zehnersystem (2.1.) unter dem M-them. O einzig

(2.1 $\underline{1.2\ 1.3}$) (2.1.2)

so haben wir jetzt dank der übrigen 5 Systeme zusaätzlich

(2.1 $\underline{1.3\ 1.2}$) (2.2.2.)

(2.3 $\underline{1.1\ 1.2}$) (2.3.2.)

$(2.3\ \underline{1.2\ 1.1})$ (2.4.2.)

$(2.2\ \underline{1.1\ 1.3})$ (2.5.2.)
$(2.2\ \underline{1.3\ 1.1})$ (2.6.2.),

d.h. die in Zkl1 fehlenden Thematisate des vollständigen Objektbezuges. Bemerkenswerterweise geht diese Vervollständigung der thematisierten Subzeichen einher mit einer Vervollständigung der trichotomischen Stellenwerte der thematisierenden Subzeichen, denn wir haben ja

$(2.\underline{1}) \leftarrow (1.\underline{2}\ 1.\underline{3})/(1.\underline{3}\ 1.\underline{2})$
$(2.\underline{2}) \leftarrow (1.\underline{1}\ 1.\underline{3})/(1.\underline{3}\ 1.\underline{1})$
$(2.\underline{3}) \leftarrow (1.\underline{1}\ 1.\underline{2})/(1.\underline{2}\ 1.\underline{1})$.

3. Jedem Leser jedoch, der mein Kapitel (Toth 2008, S. 214 ff.) studiert hat, wird bemerken, dass selbst hiermit noch nicht alle möglichen struktruellen Realitäten ausgeschöpft sind. Es fehlen nämlich

von den Strukturen $(2.1\ \underline{1.2\ 1.3})$ und $(2.1\ \underline{1.3\ 1.2})$:

$(\underline{1.2}\ 2.1\ \underline{1.3})$, $(\underline{1.3}\ 2.1\ \underline{1.2})$.

von den Strukturen $(2.3\ \underline{1.1\ 1.2})$ und $(2.3\ \underline{1.2\ 1.1})$:

$(\underline{1.1}\ 2.3\ \underline{1.2})$, $(\underline{1.2}\ 2.3\ \underline{1.1})$

von der Stukturen (2.2 <u>1.1 1.3</u>) und (2.2 <u>1.3 1.1</u>):

(<u>1.1</u> 2.2 <u>1.3</u>), (<u>1.3</u> 2.2 <u>1.1</u>),

d.h. es fehlen die von mir so genannten „Sandwich-Thematisationen“ (Toth 2008, S. 216). Diese entstehen, wenn die Inklusionsordnung der obigen 6 Ordnungsschemata aufgehoben werden. Wir waren ja bis jetzt immer davon ausgegangen, dass der trichotomische Werte des (n+1)-ten Subzeichens von links mindestens denselben Wert haben muss wie das n-te, d.h. für

OR1: (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$,

d.h. unsere OR1-6 sind gekennzeichnet durch die Inklusionsschemata

1. ($a \leq b \leq c$)
2. ($b \leq a \leq c$)
3. ($b \leq c \leq a$)
4. ($c \leq b \leq a$)
5. ($a \leq c \leq b$)
6. ($c \leq a \leq b$)

Hebt man diese Restriktionen jedoch auf, erhält man zu jeder Thematisation zwei dem Sandwich

(<u>1.1</u> 2.2 <u>1.3</u>), (<u>1.3</u> 2.2 <u>1.1</u>), entsprechende zusätzliche Themaitsationen, nämlich mit Rechts- und Links-Vertauschung der „gesperrten“ thematisierenden Subzeichen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Permutationen und relationale Klammerung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Zur relationentheoretischen und kategorialen Einführung des Zeichens durch Peirce

1. Aus dem folgenden, aus Walthers „Allgemeiner Zeichenlehre" zitiertem Absatz erfährt man, wie Peirce zu seinen drei „Universalkategorien" gekommen ist und wie er sie mit seiner relationentheoretischen Einführung des Zeichens verbunden hat: „Peirce untersuchte als ein grosser Kenner und Bewunderer von Kant neben dessen Kategorien auch dessen verschiedene ‚Urteile' und bemerkte, dass trotz der Verschiedenheiten die Grundform aller Urteile in der Verbindung von ‚Subjekt – Kopula – Prädikat', die den Zusammenhang von ‚Gegenstand – Relation – Eigenschaft' wiedergbt, stets festgehalten wird. Die Glieder des Urteils bzw. Satzes sind dann 1. als einstellig (Prädikat), 2. als zweistellig (Subjekt) und 3. als dreistellig (Kopula) aufzufassen. Man kann daher nach Peirce auch sagen, dass ein ‚Erstes' (die Eigenschaft) gegeben bzw. schon bekannt sein muss, um ein ‚Zweites' (den Gegenstand) zu bestimmen, und dass man durch ein ‚Drittes' (die Kopula) Eigenschaft und Gegenstand verbindet" (Walther 1979, S. 47).

2. Wie man erkennt, operiert Peirce hier zunächst mit zwei verschiedenen 3-stelligen Relationen und sucht sie miteinander in Übereinstimmung zu bringen

1. mit der grammatischen Relation: Subjekt – Kopula - Prädikat
2. mit der logischen Relation: Gegenstand – Relation – Eigenschaft

Ist aber das Prädikat wirklich eine 1-stellige Relation? Beispiele wie „gibt", „schreibt", „tötet", „liebt" usw. sind mehrstellig. „x ist ein Zeichen für y durch z" ist jedenfalls eine klare 3-stellige Relation. Das Subjekt ist nur dann eine 2-stellige Relation, wenn es in der Dichotomie „Subjekt/Prädikat“ oder „Subjekt/Objekt“ auftritt, die Kopula ist nur dann 3-stellig, wenn sie 2 Glieder verbindet, aber sie verbindet ja in 2.1. ein 2-stelliges Subjekt und ein 3-stelliges Prädikat. Ferner funktioniert 2.1. nur dann, wenn die oben gegebene Ordnung eingehalten wird, also: Subjekt – Kopula – Prädikat. Die Kopula als 2-stellige Relation vermittelt hier zwischen einem 1-stelligen Subjekt (Platzhalter für einen Individuennamen) und einem 1-stelligen Prädikat (eine Aussage mit Leerstelle für den Individuennamen). 2.1. funktioniert also, wenn man z.B. Subjekt = „Zeichen“, Kopula = „repräsentiert/steht für/ersetzt (usw.)“, Prädikat = „Objekt“ einsetzt. Wir haben dann allerdings eine 3-stellige Relation über einer 1-stelligen, einer 2-stelligen und einer 1-stelligen Relation vor uns.

Was nun die logische Relation Gegenstand – Relation – Eigenschaft anbetrifft, so scheinen Gegenstand und Subjekt, Relation und Kopula sowie Eigenschaft und Prädikat einander zu entsprechen, allein, ein Gegenstand, wenigstens im ontologischen Sinne, ist keine 2-stellige Relation wie das Subjekt, sondern eine 0-stellige. Eine Relation kann selbstverständlich von 0- bis n-stellig sein, ist also nicht notwendig 2-stellig wie unsere Kopula in 2.1., und eine Eigenschaft ist normalerweise 1- bis 3-stellig. Die logische Relation ist also eine 3-stellige Relation über einer 0-stelligen, einer n-stelligen und einer 1-3-stelligen Relation und lässt sich damit nicht mit der grammatischen Relation in Übereinstimmung bringen.

3. Man bekommt also den Eindruck, dass Peirce seine Zeichendefinition im Grunde, wie dies Bense später sehr richtig gesehen hat (1979, S. 53, 67) einfach als „verschachtelte“ „Relation über Relationen“

$$ZR = {}^3R({}^1R^2, R, {}^3R),$$

motiviert einzig und allein durch die von ihm selbst weitgehend begründete mathematische Relationentheorie einführen wollte – und dabei den Fehler beging, in den gänzlich nicht-mathematischen 3-stelligen logischen Modellen zwischen den Scholastikern und Kant Anlehnung und Stütze zu finden. Dahinter verbirgt sich offenbar die Angst des Mathematikers, mathematische Begriffe in einem zuvor nicht-mathematischen Feld wie der Zeichentheorie einzuführen. Peirce muss sich ja bewusst gewesen sein, dass sich seine Versuche, eine mathematische Zeichentheorie aufzubauen, irgendwo im weiten Felde zwischen den beiden folgenden Extremen bewegen musste: 1. der logischen Zeichentheorie, die eben nicht über die Grenzen der Logik hinausführt, und die rein mathematische Zeichentheorie, die irgendwann darauf hinausläuft, dass das Zeichen nichts anderes als die Zahl ist und dass folglich die Zeichentheorie nichts anderes als die Mathematik ist. Er musste also die Logik verlassen, indem er deren Kategorien „universalisierte“, anderseits musste er aber auch die rein relationentheoretische Deutung, die erst auf Bense zurückgehende Definition $ZR = {}^3R({}^1R^2, R, {}^3R)$ „metaphysisch einengen“, und das tat er eben mit Rekurs auf logische und grammatische Kategorientafeln, die im Grunde untereinander ebenso wie mit der relationentheoretischen Definition im Widerspruch standen.

4. An dieser Stelle muss noch darauf hingeweisen werden, dass erst Rudolf Kaehr gesehen hat, dass sogar die Definition der Erstheit (d.h. der 1-stelligen Relation) durch Peirce unhaltbar ist. Nach Walther hatte sie Peirce wie folgt eingeführt: „Erstheit ist der Sensmodus dessen, das so ist, wie es ist, positiv und ohne Beziehung zu irgend etwas anderem“ (Walther 1979, S. 47). Was hier nämlich fehlt – oder nur scheinbar implizit vorgegeben ist -, ist die Reflexivität: „A composition always is accompanied by an enivronment of its morphisms. Therefore, an initial object or the number 1, firstness, is diamond theoretically always doubled: as itself and as its environment, i.e (A | a). That is, as a morphism, and as a hetero-morphism. A diamond initial object is not a singular object but a doublet, also called bi-object. Furthermore, self-identity is able to distinguish its directionality as left (lo) and right (ro) order“ (Kaehr 2008, S. 2). Daraus folgt also:

Diamond-Erstheit = A | a

Wenn A^{ro}, dann $A^{ro}| a^{lo}$.

Wenn A^{lo}, dann $A^{lo}| a^{ro}$.

Berücksichtigt man die Umgebungen bzw. Hetermorphismen auch bei der Einführung von Zweitheit und Drittheit, so erhält man folgendes Modell eines Diamond-Zeichens (wobei sich auch die Notwendigkeit zur Definition der Nullheit ergibt, vgl. oben unseren Hinweis, dass Objekte 0-stellige Relationen sind, sowie Bense (1975, S. 65 f.)):

Diam. Nullheit = $\varnothing$ | ø

Diam. Erstheit = A | a

Diam. Zweitheit = $A \rightarrow B \mid c$

Diam. Drittheit = $A \rightarrow C \mid b_1 \leftarrow b_2$

Abschliessend sei festgestellt, dass es sinnlos ist, das Zeichen mit logischen oder grammatischen Kategorien einzuführen, um aus ihnen „Universalkategorien" zu abstrahieren. Das ist am Ende nicht viel besser als, wie es Saussure tat, vom sprachlichen Zeichenmodell auszugehen und es durch Anpassung an andere Zeichenmodelle zu „verallgemeinern". Das Zeichen kann sauber nur mathematisch, und zwar mit Hilfe der Relationentheorie, definiert werden, wobei es die beiden Möglichkeiten der monokontexturalen Einführung (Bense 1979, S. 53, 67) und der polykontexturalen Einführung (Kaehr 2008, S. 1 ff.) gibt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Vermittlungsstrukturen n-adischer Zeichenklassen mit $n \geq 3$

1. In Toth (2009) wurde van den Booms (1981) Vorschlag aufgenommen, der Peirceschen Zeichenrelation das folgende Ordnungsschema zugrunde zu legen:

$$\begin{array}{ll} M \leftarrow & O \\ & \uparrow \\ & I \end{array}$$

woraus man zu folgendem linearisiertem Zeichenmodell kommt:

$ZR = (O, I, M)$.

Wird jedoch ZR selbst vermittelt, so kann dies natürlicherweise wiederum nur durch ein weiteres Mittel, d.h. einen weiteren Interpretanten I‘ gelingen. Da offenbar der Index der Vermittlung mit dem Index des vermittelten Zeichens ansteigt ($ZR^n \cong I^n$), sieht also das m-te vermittelte Zeichen wie folgt aus:

$ZR^m = ((O, I, M), I^m)$ mit $n = (m-1)$.

2. Im folgenden wollen wir uns die Vermittlungsstrukturen anschauen. Da I‘ ein I, ein I“ sowohl I‘ als auch I usw. vermittelt und die Vermittlung natürlich innerhalb der betreffenden Zeichenrelation stattfinden muss, bekommen wir für I^1 bis und mit I^4:

$2 \rightarrow \quad 3 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow \quad 3 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 2$

$2 \to 3 \to 5 \to 4 \to 6 \to 1$

$1 \to 3 \to 5 \to 4 \to 6 \to 2$

$2 \to 3 \to 5 \to 6 \to 4 \to 1$

$1 \to 3 \to 5 \to 6 \to 4 \to 2$

$2 \to 3 \to 6 \to 4 \to 5 \to 1$

$1 \to 3 \to 6 \to 4 \to 5 \to 2$

$2 \to 3 \to 6 \to 5 \to 4 \to 1$

$1 \to 3 \to 6 \to 5 \to 4 \to 2$

$2 \to 4 \to 3 \to 5 \to 6 \to 1$

$1 \to 4 \to 3 \to 5 \to 6 \to 2$

$2 \to 4 \to 3 \to 6 \to 5 \to 1$

$1 \to 4 \to 3 \to 6 \to 5 \to 2$

$2 \to 4 \to 5 \to 3 \to 6 \to 1$

$1 \to 4 \to 5 \to 3 \to 6 \to 2$

$2 \to 4 \to 5 \to 6 \to 3 \to 1$

$1 \to 4 \to 5 \to 6 \to 3 \to 2$

$2 \to 4 \to 6 \to 3 \to 5 \to 1$

$1 \to 4 \to 6 \to 3 \to 5 \to 2$

$2 \to 4 \to 6 \to 5 \to 3 \to 1$

$1 \to 4 \to 6 \to 5 \to 3 \to 2$

$2 \to 5 \to 3 \to 4 \to 6 \to 1$

$1 \to 5 \to 3 \to 4 \to 6 \to 2$

$2 \to 5 \to 3 \to 6 \to 4 \to 1$

$1 \to 5 \to 3 \to 6 \to 4 \to 2$

$2 \to 5 \to 4 \to 3 \to 6 \to 1$

$1 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

Da jede Vermittlung also 2 und nicht nur 1 Basisstruktur hat, ergeben sich mit wachsender Fakultät 2 mal 1! = 2, 2 mal 2! = 4, 2 mal 3! = 12 , 2 mal 4! = 48, also für ZR^n 2 mal n! Vermittlungsstrukturen.

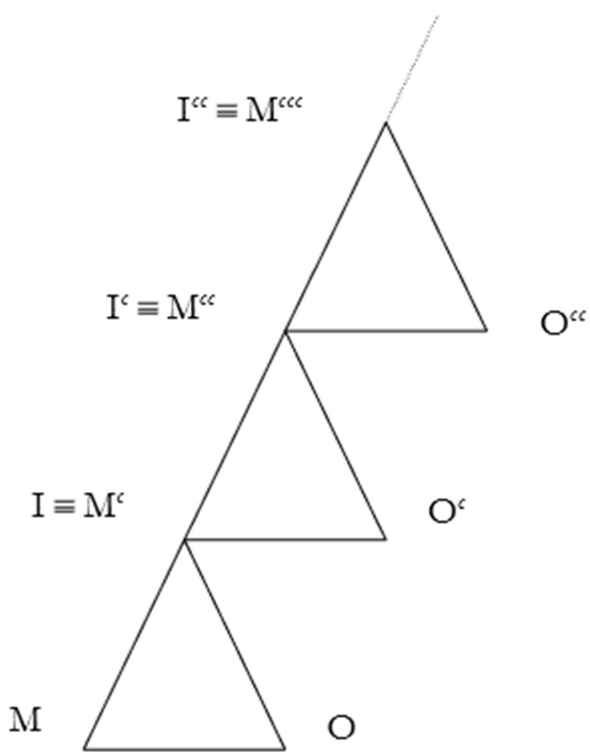
Bibliographie

Toth, Alfred, Der “anonyme Vierte” in der triadischen Peirceschen Zeichenrelation. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zs. für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Interpretation und Vermittlung

1. Ein semiotischer Satz von Peirce besagt, dass kein Zeichen allein auftreten kann, weil jedes Zeichen ein weiteres Zeichen zur Erklärung bedarf und der Erklärungsprozess daher nie abgeschlossen ist. Rein formal könnte man auch sagen: Die Pluralität von Zeichen ist durch den drittheitlichen Interpretanten im Zeichen angelegt, der selbst ein Zeichen ist. Daher beruht also die Autoreproduktionsfähigkeit von Zeichen auf der Interpretation. Bei dieser wird, wie es Walther (1979, S. 76 ff.) dargestellt hat, der Interpretant eines Zeichens der Stufe n in ein Mittel des Zeichens der Stufe (n+1) transformiert, usw., d.h. Explanans und Explanandum verhalten sich natürlich wie Objekt- und Metasprache:



2. Nach van den Boom (1981) muss die Peircesche Zeichenstruktur korrekterweise wie folgt notiert werden:

$$\begin{array}{ccc} M & \leftarrow & O \\ & & \uparrow \\ & & I \end{array}$$

woraus man zu folgendem linearisiertem Zeichenmodell kommt:

ZR = (O, I, M).

Wird jedoch ZR selbst vermittelt, so kann dies natürlicherweise wiederum nur durch ein weiteres Mittel, d.h. einen weiteren Interpretanten I‘ gelingen. Da offenbar der Index der Vermittlung mit dem Index des vermittelten Zeichens ansteigt ($ZR^n \cong I^n$), sieht also das m-te vermittelte Zeichen wie folgt aus:

$ZR^m = ((O, I, M), I^m)$ mit n = (m-1).

Wie bereits in Toth (2009), wollen wir uns nun die Vermittlungsstrukturen anschauen. Da I‘ ein I, ein I‘‘ sowohl I‘ als auch I usw. vermittelt und die Vermittlung natürlich innerhalb der betreffenden Zeichenrelation stattfinden muss, bekommen wir für I^1 bis und mit I^4:

$2 \rightarrow \; 3 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow \; 3 \rightarrow 2$

$2 \to 3 \to 4 \to 1$

$1 \to 3 \to 4 \to 2$

$2 \to 4 \to 3 \to 1$

$1 \to 4 \to 3 \to 2$

$2 \to 3 \to 4 \to 5 \to 1$

$1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 2$

$2 \to 3 \to 5 \to 4 \to 1$

$1 \to 3 \to 5 \to 4 \to 2$

$2 \to 4 \to 3 \to 5 \to 1$

$1 \to 4 \to 3 \to 5 \to 2$

$2 \to 4 \to 5 \to 3 \to 1$

$1 \to 4 \to 5 \to 3 \to 2$

$2 \to 5 \to 3 \to 4 \to 1$

$1 \to 5 \to 3 \to 4 \to 2$

$2 \to 5 \to 4 \to 3 \to 1$

$1 \to 5 \to 4 \to 3 \to 2$

$2 \to 3 \to 4 \to 5 \to 6 \to 1$

$1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 6 \to 2$

$2 \to 3 \to 4 \to 6 \to 5 \to 1$

$1 \to 3 \to 4 \to 6 \to 5 \to 2$

$2 \to 3 \to 5 \to 4 \to 6 \to 1$

$1 \to 3 \to 5 \to 4 \to 6 \to 2$

$2 \to 3 \to 5 \to 6 \to 4 \to 1$

$1 \to 3 \to 5 \to 6 \to 4 \to 2$

$2 \to 3 \to 6 \to 4 \to 5 \to 1$

$1 \to 3 \to 6 \to 4 \to 5 \to 2$

$2 \to 3 \to 6 \to 5 \to 4 \to 1$

$1 \to 3 \to 6 \to 5 \to 4 \to 2$

$2 \to 4 \to 3 \to 5 \to 6 \to 1$

$1 \to 4 \to 3 \to 5 \to 6 \to 2$

$2 \to 4 \to 3 \to 6 \to 5 \to 1$

$1 \to 4 \to 3 \to 6 \to 5 \to 2$

$2 \to 4 \to 5 \to 3 \to 6 \to 1$

$1 \to 4 \to 5 \to 3 \to 6 \to 2$

$2 \to 4 \to 5 \to 6 \to 3 \to 1$

$1 \to 4 \to 5 \to 6 \to 3 \to 2$

$2 \to 4 \to 6 \to 3 \to 5 \to 1$

$1 \to 4 \to 6 \to 3 \to 5 \to 2$

$2 \to 4 \to 6 \to 5 \to 3 \to 1$

$1 \to 4 \to 6 \to 5 \to 3 \to 2$

$2 \to 5 \to 3 \to 4 \to 6 \to 1$

$1 \to 5 \to 3 \to 4 \to 6 \to 2$

$2 \to 5 \to 3 \to 6 \to 4 \to 1$

$1 \to 5 \to 3 \to 6 \to 4 \to 2$

$2 \to 5 \to 4 \to 3 \to 6 \to 1$

$1 \to 5 \to 4 \to 3 \to 6 \to 2$

$2 \to 5 \to 4 \to 6 \to 3 \to 1$

$1 \to 5 \to 4 \to 6 \to 3 \to 2$

$2 \to 5 \to 6 \to 3 \to 4 \to 1$

$1 \to 5 \to 6 \to 3 \to 4 \to 2$

$2 \to 5 \to 6 \to 4 \to 3 \to 1$

$1 \to 5 \to 6 \to 4 \to 3 \to 2$

$2 \to 6 \to 3 \to 4 \to 5 \to 1$

$1 \to 6 \to 3 \to 4 \to 5 \to 2$

$2 \to 6 \to 3 \to 5 \to 4 \to 1$

$1 \to 6 \to 3 \to 5 \to 4 \to 2$

$2 \to 6 \to 4 \to 3 \to 5 \to 1$

$1 \to 6 \to 4 \to 3 \to 5 \to 2$

$2 \to 6 \to 4 \to 5 \to 3 \to 1$

$1 \to 6 \to 4 \to 5 \to 3 \to 2$

$2 \to 6 \to 5 \to 3 \to 4 \to 1$

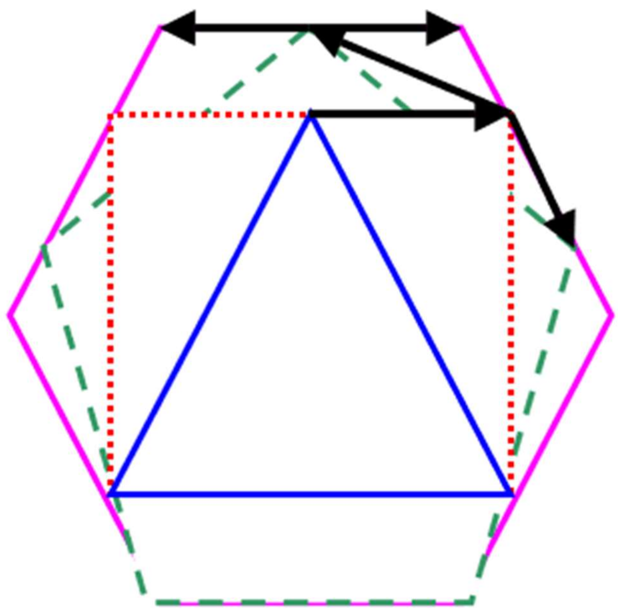
$1 \to 6 \to 5 \to 3 \to 4 \to 2$

$2 \to 6 \to 5 \to 4 \to 3 \to 1$

$1 \to 6 \to 5 \to 4 \to 3 \to 2$

Da jede Vermittlung also 2 und nicht nur 1 Basisstruktur hat, ergeben sich mit wachsender Fakultät 2 mal 1! = 2, 2 mal 2! = 4, 2 mal 3! = 12 , 2 mal 4! = 48, also für ZR^n 2 mal n! Vermittlungsstrukturen. Für das entsprechende Zeichenmodell bedeutet das eine zweite Art des „Zeichenwachstums“ (Walther 1979, S. 76) neben der bereits behandelten Interpretation. Dabei „wächst“ das Zeichen allerdings nicht nur das rechts oben (bzw. fällt, konvers, kaskadenartig), sondern mit jedem Wachstum in einer Dimension ist ja ein

Zuwachs an einer vermittelnden Kategorie verbunden, d.h. jedes n-Eck wird zu einem (n+1)-Eck:



Die zusätzlichen Interpretanten sind als schwarze Pfeile, ausgehend vom Interpretantenbezug des einbeschriebenen Dreiecks, d.h. des ursprünglichen Zeichens, eingezeichnet. Vom Dreieck zum Viereck führen also 2, vom Viereck zum Fünfeck 3 und vom Fünfeck zum Sechseck 3 Pfeile, usw. So ergibt sich also eine Polygonhierarchie der Vermittlung in Ergänzung zu den aufsteigenden Kaskaden der Interpretation.

Bibliographie

Toth, Alfred, Vermittlungsstrukturen n-adischer Zeichenklassen mit n ≥ 3. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Strukturen semiotischer Vermittlung

1. Gegeben sei die Form- und die Inhaltsseite eines Zeichens, d.h. der bezeichnende Mittelbezug und der bezeichnete Objektbezug

M; O.

Sie zusammen machen, wie Peirce dargestellt hatte, noch kein Zeichen aus, insofern es eines vermittelnden Dritten bedarf. Nach van den Boom (1981) ist der Interpretantenbezug dieses „Mittel", und zwar vermittelt er zwischen Erstheit und Zweitheit. Ferner hat von den Boom gezeigt, dass die Zweitheit im Grunde eine Erstheit ist, insofern nämlich, als die Erstheit relativ zur Zweitheit a posteriori ist. Wir bekommen damit also das leicht veränderte triadische Peirceschen Zeichenmodell

$ZR = (O, I, M)$.

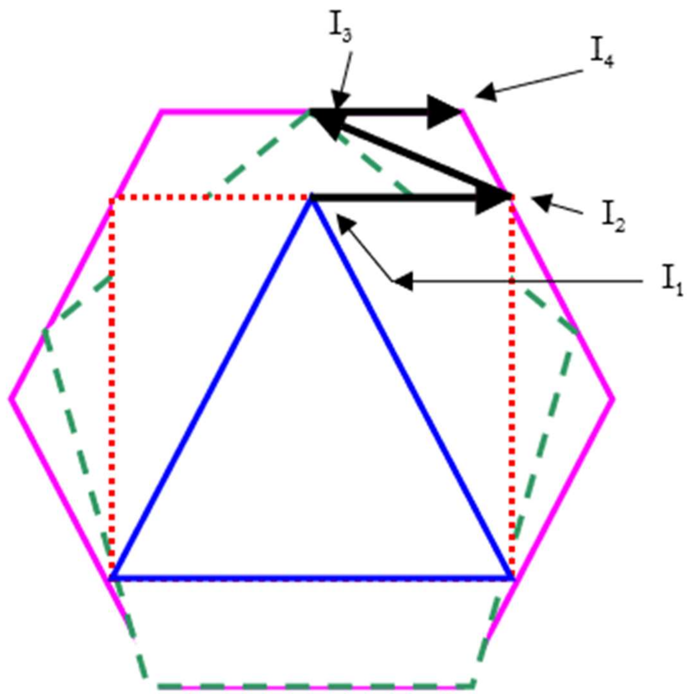
Auch diese drei „Fundamentalkategorien" bedürfen jedoch der Vermittlung, d.h. eines zweiten Interpretanten:

$ZR^2 = ((O, I, M), I)$.

Wendet man dieses Vermittlungsverfahren n-mal an, so erhält man

$ZR^n = ((O, I, M), I^1 \ldots I^n)$,

und das ursprüngliche semiotische Dreieck verwandelt sich in ein n-Eck:



Hex. ZR = (M, O, I_1, I_2, I_3, I_4)

2. Mit der Erweiterung des triadischen zu einem tetradischen, pentadischen, hexadischen, ..., n-adischen Zeichenmodell wächst natürlich auch die Anzahl der Zeichenklassen, ferner treten in den zugeordneten Realitätsthematiken Thematisationsstukturen auf, die aus den Trichotomien der klassischen Triaden unbekannt sind (vgl. Toth 2008, S. 214 ff.). Die grosse Frage ist natürlich, ob man die Trichotomien, die seit der Erfindung der semiotischen Matrix durch Bense begründungslos vorausgesetzt werden, überhaupt braucht. Trichotomien sind ja definitionsgemäss „Zwischenstufen“ von Kategorien (Walther 1979, S. 49). Nun dienen Kategorien dazu, „Grundmerkmale des Seienden“ auszudrücken. Mathematisch gesehen sind sie somit Äquivalenzklassen. Die die Kategorien Triaden sind – sind damit die Trichotomien Teilmengen von Äquivalenzklassen? Und was soll das sein? Ein

„kartesisches Produkt“ wie <2.1> drückt eine „Erstheit der Zweitheit“ aus bzw., modal interpretiert, <WM>, eine „Möglichkeit der Wirklichkeit“. Die Frage ist, was das überhaupt sein soll: eine Möglichkeit? eine Wirklichkeit? Was ist der Unterschied der dualen Paare <1.2> und <2.1>, also der Unterschied zwischen der Wirklichkeit der Möglichkeit und der Möglichkeit der Wirklichkeit? Und weshalb wird das Abbild, das iconische Zeichen, „modalontologisch“ als Möglichkeit der Wirklichkeit, das Signal, das Sinzeichen aber das Wirklichkeit der Möglichkeit bezeichnet? Sind somit Signale und Icone dual zueinander? Bestimmt nicht.

Wie immer man sich entscheidet – ob für Zeichenmodelle mit oder ohne Trichtomien -, es hat einen Einfluss auf die Zahl der Zeichenklassen, die man bekommt. Ich gebe hier abschliessend die Berechnungsschlüssel für die entsprechenden Anzahlen n-adischer m-otomischer Zeichenklassen ohne Inklusionsbeschränkungen:

n-ad.	m-otom.	Anzahl Zkln
3	3	$3 \circ 3 \circ 3 = 27$
3	4	$4 \circ 4 \circ 4 = 64$
3	5	$5 \circ 5 \circ 5 = 125$
3	6	$6 \circ 6 \circ 6 = 216$
4	3	$3 \circ 3 \circ 3 \circ 3 = 81$
4	4	$4 \circ 4 \circ 4 \circ 4 = 256$
4	5	$5 \circ 5 \circ 5 \circ 5 = 625$

4	6	$6 \circ 6 \circ 6 \circ 6 = 1296$
5	3	$3 \circ 3 \circ 3 \circ 3 \circ 3 = 243$
5	4	$4 \circ 4 \circ 4 \circ 4 \circ 4 = 1024$
5	5	$5 \circ 5 \circ 5 \circ 5 \circ 5 = 3125$
5	6	$6 \circ 6 \circ 6 \circ 6 \circ 6 = 7776$
6	3	$3 \circ 3 \circ 3 \circ 3 \circ 3 \circ 3 = 729$
6	4	$4 \circ 4 \circ 4 \circ 4 \circ 4 \circ 4 = 4096$
6	5	$5 \circ 5 \circ 5 \circ 5 \circ 5 \circ 5 = 15625$
6	6	$6 \circ 6 \circ 6 \circ 6 \circ 6 \circ 6 = 46656$

...

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die kommunikative Zeichenrelation

1. Kommunikative Zeichen sind inkompatibel mit dem Peirceschen Zeichenmodell

$ZR = (M, O, I)$,

da dieses nur 1 Interpretanten enthält. Daher muss ein auf ZR begründetes Kommunikationsmodell entweder hinsichtlich Sender oder Empfänger defizitär sein oder (wie von Shannon; Bense; Chomsky angenommen) Personalunion von Sender und Empfänger unterstellt werden. Letzteres wird damit begründet, dass sich Sender und Empfänger bei Kommunikationsprozessen lediglich durch ihre Zeichenvorräte unterscheiden und daher als unterscheidende Zusatzbedingung nichtleerer Durchschnitt des Sender- und des Empfänger-Repertoires verlangt werden kann. Eine solche letztlich auf den monadischen Zeichenbegriff der Shannon/Weaversche Kommunikationstheorie zurückgehende Auffasung übersieht jedoch die unterschiedliche logisch-epistemologische Relevanz des Sender- und Empfängerpols als Subjekt und Objekt bzw. genauer subjektives Subjekt und objektives Subjekt des Kommunikationsprozesses, die sich wenigstens monokontextural nicht aufeinander abbilden lassen, und ist daher semiotisch wertlos.

2. Ein kommunikative Zeichenmodell muss daher zwei Interpretanten enthalten, einen Sender- und einen Empfänger-Interpretanten:

$KZR = (I_S, Z, I_E)$

Das Kommunikationsschema ist so also eine „dreistellige Seinsfunktion, in die drei Etwase, ein Zeichen, ein Expedient und ein Perzipient, eingesetzt werden müssen, damit die Funktion funktioniert“ (Bense 1976, S. 26 f.).

Das Zeichen Z ist allerdings nicht mehr die triadische Peircesche Zeichenrelation ZR, sondern kategoriale Dyaden (vgl. Toth 2010), die eine der folgenden 6 Formen annehmen kann:

$[B°, A°]$

$[A°B°, A]$

$[B, A°B°]$

$[A°, BA]$

$[B, A°B°]$

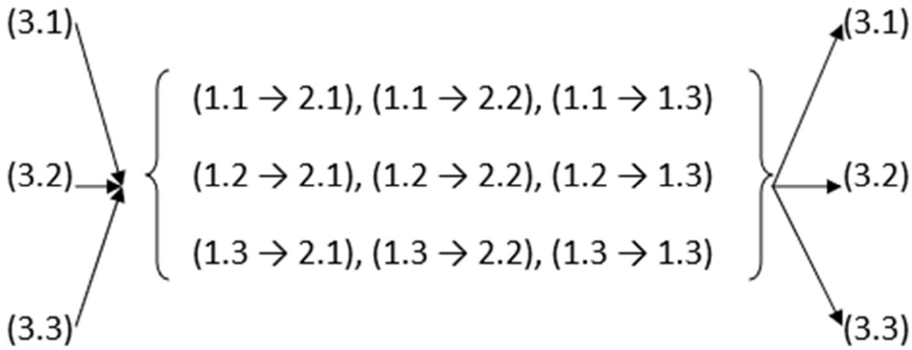
$[B°, BA]$

Eine Einbettung des Zeichensetzers als Interpretanten in die Zeichenrelation

$(\mathcal{I} \rightarrow \Omega) \rightarrow (M \rightarrow O, I)$

ist ja nur dann nötig, wenn bei der Semiose das Zeichen als solches thetisch gesetzt wird. Einmal konventionalisiert, können Sender und Empfänger ja beliebig wechseln, so dass es nicht nötig ist, den Setzer-Sender in die Relation einzubetten.

De facto entsprechen die 6 abstrakten dyadisch-kategorialen Zeichentypen natürlich den folgenden Kombinationen



so dass sich also die Stellenwerte der beiden Interpretanten nicht nacheinander und in Sonderheit nicht nach denen der Dyaden richten müssen. Damit sind insgesamt 6 mal 9 = 54 triadische Zeichenklassen des Schemas KZR = (I_S, Z, I_E) möglich.

Wie bekannt, hatte Meyer-Eppler in seiner Informationstheorie die Signale in Symptome einerseits und in Symbole anderseits eingeteilt (1969, S. 3). Mit der kategorialen Dyade als Elementarzeichenmodell (Z) können wir seine Angaben nun erheblich präzisieren. Wenn wir z.B. ausgehen von
KZR = (3.a 2.b 1.c 0.d), dann bekommen wir

$$[A^{\circ}_{b\to c}]$$

$$\begin{array}{cc}
\swarrow & \searrow \\
3.a \to [A^{\circ}_{b\to c}] = & [A^{\circ}_{b\to c}] \to 0.d = \\
[B^{\circ}_{a\to b}, A^{\circ}_{b\to c}] = & [A^{\circ}_{b\to c}, C^{\circ}_{c\to d}] = \\
[B^{\circ}, A^{\circ}]_{a\to c} & [A^{\circ}, C^{\circ}]_{b\to d}
\end{array}$$

Da nun nach Bühler (1965) Signale zwar aus ein genau bestimmbaren Signalquellen emittiert werden, Symptome sich aber nicht an klar bestimmbare Empfänger wenden, so können wir die linke Seite der obigen Ableitung als

Form des Signals ($[B°, A°]_{a \rightarrow c}$) und die rechte Seite als Formel des Symptoms ($[A°, C°]_{b \rightarrow d}$) bestimmen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Die abstrakteste Definition des Zeichens. In: EJMS 2010.

Kategoriensorten im triadischen Inklusionsschema

1. Es ist eine bekannte Tatsache, dass die Definition des Zeichens nach Peirce nicht durch

$^*ZR = (M \rightarrow O \rightarrow I)$,

sondern durch

$ZR = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$

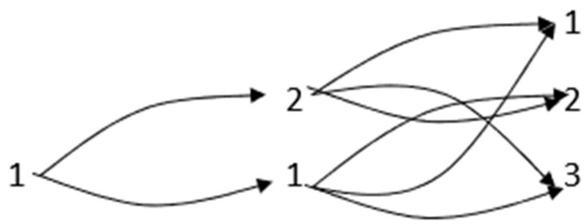
definiert ist (vgl. Bense 1979, S. 53, 67), d.h. das Zeichen ist nicht eine triadische Relation über drei Monaden, sondern über eine Monade, eine Dyade und eine Triade.

2. Nun hatte Bense (1981, S. 124 ff.) algebraische Kategorien zur Beschreibung semiotischer Relationen eingeführt. Er und seine Nachfolger hatten sich jedoch darauf beschränkt, bei den Subzeichen anzufangen, die in ihrer Statik und Dynamik zugleich Objekte und Morphismen darstellen, also z.B.

$(3.1) = (3.) \rightarrow (1.)$.

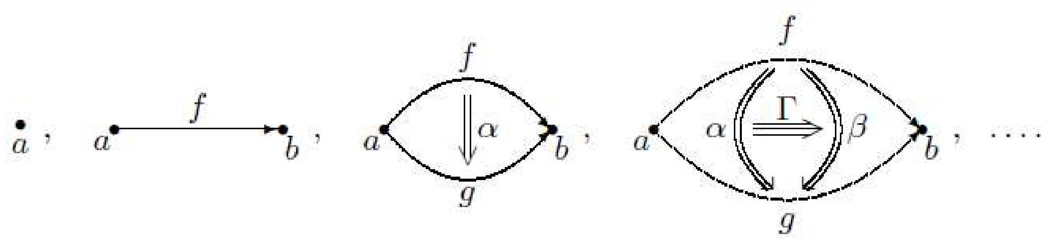
Damit kann man aber streng genommen auf die Objekte verzichten, denn jedes Objekt kann in Primzeichen aufgelöst werden. Das ist allerdings nur dann möglich, wenn man somit unter die Subzeichen gehen kann mit der Kategorietheorie.

3. Ein kategorietheoretischer Aufbau des Peirceschen Zeichenschemas als einer verschachtelten Relation über Relationen könnte wie folgt aussehen:



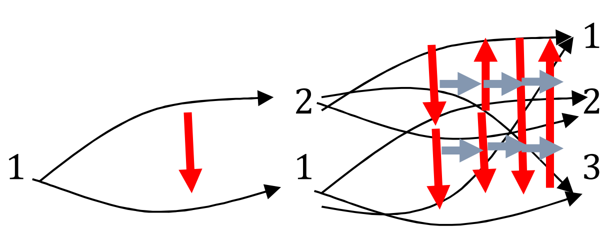
ZR = (1, (1 → 2), (1 → 2 → 3))

Damit ist also jegliche Substanz aufgelöst (vgl. die Absicht der Helmslevschen Glossematik!). Der Preis ist allerdings, dass wir hier Kategorien verschiedener Sorten vor uns haben, sogenannte n-Kategorien. Vgl. dazu die folgenden Beispiele, die Leinster (2003, vi) gibt:



Typical example: for any topological space X there is an n-category whose k-cells are maps from the closed k-dimensional ball into X. A 0-category is just a set, and a 1-category just an ordinary category.

Wie man erkennt, bedingt dies ferner Abbildungen zwischen den Kategorien verschiedenen Typs



mit denen in der Semiotik völliges Neuland betreten wird.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Leinster, Tom, Higher Operads, Higher Categories. Cambridge 2003

Ist die Semiotik wirklich monokontextural?

1. Bereits Bense (1980) und in seinem Anschluss v.a. Bayer (1994) hatten vermutet, die Peircesche Semiotik sei polykontextural, da sie über einen zehnfachen gestuften Realitätsbezug verfügt und der Begriff der Reflexion mit jenem der Repräsentation semiotisch deckungsgleich sei. Ich selber habe in Dutzenden von Arbeiten weitere Aspekte v.a. aus der semiotischen Zahlentheorie hervorgehoben, welche die sog. Peirce-Zahlen qualitativ von den Peano-Zahlen unterscheiden. Auf die „transklassische" Struktur der Semiotik hat m.W. als erster Siegfried Maser (1971/73, S. 29 ff.) hingewiesen.

2. Wie in Toth (2010) gezeigt, kann man die Semiotik erstens auf eine kenogrammatische Struktur reduzieren:

1. Wertabstraktion	→	$(\{3.\alpha\}\ \{2.\beta\}\ \{1.\gamma\}) \rightarrow (\{a\}, \{b\}, \{c\})$
2. Iterationsabstraktion	→	$(\{a\}, \{b\}, \{c\}) \rightarrow (a, b, c)$
3. Positionsabstraktion	→	$(a, b, c) \rightarrow (x, y, z)$

und zweitens auf die Struktur der qualitativen Zahlen, wobei im ersten Schritt die Ebene der Deutero-Zahlen und im zweiten Schritt die Ebene der Proto-Zahlen erreicht wird.

1. Iterationsabstraktion	→	$(\{3\}, \{2\}, \{1\}) \rightarrow (3, 2, 1)$
2. Positionsabstraktion	→	$(3, 2, 1) \rightarrow \{ (3, 2, 1), (3, 1, 2), (2, 3, 1),$ $(2, 1, 3), (1, 3, 2), (1, 2, 3)\},$

Nun korrespondiert die Reduktion der Multikategorialität der Zeichenrelationen in 1. auf eine triadische Struktur mit nur 3 Werten, die gegensetitig verschieden sein müssen, genau der Ausgangsbasis zur Bildung der 3 x 3 x 3 = 27 möglichen triadischen Zeichenrelationen, als deren Fragment die 10 Peirceschen Zeichenklassen unter Anwendung der Ordnungsrelation (a ≤ b ≤ c) auf die Zeichenform (3.a 2.b 1.c) bestimmbar sind. Man kann ferner der Übergang ({3}, {2}, {1}) → (3, 2, 1) auch dadurch deuten, dass Mengen von Kategorien auf die Menge der Trichotomien reduziert werden, da jede Zeichenrelation der triadisch-trichotomischen Form (3.a 2.b 1.c) in der trichotomischen Form (a, b, c) notierbar ist.

Beim 2. Übergang wird schliesslich die lineare Ordnung von Zeichenklassen, d.h. die retrosemiosisch-degenerative für Zeichenklassen (3→2→1) und die semiosisch-generative für Realitätsthematiken (1→2→3) zu Gunsten der Mengen der 6 aus 3 Elementen herstellbaren Permutationen ersetzt.

Mit anderen Worten: Behält man die Werbesetzung der unterliegenden kenogrammtischen Struktur einer Semiotik bei, wie dies auch Kronthaler in seiner Mathematik der Qualitäten tut, dann genügt es, die Gesetze der Iterativität und der Positionalität der Zeichenrelationen aufzuheben, um die drei Ebenen von Peirce-Zahlen zu bekommen. Unsere Untersuchung hat dabei gezeigt, dass in der Semiotik bisher nie mit Trito-Zahlen gerechnet wurde, denn diese Zeichenrelationen haben die Form ({3}, {2}, {1}). Wegen der Doppeltheit auftretender Interpretanten ist z.B. die Struktur (3.a 3.b 2.c 1.d) als eine Ausgangsstruktur der semiotischen Kommunikationstheorie zu betrachten. Die Zeichenrelationen, die in der bisherigen Semiotik verwendet worden waren, sind also mathematisch gesprochen Deutero-Zahlen. Ferner sind die in Toth (2008, S. 177 ff.) eingeführten semiotischen „Diamanten“ die ihnen zugehörigen Peano-Zahlen.

Was wir aus dieser Untersuchung allgemein für die Theorie qualitativer Zahlen gewinnen, ist, dass nicht etwa durch die Aufhebung der Wertbelegung von Zahlstruktur die logische Identität wegfällt (denn sonst wäre die Mathematik der Qualitäten monokontextural!!), sondern dass dies durch die Abbildungen von Mengen auf Elemente in der Iterationsabstraktion und durch die Permutation dieser Menge von Elementen in der Positionsabstraktion erfolgt.

Bibliographie

Bayer, Udo, Semiotik und Ontologie. In: Semiosis 24-76, 1994, S. 3-34

Bense, Max, Gotthard Günthers Universalmetaphysik. In: Neue Zürcher Zeitung 20./21.9.1980 (s.p.)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Protozahlen und Peanozahlen. In: EJMS 2010

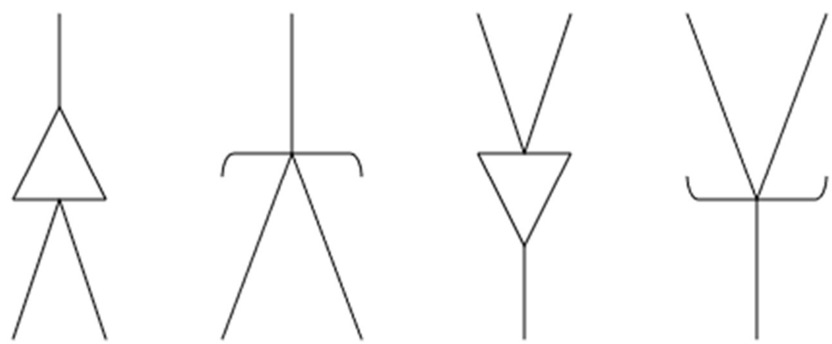
6.3.2010

Semiotische Stratifikation I

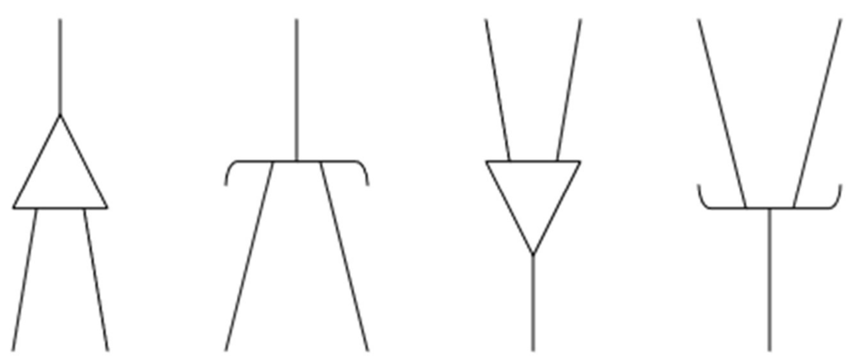
1. Die ersten Gedanken zu einer Annäherung der Stratifikationsgrammatik von Sydney Lamb zur Semiotik, nämlich meiner „semiotisch-relationalen Grammatik“, finden sich in Toth (1997, S. 121 ff.). Nun ist es so, dass die Stratifikationsgrammatik von allen seit dem Altertum präsentierten Grammatikmodellen nicht nur das bei weitem intelligenteste ist, sondern sie ist auch die erste Grammatik, die bereits in den 70er Jahren für sich beanspruchte, „Semiotik“ zu betreiben.

2. Natürlich handelt es sich auch bei SG um einen der letztlich auch Saussure zurückgehenden Versuche, die Struktur des verbalen Zeichensystens als allgemeine Semiotik zu etablieren. Allerdings verdankt SG, obwohl sie als Grammatikmodell konzipiert wurde, ihre über die Linguistik hinausgehende allgemeine Beschreibungskraft der Tatsache, dass sie auf einer vereinfachten Form der Schaltalgebra aufgebaut ist. So hatte z.B. Lamb (1984) gezeigt, dass man mit exakt den gleichen Mitteln einen Satz und eine Speisekarte ableiten kann. Die Idee, dass die logischen Schaltungen auf verschiedenen Ebenen einer Art von Tiefengrammatik funktionieren, wobei verschiedene Formen von Information in verschiedenen Moduln verarbeitet wird, die zwischen einer als aussersprachlich und damit auch aussersemiotisch angesetzten Formebene und einer ebensolchen Inhaltsebene vermitteln, hat in den letzten Jahrzehnten dazu geführt, dass die SG sich immer stärker als Modell einer „Neurolinguistik“ versteht (vgl. z.B. Lamb 1999).

3. Ihre recht abstrakte und daher weit anwendare Kraft verdankt SG also der Tatsache, dass die Basis ihres Grammatikmodells eine logische Semiotik ist. Dabei beschränkt sie sich auf die beiden Operatonen Addition und Multplikation bzw. Konjunktion und Disjunktion:



Während die 4 obigen Basistypen (abwärts- und aufwärts gerichtete UND oder ODER) alle ungeordnete Output- oder Input-Mengen haben, haben die folgenden 4 übrigen Basistypen geordnete Output- oder Input-Mengen:



4. Auf der Basis der Ergebnisse in Toth (2010) wird hier postuliert, dass die semiotischen Inklusionsrelationen äquivalent sind zu den logisch-semiotischen Konjunktion und die semiotischen Inklusionsrelationen äquivalent zu den logisch-semiotischen Exklusionsrelationen.

1.1. (1.) $\subset$ (2.) $\subset$ (3.)

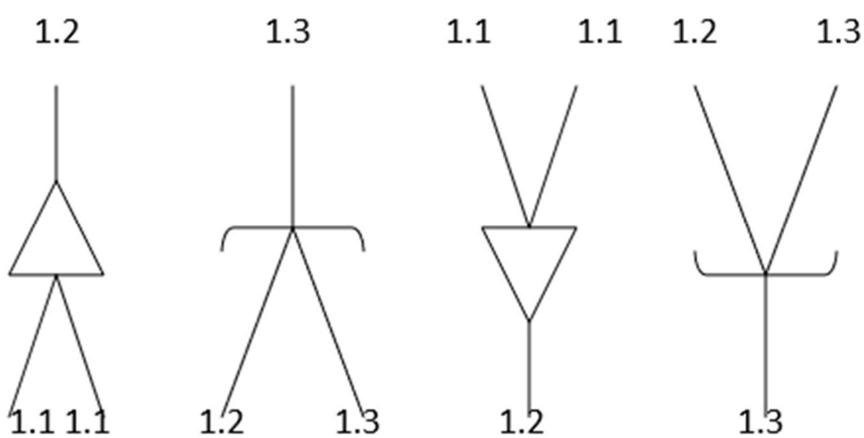
1.2. (3.) $\supset$ (2.) $\supset$ (1.) (triadische Inklusion und Exklusion)

1.3. (.1) ⊂ (.2) ⊂ (.3)

1.4. (.3) ⊃ (.2) ⊃ (.1)   (trichotomische Inklusion und Exklusion)

Da Erstheit in Zweitheit und beide in Drittheit inkludiert sind, addieren sie sich also in der linearen semiotischen Progression. Umgekehrt kann man also z.B. aus einer Drittheit eine Erstheit, eine Zweitheit oder beide selektieren, d.h. Selektion impliziert Disjunktion in der reversen semiotischen Progression. Einfacher ausgedrückt: Man kann nicht direkt von einer Erstheit zu einer Drittheit springen, ohne die Zweitheit mitzuführen, aber man kann sehr wohl von einer Drittheit aus zu einer Erstheit springen, ohne die Zweitheit mitzuführen, denn diese ist ja in der Erstheit nicht inkludiert.

Semiotische Inklusion ist damit äquivalent zu logischer Konjunktion, und semiotische Exklusion ist äquivalent zu logischer Disjunktion. Vgl. die folgenden Beispiele:



Wo es auf die Ordnung der Konstituenten ankommt, kann man die entsprechenden geordneten Schaltungen nehmen, z.B. bei der Ordnung von Vornamen plus Zunamen im Deutschen (z.B. Hans Müller) im Gegensatz zum Ungarischen (z.B. Tóth Alfréd) oder auch bei komplexeren Schaltungen wie dem dt. Part. Perf. übersetzen 1 → über-Ø-setzt vs. übersetzen 2 → über-gesetzt. Der semiotische Unterschied der morphismischen Abbildungen AB → C, AB ← C, C → AB, C ← AB, welche den Inklusions-Exklusions-Kontrast unabhängig von Input und Outoput garantieren, wird durch die Aufwärts-Abwärts-Schaltungen garantiert.

Bibliographie

Lamb, Sydney, Semiotics of language and culture: a relational approach. In: Fawcett, Robin P. et al. (eds.), The Semiotics of Culture and Language. Vol. 1. London 1984, S. 71-100

Lamb, Sydney, Pathways of the Brain. Philadelphia 1999

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammaitk. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Inklusions- und Exklusionsdiagramme. In: EJMS 2010

Semiotische Stratifikation II

1. Nachdem die Operatoren der Stratifikation in Toth (2010) behandelt worden waren, wollen wir uns hier den Strata, d.h. Ebenen selbst zuwenden.

Da SG ein primär linguistisches Beschreibungsmodell ist, und da sie ferner auf dem arbiträren dyadischen Zeichenbegriff de Saussures beruht, wird angenommen, die Strata vermittelten zwischen Ausdruck und Inhalt:

Inhalt

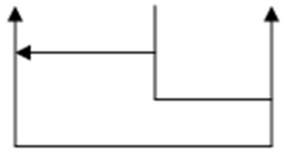
$\updownarrow$

Form

Dagegen ist allerdings zu sagen, dass sich die Seiten des Zeichens nach Saussure wie Vorder- und Rückseite eines Blattes Papier verhalten, also unvermittelt sind. Die Idee der Strata entspricht somit derjenigen der Transformationskomponente der frühen Generativen Grammatik und in Sonderheit der Generativen Semantik, wo die angebliche erkenntnistheoretische Distanz zwischen Ausdruck und Inhalt ad absurdum geführt worden war (vgl. Toth 1993, S. 71 ff.) Das Problem der SG besteht also darin, dass das Modell des einzelnen Zeichens für das Modell der ganzen Grammatik genommen wurde: So ist für Lamb (1966, S. 20) die tiefste Stratum das „hypophonische“ und das höchste das „hypersememische“. Dazwischen liegen das phonemische, morphemische, lexemische und sememische Stratum. Sowohl die Art als auch die Anzahl der Strata ist somit nicht allgemein-semiotisch und ferner mehr oder minder variabel.

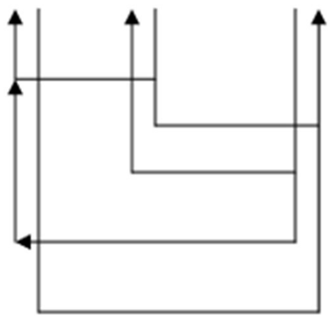
2. In Toth (2010) wurden Inklusions- und Exklusionsdiagramme eingeführt. Wenn man statt der einfachen oder doppelten Pfeile jede neue (triadische oder trichotomische) Inklusion bzw. Exklusion durch eine neue Tiefenstufe ausdrückt, dann ergeben sich bereits bei einfachen Beispielen recht interessante und „tiefe“ Beispiele. Das Verfahren ist legitim, nach Peirce das Zeichen ausdrücklich als „Relation über Relationen“ eingeführt hatte, wobei Erst-, Zweit- und Drittheit progressiv ineinander verschachtelt sind (vgl. Bense 1979, S. 53, 67):

2.1. (1.3) <<- (1.1) -> (1.2)

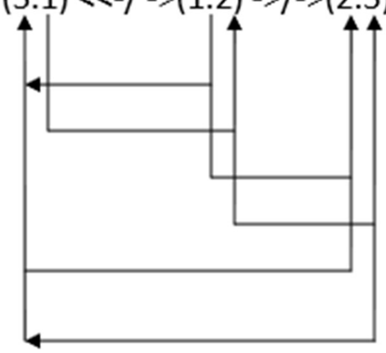


(triadisch homogen)

2.2. (3.1) <- (2.1) <-/-> (1.2)



2.3. (3.1) <<-/ ->(1.2) ->/->(2.3) (triadisch/trichotomisch inhomogen)



Zusammenfassend kann man also feststellen, dass die Operatoren von SG nicht nurmit einer logisch-dyadischen, sondern auch mit einer triadischen Semiotik kompatibel sind. Dagegen hat es die SG bis heute versäumt, den erkenntnis-theoretischen Nachweis zu erbringen, dass die Dichotomien Form und Inhalt tatsächlich vermittelt sind. Genau genommen, bedeutet ja bereits die Vermittlung einen Bruch der Dichotomie mindestens in eine Trichotomie, d.h. in ein Peircesches oder dem Peirceschen ähnliches Zeichenmodell. Mit 7 Strata müsste die SG in ihrer ursprünglichen Konzeption sogar von einem heptadischen Zeichenmodell ausgehen. Induziert man die Strata allerdings noch theoreiebezogen, d.h. von einem metasemiotischen (linguistischen o.a.) Modell aus, dann kann man wie oben bzw. in Toth (2010) vorgehen, wobei dann aber die Anzahl der Strata von der Art und der Anzahl der Subzeichen pro Zeichenrelation abhängt.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Lamb, Sydney, Outline of Stratificational Grammar. Washington D.C. 1966

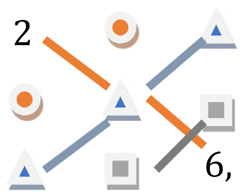
Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Stratifikation. In: EJMS 2010

„Metavögel“ in der Grossen Matrix

1. Dadurch, dass sie statt von einfachen von komplexen Dyaden ausgeht, enthält die Grosse Matrix, anders als die kleine semiotische Matrix, interessante Graphen, wenn man diejenigen Dyaden-Paare als Ecken mit Kanten verbindet, die gleiche Repräsentationswerte aufweisen. Während dieses einfache Verfahren also bei der kleinen Matrix trivial ist:

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

2  6,

erhält man in der Grossen Matrix „Metavögel“ und andere in ähnlicher Form aus der Semiotisch-Relationalen Grammatik bekannte Graphen (vgl. Toth 2000a, b):

Es wäre also wohl lohnenswert, wenn man statt Paaren Tripel von Triaden der Form

(a.b.c) (d.e.f) (g.h.i)

und als Modell das 3-dimensionale Zeichenmodell aus Stiebing (1978, S. 77) zugrunde legte.

Bibliographie

Stiebing, Hans-Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Graphen identischer Punkte im SRG-Netzwerk. In: European Journal for Semiotic Studies 11, pp. 387-407

Toth, Alfred, Graphen identischer Pfade im SRG-Netzwerk. In: European Journal for Semiotic Studies 12, pp. 525-540

Zyklen und Relationen

1. In dem von Carolyn Eisele besorgten 1. Halbband von Volume III von „The New Elements of Mathematics“ von Charles S. Peirce finden sich im Kapitel “Topology” einige m.W. in der späteren Semiotik nie benutzte Kombinationen von Zyklen und Relationen (Peirce 1976, S. 299); siehe nächste Seite.

Unter einem Zyklus lässt sich hier offenbar jede geometrische Figur verstehen, die sich ohne Absetzen des Zeichenstiftes zeichnen lässt. In Studentenverbindungen werden solche Gebilde Zirkel genannt (lat. circulus = griech. kyklos):

(wobei hier das Ausrufezeichen natürlich nicht zum Zirkel gehört.)

2. Bekanntlich hat nun Peirce seine Zeichenrelation als Relationen über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation, d.h. als eine Relation über Relationen eingeführt:

ZR = (M →, (M → O), (M → O → I))

Schauen wir nun, wie viele sinnvolle Zykel wir hieraus gewinnen:

1. M, monadische Relation: ↺ (Monogon): 1 Zykel. (Nur die Nullrelation kann mit einem Agon dargestellt werden; s. nächste Seite)

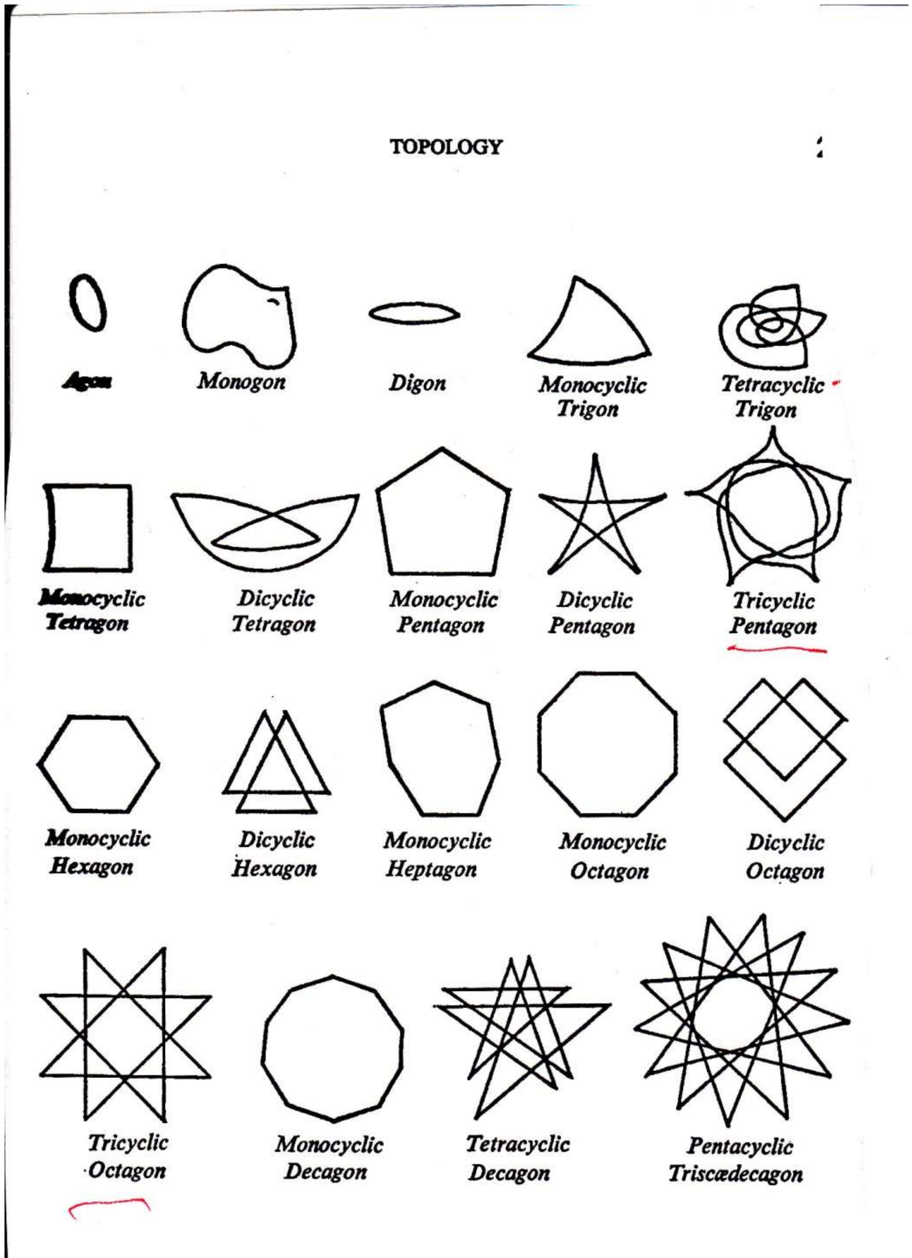


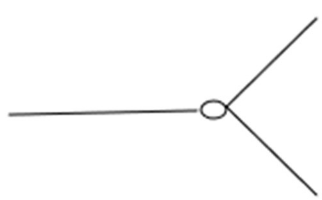
Fig. 25

2. O, dyadische Relation, d.h. (M → O). Hier haben wir aber 1. M, monadische Relation: ↺ (Monogon): 1 Zykel. 2. (M → O), dyadische Relation: ◊ (Digon): 1

Zykel, d.h. wir können also bereits eine dyadische Relation aus 3 Zyklen herstellen.

3. Eine triadische Relation ist somit eine eine triadische Relation aus drei Relationen, die mindestens aus drei Monogonen und zwei Digonen, total also 5 Zyklen besteht.

Unter den Abbildungen der Peirceschen Figuren auf der letzten Seite finden sich u.a. die uns in der Semiotik interessierenden tetrazyklisches Trigon und dizyklisches Hexagon. Im tetrazyklisches Trigon scheint bereits die um das Agon erweiterte triadische Zeichenrelation, d.h. die von Bense (1975, S. 45 f., 65 f.) anvisierte präsemiotische tetradische Zeichenrelation mit eingebetteter Nullheit angelegt zu sein (vgl. Toth 2008), welche gut einem frühen Zeichenmodell von Peirce entspricht (ap. Brunning 1997, S. 257):



Das dizyklische Hexagon kann ferner als Modell der durch das Dualsystem von Zeichenklassen und Realitätsthematiken verdoppelten Repräsentationssysteme von je 6 Permutationen ((M, O, I), (M, I, O), (O, M, I), (O, I, M), (I, M, O), (I, O, M)) dienen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Brunning, Jacqueline, Genuine Triads and Teridentity. In: Houser, Nathan/Roberts, Don D./Van Evra, James, Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington 1997, S. 252-263

Peirce, Charles S., The new Elements of Mathematics. Vol. III/1, hrsg. von Carolyn Eisele. The Hague, Paris 1976

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2007

Primzeichen und Primobjekte

1. Bekanntlich können die Primzeichen der triadischen Peirceschen Zeichenrelation als Ordnungsrelation aufgefasst und in der Form von Ordnungszahlen geschrieben werden (vgl. Bense 1980):

$ZR = (M, O, I) \rightarrow (1., 2., 3.)$

Dadurch wird also ZR zu einer geordneten Menge, und wir können sie nach Toth (2007, S. 18 f.) mit der Wienerschen Paarmengenkonvention wie folgt als ungeordnete Menge schreiben

$ZR = \{\emptyset, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, 1\}\}, \{\emptyset, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, 1\}\}\}$

2. Nach Bense ist das Mittel $\mathcal{M}$ als Zeichenträger ein triadisches Objekt (Bense/Walther 1973, S. 71). Entsprechend wurden in Toth (2009) auch die beiden übrigen ontologischen Korrelate der triadischen Peirceschen Zeichenrelation als triadische Objekte eingeführt, nämlich das Objekt Ω und der Interpret $\mathfrak{I}$. Da bei relationalen Objekten keine Verschachtelungen existieren, können wir die Objektsrelation in der Form von Kardinalzahlen darstellen und sie analog zu Primzeichen „Primobjekte" nennen:

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathfrak{I}) \rightarrow (1, 2, 3)$

3. Nun hatten wir in Toth (2009) sogenannte Hybridklassen eingeführt, d.h. relationale Klassen, bei denen Elementen (monadischen, dyadischen oder

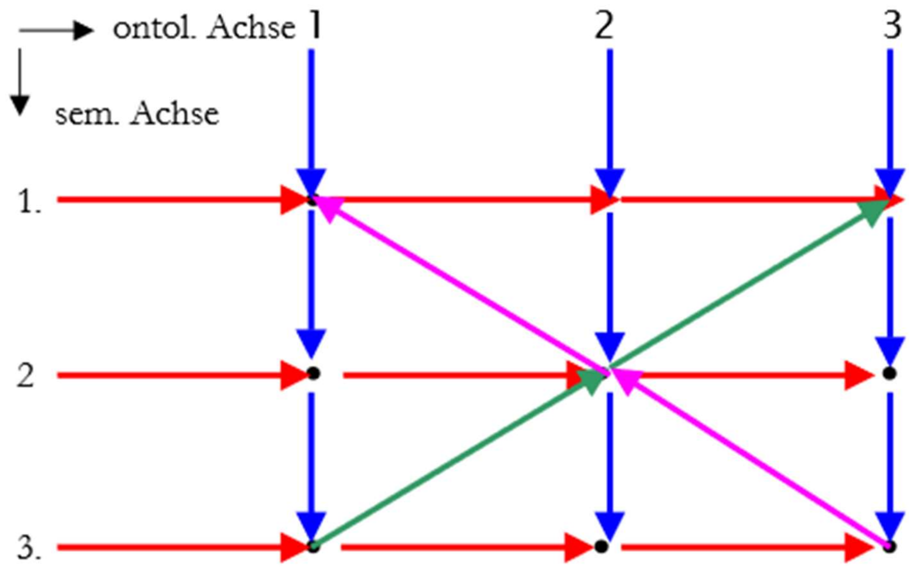
triadischen Relationen) entweder die triadischen Haupt- oder die trichotomischen Stellenwerte ontologisch sind, d.h. aus OR stammen, während die jeweils anderen aus ZR stammen, d.h. semiotisch sind. Ferner kann man in gemsichten Zeichen-/Objekt-Klassen auch die einzelnen Bezüge als verschiedene Hybriden einführen.

Wir können also die folgenden beiden Mengen hybrider Partialrelationen bilden:

1. $OR \times ZR = \{(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)\}$
2. $ZR \times OR = \{(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)\}$

Somit sind also die Elemente der Menge aus dem kartesischen Produkt $OR \times ZR$ kardi-ordinale Relationszahlen und die Elemente der Menge aus dem kartesischen Produkt $ZR \times OR$ ordi-kardinale Relationszahlen. Man vergleiche damit die entsprechenden Verhältnisse in der qualitativen Mathematik (Kronthaler 1986, S. 93).

Man kann die Bildung dieser ordi-kardinalen und kardi-ordinalen Dyaden in zwei Dimensionen wie folgt darstellen:



Die grüne Nebendiagonale und die violette Hauptdiagonale sind daher die Orte jener Mengen von Dyaden, deren ontologische und semiotische Kategorien gleichverteilt sind.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars semeiotica 3, 1980, S. 287-294

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Toth, Alfred, Das Zeichen als Fragment. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Zählen wir zuerst ordinal oder kardinal?

1. In seinem bekannten Aufsatz über „Hegel und die Mathematik" schreibt Renhold Baer: „Vom Zählen aus gesehen erscheint übrigens der Ordinalzahlbegriff als der Primäre; wir zählen ja zunächst: erstens, zweitens, ... siebentens, und erst ein Abstimmungsprozess führt dazu zu sagen: dieser Bereich enthält sieben Dinge" (1932, S. 115).

2. Nun hatte allerdings Bense (1980, S. 293) die „zeichenanaloge Relation der Zahl" klar definiert als

ZaR = R(Za(kard), Za(ord), Za(rel)),

d. in seinem Modell wird zuerst kardinal, und erst dann ordinal gezählt. Ferner ist zu bedenken, dass bereits van den Boom (1981) gezeigt hatte, dass die Drittheit als vermittelnde Kategorie in der Definition der Peirceschen Zeichenrelation (als ordnungstheoretische Relation) weder am Schluss noch am Anfang stehen sollte. Wenn wir nun von Baehr ausgehen, erhalten wir damit das folgende neue Zeichenmodell

ZR* = (2.a 3.b 1.c),

über dem wir die folgenden 10 neuen Dualsysteme konstruieren können:

1. (2.1 3.1 1.1)
   ×(2.1 3.1 1.1) = (1.1 $\underline{1.3\ 1.2}$)

2. (2.1 3.1 1.2)

$\times$(2.1 3.1 1.2) = (2.1 $\underline{1.3\ 1.2}$)

3. (2.1 3.1 1.3)

$\times$(2.1 3.1 1.3) = (3.1 $\underline{1.3\ 1.2}$)

4. (2.1 3.2 1.2)

$\times$(2.1 3.2 1.2) = ($\underline{2.1\ 2.3}$ 1.2)

5. (2.1 3.2 1.3)

$\times$(2.1 3.2 1.3) = ($\underline{3.1}$ $\underline{2.3}$ $\underline{1.2}$)

6. (2.1 3.3 1.3)

$\times$(2.1 3.3 1.3) = ($\underline{3.1\ 3.3}$ 1.2)

7. (2.2 3.2 1.2)

$\times$(2.2 3.2 1.2) = (2.1 $\underline{2.3\ 2.2}$)

8. (2.2 3.2 1.3)

$\times$(2.2 3.2 1.3) = (3.1 $\underline{2.3\ 2.2}$)

9. (2.2 3.3 1.3)

$\times$(2.2 3.3 1.3) = ($\underline{3.1\ 3.3}$ 2.2)

10. (2.3 3.3 1.3)

$\times$(2.3 3.3 1.3) = (3.1 $\underline{3.3\ 3.2}$)

Wie man erkennt, werden sogleich „irreguläre“ Zeichenrelatonen erzeugt, soblad auch nur 1 Term aus der Peirceschen Definition

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c

verstellt werden bzw. geändert wird. Man wird einmal alle 5 permutationellen Möglichkeiten

$ZR^* = (3.a\ 1.b\ 2.c)$ $ZR^* = (1.a\ 3.b\ 2.c)$

$ZR^* = (2.a\ 3.b\ 1.c)$ $ZR^* = (1.a\ 2.b\ 3.c)$

$ZR^* = (2.a\ 1.b\ 3.c)$

durchspielen müssen, um zu entscheiden welche ZR $\in$ (27 ZR\10 Zkln) bei welchen Typen aufscheinen. (Damit ergibt sich ein Zusammenhang zwischen den „semiotischen Diamanten“ in Toth 2008, S. 166 ff. und den 17 „irregulären“ ZR sowie zwischen den 17 irregulären ZR und den 10 regulären Peirceschen Zkln.)

Da die Semiotik als einzige Zahlenwissenschaft ist, die neben der kardinalen und der ordinalen über eine relationale Zahl verfügt, fungiert sie also selbst drittheitlich und damit zwischen Mathematik und Logik, den beiden anderen Zahlenwissenschaften. Die beiden möglichen Verhältnisse

Mathematik ↔ Semiotik↔ Logik

Logik ↔ Semiotik ↔ Mathematik

implizieren damit eine je verschiedene Semiotik, so dass die Semiotik nicht nur die beiden anderen Wissenschaften beeinflusst, sondern auch von ihnen beeinflusst wird.

Bibliographie

Baer, Reinhold, Hegel und die Mathematik. I: Verhandlungen des Zweitens Hegelkongresses 1931 in Berlin, ed. B. Wigersma. Berlin 1932, S. 104-120

Bense, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S.287-293

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Ein revidiertes Zeichenmodell mit verschachtelten Trichotomien

1. Das Peircesche Zeichen ist nach Bense (1979, S. 53, 67) als eine triadische Relationen mit verschachtelter monadischen, dyadischer und triadischer Relation intendiert:

$$ZR = {}^{3}R({}^{1}M, {}^{3}O, {}^{3}I) = ({}^{1}M, (({}^{1}M \rightarrow {}^{2}O), ({}^{1}M \rightarrow {}^{2}O \rightarrow {}^{3}I))).$$

Ein Vergleich der triadischen Peircezahlen

$$tdP = (1 < 2 < 3)$$

mit den trichotomischen Pericezahlen

$$ttP = (\{1, 2, 3\} \leq \{1, 2, 3\}, \leq \{1, 2{,}3\})$$

zeigt jedoch, dass die Parallelisierung der Haupt- und Nebenwerte gar nicht stattfindet, d.h., dass wegen der trichotomischen Möglichkeit der Gleichheit subsequenter trichotomischer Werte keine Inklusionsrelation stattfindet.

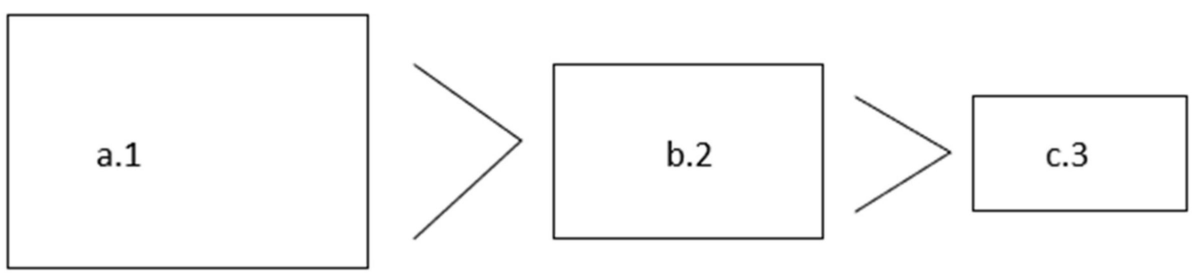
Nach Bense (1981, S. 108) und (1983, S. 57) wird die qualitative Entsprechung der quantitativen Peano-Folge 1, 2, 3, ... in der Semiotik im Falle der Triaden (tdP) mit Koordination und im Falle der Trichotomien mit Selektion bezeichnet:

tdP (Koordination): $1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.$

ttP (Selektion): $.1 > .2 > .3$

(woraus dann durch „additive Assoziation“ (Bense 1981, S. 204) die dyadischen Subzeichen entstehen, so dass die letztere Operation als die qualitative Entsprechung der quantitativen kartesischen Produktbildung ist).

2. Wenn wir nun die Struktur des Mittel- und des Objektbezuges anschauen, so haben wir Qua > Sin > Leg, bzw. Ic > Ind > Sym, dargestellt mit einem in Toth (2010) eingeführten Merkmalsoperator $\mathcal{M}$: $\mathcal{M}(\Omega, 1.1) > \mathcal{M}(\Omega, 1.2) > \mathcal{M}(\Omega, 1.3)$, bzw. $\mathcal{M}(\Omega, 2.1) > \mathcal{M}(\Omega, 2.2) > \mathcal{M}(\Omega, 2.3)$, und einem hier vorerst nur anzudeutenden Metaobjektivationsoperator (Bense 1967, S. 9) ϕ: $\phi(\Omega, 1.3) = \Omega \rightarrow 0$ bzw. $\phi(\Omega, 2.3) = \Omega \rightarrow 0$ (Kernabbildungen). D.h. die Strukturen des Mittel- und Objektbezuges stimmen m.o.w. (vgl. Toth 2010 zum Index) mit dem Selektionsmodell (qual. Modell der Subsequenz für ttP) überein, das man wie folgt skizzieren kann:



3. Dieses Modell stimmt nun aber offensichtlich nicht für den Interpretantenbezug, denn dort entspricht der Abfolge Rhe $\succ$ Dic $\succ$ Arg der offene, geschlossene und vollständige Konnex, bzw. die Menge der logisch unbestimmbaren, der Menge der bestimmbaren und der Menge der immer wahren Sätze. Beide Modelle lassen sich natürlich nicht mit dem obigen Modell verschachtelter Trichotomien in Übereinstimmung bringen. Weder sind offene Mengen Teilmengen abgeschlossener, noch gibt es vollständige Mengen, die Obermengen offener und abgeschlossener sind, usw.

Um aber den Interpretantenbezug, der wegen der Konversionsrelation für die quadratische semiotische Matrix auf Grund von $(1.3)^0 = (3.1)$ und $(2.3)^0 = (3.2)$ erforderlich ist, zu halten, muss er demnach umstrukturiert bzw. uminterpretiert werden. Es wurde ja z.B. bereits von Ditterich (1990, S. 28) darauf hingewiesen, dass der als „sekundäre Bedeutung" bzw. „triadische Bedeutung über der dyadischen Bezeichung" in eigentümlicher Weise redundant ist. Ich schlage deshalb als Neuinterpretation vor:

Rhe := Information
Dic := Kommunikation
Arg := Repräsentation

Information ist eine Abbildung eines Sachverhaltes auf über-Objektsebene, und damit rhematisch, dagegen setzt Kommunikation mindestens ein Subjekt und ein Objekt voraus, sie ist also dicentisch, und Repräsentation, die Hauptfunktion von Zeichen, ist nun endlich die höchste Drittheit (und nicht irgendwelche „poetische Schlussfiguren"), denn auch sie ist, wie das Legizeichen und das Symbol, eine Kern- und damit 0-Abbildung. Als neues semiotisches Modell der 3×3-Matrix ergibt sich somit:

.1	.2	.3
1. Qualifizierung	Quantifizierung	Relationalisierung
2. Abbildung	Abstraktion	Substitution
3. Information	Kommunikation	Repräsentation

4. Was bedeutet das nun für Einzelzeichen? Zunächst dies, dass sie überhaupt als solche wahrgenommen werden können, denn die Präsenz des konnexiven Interpretantenbezugs von Peirce machte ja immer Notlösungen und Realitätsverdrehungen nötig, etwa wenn entschieden werden musste, ob der „Konnex" eines Phonems, Morphems oder Lexems „rhematisch", „dicentisch" oder „argumentisch" ist (vgl. Walther 1979, S. 100 ff.). Man konnte offenbar keine Zeichen ausserhalb der Mengen ihrer Repräsentationssysteme betrachten, paradoxerweise wurde aber in der Definition des Zeichens von M, O und I, nicht etwa von {M}, {O} und {I} ausgegangen, obwohl doch explizit von M-Repertoires, O-Bereichen und I-Feldern die Rede war (Walther 1979, S. 56, 1. Abschnitt). Anderseits verfügt die Semiotik seit Beginn (Bense 1971) über die grundlegenden Oeprationen der Adjunktion, Iteration und Superisation, die ausdrücklich mit den Kategorien strukturell verbunden sind. Ein Satz braucht also kein „Rhema" zu sein, sondern eine Aneinanderreihung von Einzelzeichen wie dies ja bereits in der dyadischen Semiotik der Fall ist (die übrigens im obigen Modell enthalten ist). Überhaupt ist der Interpretantenbezug der Logik entnommen und hat also in der Semiotik nichts zu suchen, bzw. einer Pseudo-Logik, die mit „Konnexen" anstatt mit Mengen operiert, eine Konzeption, die zur Zeit Peirce´s bereits sattsam bekannt gewesen war, und zwar spätestens über

die Booleschen Operationen. Hierher gehört übrigens auch die Peirceschen Triadomanie, denn der Peirce ohne Zweifel bekannte Satz von Schröder besagt ja, dass n-aden auf Dyaden, nicht auf Triaden reduzierbar sind. Günther (1979, S. vi f) vermutete also wohl nicht zu Unrecht hinter Peirce logischer Drittheit letztlich die Trinität.

Anderseits erlaubt uns der neu interpretierte Interpretantenbezug, nun erstmals für jedes Zeichen festzustellen, ob es informativ, d.h. unabhängig von einem Subjekt, kommunikativ, d.h. sowohl von einem Subjekt wie Objekt abhängig ist, oder ob es repräsentativ ist, d.h. ein Subjekt, ein Objekt und sich selbst als Zeichen voraussetzt. Das kann man z.B. anhand von verbalen Zeichen sehr schön zeigen: Die Differenz der beiden Sätze

(1) Es war einmal ein alter König.
(2) Es lebte einmal ein König.

ist die Differenz zwischen Information (1) und Kommunikation (2). Satz 1, der kein Topik enthält, indem aber der König erst als Topik etabliert werden soll, erlaubt keine Transformation auf unmarkierte Satzstellung (*Ein alter König war einmmal), anderseits verlangt (1) im Gegensatz zu (2) die Verteilung der Subjekt-Objekt-Information auf zwei Sätze:

(3) Es war einmal ein alter König, der lebte auf seinem Schloss.

Erst (3) ist repräsentativ. Bei „normalen Sätzen“, d.h. solchen, in denen Topik, Subjekt und Agens (pragmatische, syntaktische und semantische Rolle) zusammenfallen, findet diese Unterscheidung natürlich nicht statt, aber z.B. Einzelphoneme als Qualitäten können wegen der in unserem revidierten Zeichenmodell auch für die Trichotomien durchgezogenen strikten Inklusionsordnung ($<$ anstatt $\leq$) natürlich nur informativ sein , z.B. als Quantitäten auftretende Signale (Sig = f (x1, x2, x3, t) nur kommunikativ, und erst Lexeme als repräsentativ.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Müssen wir das Peircesche Zeichenmodell aufgeben? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Ein zahlentheoretisches Zeichenmodell I

1. Es ist eine bekannte Tatsache, dass die triadischen Peirce-Zeichen

tdP = (1, 2, 3),

wie Bense (1980) feststellte, als „Primzeichen“ dem Anfang der Subsequenz der Peano-Folge korrespondieren, es ist aber nie ausgedrückt worden, dass diese Subsequenz für die trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = (1, 1, 2, 1, 2, 3)

nicht gilt, denn sie werden durch die Ordnungsrelation

$a \leq b \leq c$

auf der Form der Zeichenklassen

(3.a 2.b 1.c)

gebildet. TdP haben also strikte, ttP aber nur schwache Inklusionsordnung, sie sind also ordnun gstheoretisch verschieden. Trotzdem scheint aber die strikte Inklusion oder Verschachtelung von tdP das Clou-Kennzeichen des Peirceschen Zeichenmodells zu sein, denn dieses stellt ja eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation dar (vgl. Bense 1979, S. 53, 67):

ZR = (M → ((M → O) → (M → O → I))).

Es folgt also, dass die ttP ebenfalls der strikten Inklusionsordnung unterworfen werden müssten, um zu einmen zahlentheoretisch einheitlichen Zeichenmodell zu kommen.

2. Wenn wir allerdings

$(a < b < c)$

für (3.a 2.b 1.c) setzen, dann kann man auf diesem Schema, wie man sofort erkennt, lediglich eine einzige im Peirceschen System der kleinen Matrix definierte Zeichenklasse

(3.1 2.2 1.3),

konstruieren. Es nützt uns nichts, dass diese eigenreale Zeichenklassen in mindestens einem Subzeichen mit jeder der übrigen 9 Peirceschen Zeichenklasse verknüpft ist, da diese zwar konstruktionell zugänglich, aber auf $(a < b < c)$ nicht definierbar sind.

3. Wir können allerdings ausgehen von dem Schema der erweiterten Peirceschen Zeichenklasse

$ZR^* = (3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit $a < b < c$

das wir nun verallgemeinern zu

$ZR^{**} = (X\ \beta^0\ Y\ \alpha^0\ Z)$.

Die Morphismen β^0 und α^0 werden dann erweitert von $(.3 \rightarrow .2) < (.4 \rightarrow .3) < (.5 \rightarrow .4)$, allgemein von $(M \rightarrow (M\text{-}1))$ bzw. von von $(.2 \rightarrow .1) < (.3 \rightarrow .2) < (.4 \rightarrow .3)$, allgemein von $((M\text{-}1) \rightarrow (M\text{-}2))$. Dann gilt also automatisch

$X, Z, Y = \sigma X, Z = \sigma\sigma X$

und weil damit sowohl die triadische Grundstruktur von ZR und ZR* bewahrt als auch die strikte Inklusion von ZR* eingebaut ist, können wir nun theoretisch unendlich viele Zeichenklassen konstruieren, wobei das allgemeine Zeichenschema wie folgt aussieht:

$ZR+ = (X, Y, Z) = (X, \sigma X, \sigma\sigma X) := \{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\}$.

Das kann man aber auch so darstellen:

$ZR+ = \{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\} = \{\mathbb{N}\backslash\{1,2\}, \mathbb{N}\backslash\{1\}, \mathbb{N}\}$.

Dies bedeutet aber hinwiederum, dass es zu ZR+ eine komplementäre Relation CZR+ gibt mit

CZR+ = {{1}, {1, 2}}.

Dies ist aber mit dem Wienerschen Gesetz dasselbe wie

CZR+ = <1, 2>.

Aus CZR+ kann man nun die folgende Matrix bilden

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 \\ 2.1 & - \end{pmatrix}$$

die selbst eine Teilmatrix der in die triadische Peircesche 3×3-Matrix eingebetteten dyadischen Saussureschen Matrix ist, wobei allerdings der Index (2.2) fehlt.

Es scheint, dass man hiermitm ein interessantes semiotischen Gesetz gefunden hat. Was CZR+ allerdings wirklich ist und welche Konsequenzen es beim zahlentheoretischen Aufbau einer Semiotik hat, muss vorläufig offen bleiben.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Ein zahlentheoretisches Zeichenmodell II

1. Wir fassen die Konstruktion eines zahlentheoretischen Zeichenmodells aus Toth (2010) zusammen. Wir gehen aus von

$ZR^* = (3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit $a < b < c$,

was wir verallgemeinern zu

$ZR^{**} = (X\ \beta^0\ Y\ \alpha^0\ Z)$.

Die Morphismen β^0 und α^0 werden dann erweitert von $(.3 \rightarrow .2) < (.4 \rightarrow .3) < (.5 \rightarrow .4)$, allgemein von $(M \rightarrow (M\text{-}1))$ bzw. von von $(.2 \rightarrow .1) < (.3 \rightarrow .2) < (.4 \rightarrow .3)$, allgemein von $((M\text{-}1) \rightarrow (M\text{-}2))$. Dann gilt also automatisch

$X, Z, Y = \sigma X, Z = \sigma\sigma X$

und weil damit sowohl die triadische Grundstruktur von ZR und ZR* bewahrt als auch die strikte Inklusion von ZR* eingebaut ist, können wir nun theoretisch unendlich viele Zeichenklassen konstruieren, wobei das allgemeine Zeichenschema wie folgt aussieht:

$ZR+ = (X, Y, Z) = (X, \sigma X, \sigma\sigma X) := \{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\}$.

Das kann man aber auch so darstellen:

$ZR+ = \{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\} = \{\mathbb{N}\backslash\{1,2\}, \mathbb{N}\backslash\{1\}, \mathbb{N}\}$.

2. Wir listen nun die ersten mit σ konstruierten Zeichenklassen auf:

$ZR1 = (3, 2, 1)$

$ZR2 = (4, 3, 2)$

$ZR3 = (5, 4, 3)$

$ZR4 = (6, 5, 4)$

$ZR5 = (7, 6, 5)$

$ZR6 = (8, 7, 6)$

Geht man umgekehrt von einer Zeichenzahl (Repräsentationswert eines Zeichens) aus, so erhält man das jeweils minimale Zeichen durch die folgende einfache Formel:

$$(ZZ/3) - 1 = ZRn = \text{Wert der Monaden der } ZRn$$

Hat man also z.B. ZZ = 21, so ist dies die ZZ von ZR 6, denn 8 + 7 +6 = 21 (s.o.). Damit kann man nun sämtliche Grundrechenarten – mit Beschränkungen allerdings bei der Radizierung und Potenzierung – auf ZZ anwenden. Beispiele aus der Addition:

ZR1 + ZR2 = ZR4	ZR2 + ZR3 = ZR6
ZR1 + ZR3 = ZR5	ZR2 + ZR4 = ZR
ZR1 + ZR4 = ZR6	ZR2 + ZR5 = ZR10, usw.

3. Modulorechung. Natürlich steigt die Partition der ZZ mit steigender Nummer. Hat man z.B. ZZ = 28, so erhält man

für 1 ZR: ZZ = 8 + 4.

Da 4 < 6 ist, also die minimale ZZ, kann die entweder 1 Triade + 1 Monade oder 2 Dyaden sein.

für 2 ZR: ZZ = ZR1 + ZR 6 + 1 Monade; ZR2 + ZR5 + 1 Monade, usw.

für 3 ZR: ZZ = ZR1 + ZR2 + ZR3 + 1 Monade; ZR1 + ZR1 + ZR4 + 1 Monade, usw.

4. Wie man sieht, beruht also ZR** ganz auf ℕ. Damit kann man aber auf alle ZZ natürlich die z.B. von Kronthaler (1986, S. 24 ff.) durch Wert-, Iterations- und Platzabstraktion hergestellten qualitatativen Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen übertragen, und aus der rein quantiativen zahlentheoretischen Semiotik eine quanti-qualitative bzw. quali-quantitative Semiotik herstellen.

> Man beachte allerdings, dass die hier spezifizierte Semiotik nicht mit den v.a. von Kronthaler untersuchten hebr. othioth, den Zahlen-Zeichen bzw. Zeichen-Zahlen (vgl. Toth 2003, S. 59 ff.) verwechselt werden darf, denn es ist unmöglich, einem bestimmten Wort ein ZZ zuzuordnen, ohne zuvor die Bedingungen ohne Willkür festzulegen. Z.B. gibt es keinen zwingenden Grund, der Folge Aleph, Beth, Gimel, Daleth *per se* die Folge 1, 2, 3, 4 zuzuordnen. Diese Willkür zeigt sich in der Geschichte der „mystischen Mathematik" ja gerade in den zahlreichenden existierenden Zeichen-Zahl-Zuordnungsschemata, etwa ausserhalb des kabbalistischen Kontextes bei den Gnostikern. Ich sehe jedoch keine Möglichkeit für ein automatisches Klassifikationssystem von konkreten Zeichen, so dass diese direkt in ZZ´s überführt werden können. Im Mittelbezug könnte man zwar z.B. im Falle verbaler Zeichen von Lautfrequenztabellen ausgehen und also etwa dem /r/ einen höheren M-Wert zuschreiben als dem /k/, dem /i/ einen niedrigeren als dem /e/ usw., aber wie man im Objekt- und Interprtantenbezug verfahren müsste, das steht wohl nicht einmal in den Sternen.

5. Abschliessend sei noch auf ein strukturelles Problem hingewiesen. Bei den Strukturen, die mit Rest (1 oder 2) durch 3 teilbar sind, ergeben sich die folgenden Möglichkeiten:

Rest = 1	Rest = 2
A, B, C, A, B, C, X	A, B, C, A, B, C, X, Y
A, B, C, X, A, B, C	A, B, C, X, Y, A, B, C
	A, B, C, X, A, B, C, Y

Da $2 < 3$, gilt natürlich, X, Y $\in$ {O, I}, wobei man im Falle von I den einzeln auftretenden Interpretanten als Vermittlungsrelation zwischen je zwei Zeichen (A, B, C), (A, B, C) auffassen könnte. Man erkennt sofort, dass auch hier – wie im ganzen Kapitel – mehr Fragen offen sind als zum jetzigen Zeitpunkt Antworten gegeben werden können.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Ein zahlentheoretisches Zeichenmodell (I). In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Zeichenverbindungen in der zahlentheoretischen Semiotik

1. Die in Toth (2010a, b) eingeführte zahlentheoretische Semiotik basiert auf dem Zeichenmodell

$ZR^* = (3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit $a < b < c$,

verallgemeinert

$ZR^{**} = (X\ \beta^0\ Y\ \alpha^0\ Z)$.

Die Morphismen β^0 und α^0 werden dann erweitert von $(.3 \rightarrow .2) < (.4 \rightarrow .3) < (.5 \rightarrow .4)$, allgemein von $(M \rightarrow (M\text{-}1))$ bzw. von von $(.2 \rightarrow .1) < (.3 \rightarrow .2) < (.4 \rightarrow .3)$, allgemein von $((M\text{-}1) \rightarrow (M\text{-}2))$. Dann gilt also automatisch

$X, Z, Y = \sigma X, Z = \sigma\sigma X$

und weil damit sowohl die triadische Grundstruktur von ZR und ZR* bewahrt als auch die strikte Inklusion von ZR* eingebaut ist, können wir nun theoretisch unendlich viele Zeichenklassen konstruieren, wobei das allgemeine Zeichenschema wie folgt aussieht:

$ZR+ = (X, Y, Z) = (X, \sigma X, \sigma\sigma X) := \{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\}$.

Das kann man aber auch so darstellen:

$ZR+ = \{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\} = \{\mathbb{N}\backslash\{1,2\}, \mathbb{N}\backslash\{1\}, \mathbb{N}\}$.

2. Wenn man nun die ersten mit σ konstruierten Zeichenklassen auflistet:

ZR1 = (3, 2, 1), ZR2 = (4, 3, 2), ZR3 = (5, 4, 3), ZR4 = (6, 5, 4), ZR5 = (7, 6, 5), ZR6 = (8, 7, 6), erkennt man, dass sich alle ZRn mit $n > 1$ nach rechts vor einem unbestimmten Hintergrund entfalten:

ZR1 = (3, 2, 1)

ZR2 = (4, 3, 2, Ø)

ZR3 = (5, 4, 3, Ø, Ø)

ZR4 = (6, 5, 4, Ø, Ø, Ø)

ZR5 = (7, 6, 5, Ø, Ø, Ø, Ø)

ZR6 = (8, 7, 6, Ø, Ø, Ø, Ø, Ø)

ZR7 = (9, 8, 7, Ø, Ø, Ø, Ø, Ø, Ø),

wobei jeweils der Interpretant der Stufe ZR(n-1) → Objekt der Stufe ZRn und das Objekt der Stufe ZR(n-1) → Mittel der Stufe ZRn transportiert wird. Anders ausgedrückt: Jedes Zeichen ZRn mit n > 1 muss durch einen neuen Interpretanten eingeführt werden. Und nochmals anders ausgedrückt: Nur die Wahl des Mittels auf der Stufe ZR1 ist frei, d.h. arbiträr, von ZR2, ... an ist es transformiertes Objekt (das materiale Mittel entstammt auch selbstverständlich der ontologischen Welt der Objekte, ist also keine Bewusstseinfunktion).

Bibliographie

Toth, Alfred, Ein zahlentheoretisches Zeichenmodell I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010a, b

Ein zahlentheoretisches Semiose-Modell

1. Wir gehen einerseits vom mengentheoretischen Zeichenmodell

$ZR = (\{M\}, \{O\}, \{I\})$

als einer triadischen Relation über einem M-Repertoire, einem O-Bereich und einem I-Feld (Toth 2010c), anderseits von dem in Toth (2010a,b) eingeführten zahlentheoretischen Zeichennmodell

$ZR+ = \{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\} = \{\mathbb{N}\backslash\{1,2\}, \mathbb{N}\backslash\{1\}, \mathbb{N}\}$

aus. Anstatt

$ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit $a \leq b \leq c$

gilt also für jedes $\{X_i\}$, $X \in \{M, O, I\}$

$ZR^* = a < b < c$.

2. Da ein Zeichen den erkenntnistheoretischen Raum mindestens in eine ontologischen und einen semiotischen teilt (Bense 1975, S. 65 f.), können wir diesen Sachverhalt dadurch ausdrücken, dass es vor einem (zunächst unbestimmten) Hintergrund Ø operiert:

$ZR1 = (3, 2, 1, Ø)$

Ω kann man dann mit der Einbruchstelle der Kenose in die Semiose (Mahler 1993) zusammenbringen:

$ZR1 = (3, 2, 1, (\square\blacksquare\triangle\blacktriangle)\}$.

3. Nach Bense (1975, S. 65 f.), Stiebing, Götz, Toth und weiteren vermittelt nun zwischen dem ontologischen und dem semiotischen Raum ein präsemiotischer Raum, indem er erst Kategorien, aber noch keine Relationen gibt, d.h. dieser Raum ist durch sog. Kategorialzahlen mit $k > 0$ und $r = 0$ ausgezeichnet. Götz

(1982, S. 4, 28) spricht von Sekanz (numerisch: 0.1) als der ersten Stufe – zweifellos, wie auch der Name intendiert, liegt hier eine von drei möglichen „distinctions“ Spencer-Browns (1968) vor:

$ZR2 = (4, 3, 2, Ø_1, Ø)$ mit $Ø_1 = (0.1)$

Auf der nächsten Stufe folgt die Semanz (0.2):

$ZR3 = (5, 4, 3 , Ø_2, Ø_1, Ø)$ mit $Ø_2 = (0.2)$

Und auf der vorerst letzt die Selektanz:

$ZR4 = (6, 5, 4, Ø_3, Ø_2, Ø_1, Ø)$ mit $Ø_3 = (0.3)$.

Schauen wir uns nun ZR4 genauer an:

$ZR4 = (6, 5, 4; 3, 2, 1, Ø) = (ZR4, ZR1, Ø)$,

d.h. von ZR4 an gibt es Verbindungen von zwei Zeichen, denn die präsemiotische Trichotomie $(Ø_3, Ø_2, Ø_1)$ wird nun in den semiotischen Raum überführt, wobei die präsemiotischen auf semiotische Kategorien vererbt werden (vgl. Toth 2008, S. 166 ff.).

Von der nächsten Stufe an

$ZR5 = (7, 6, 5; 4, 3, 2; Ø_1, Ø)$

wird via Sekanz das dritte Zeichen vorbereitet, wobei das 2. Zeichen um eine Stufe nach oben gerückt wird (d.h. $(ZR4, ZR1, Ø) \rightarrow (ZR4, ZR2, Ø)$.

Das hier vorgelegte zahlentheoretische semiotische Modell gestattet es also, nicht nur Verschachtelung als totale Inklusion und triadische Ordnung beizubehalten, sondern erstmals die Bensesche Metaobjektivation vom Objekt zum Zeichen im Sinne der Semiose vom ontologischen zum semiotischen Raum mit dem polykontexturalen Zeichenmodell der Kenose mit dem Ausgangspunkt des strukturierten Nichts anstatt des vorgegebenen Objektes einheitlich zu verbinden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Spencer Brown, George, Gesetze der Form. Frankfurt 1968

Toth, Alfred, Ein zahlentheoretisches Zeichenmodell I-II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010a, b

Toth Alfred, Die Semiose vom kategoriellen Standpunkt aus. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010c

Das Zeichen im Zeichen

1. Nach Bense (1979, S. 53, 67) ist das Zeichen eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation, so zwar, dass die dyadische die monadische und die triadische Relation sowohl die monadische (d.h. nicht nur qua dyadische) als auch die dyadische involviert. Daraus folgt natürlich, dass sich das Zeichen selbst enthält. Dieses Axiom ist ein Vorläufer des von Bense erst später (vor 1992 bereits 1986, S. 136) genannten Axioms der „Eigenrealität", das, unformal gesagt, besagt, dass das Zeichen als Zeichen auf keine andere Referenz sich bezieht als auch sich selbst, oder, anders ausgedrückt, dass das Zeichen als Funktion zwischen Welt und Bewusstsein (vgl. Bense 1975, S. 16) in seiner Thematisierung der Realität sich weder auf die Welt noch auf das Bewusstsein bezieht.

2. Anderseits wurde das Zeichen von Bense ausdrücklich mit Hilfe der Peanoschen Induktionsaxiome als „Generationsschema" eingeführt, worunter Bense nichts anderes versteht als die konsequente Anwendung des Nachfolgeoperators σ auf die Zahl 1 (Bense 1975, S. 167 ff.; 1980; 1983, S. 192 ff.):

$1, \sigma 1 = 2, \sigma\,\sigma 1 = \sigma 2 = 3.$

Dabei ergibt sich allerdings ein Problem: Die erste Einführung des Zeichens setzt als Ordnungsschema

$ZR = (1 \leq 2 \leq 3),$

das zweite

$ZR = (1 < 2 < 3)$

voraus. Nach Hausdorff (1914, S. 25) gibt es einen Satz, wonach jede reelle Zahl x die beiden Mengen X = Menge der reellen Zahlen < x, und Ξ = Menge der reellen Zahlen ≤ x bestimmt.

Ferner endet die Peanosche Zahlenreihe für das Peircesche triadische Zeichenmodell bereits bei 3. Nachdem die 0 ebenfalls nicht dazu gehört, ist also das Zeichen nach der zweiten Definition bestimmbar als ein Intervall

ZR = [1, 2, 3],

und damit kann es nach Hausdorff (1914, S. 93) dargestellt werden durch die Formel

$\lambda = \lambda + 1 + \lambda$.

Wenn wir λ nun als Zeichen auffassen, dann enthält es mit der 1 auch $\sigma 1 = \lambda + 1$, und dieses σ1 ist das Zeichen selbst, das sich als drittheittliche Relation selbst enthält. Damit haben wir nun aber die beiden Zeichenzahlen-Modelle, die am Anfang separiert waren, zusammmengelegt.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Seimotica 3, 181, S. 287-294

Bense, Max, Das Univerum der Zeichen.Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen,. Baden-Baden 1992

Hausdorff, Felix, Grundzüge der Mengenlehre. Göttingen 1914

Pathologische Mengeninklusionen mit AFA

1. Die Ergebnisse von Toth (2010) sowie einiger früherer Arbeiten fortführend, komme ich nochmals auf die in Toth (2008, S. 177 ff.) eingeführten permutierten Zeichenklassen zurück. Demnach kann jede triadische Zeichenklasse in den folgenden 6 Formen erscheinen:

(3.a 2.b 1.c) (2.b 3.a 1.c) (1.c 3.a 2.b)

(3.a 1.c 2.b) (2.b 1.c 3.a) (1.c 2.b 3.a).

Da AFA die Menge, die sich selbst enthält

$\Omega = \{\Omega\}$

zulässt und diese zudem eindeutig bestimmt ist (Aczel 1988, S. 6)

$\Omega = \{\Omega\} = \{\Omega, \Omega\}$,

ist es möglich, nicht nur die „normalen" permutationellen Fälle von Zeichenklasen

$(3.a \supset 2.b \supset 1.c) = \{\{M, O, I\}, \{\{M, O\}, M\}\}$

$(1.c \subset 2.b \subset 3.a) = \{M, \{\{M, O\}, \{M, O, I\}\}$,

sondern auch die pathologischen sinnvoll zu behandeln:

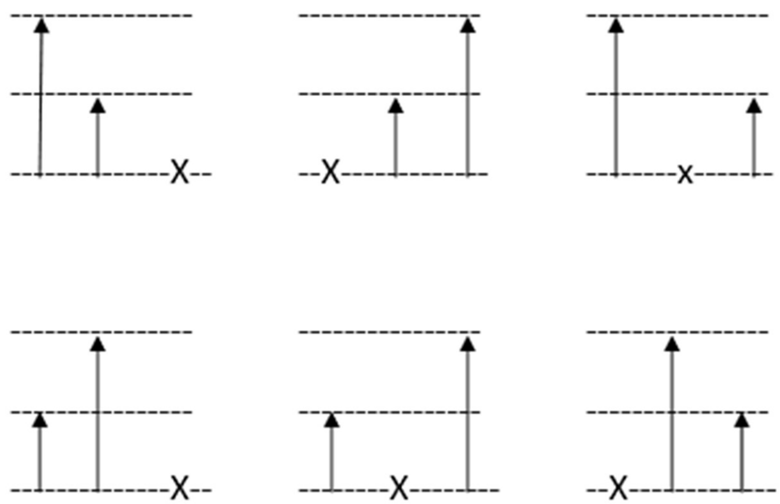
$(3.a \supset 1.c \subset 2.b) = \{\{M, O, I\}, \{M, \{M, O\}\}\}$

$(2.b \subset 3.a \supset 1.c) = \{\{M, O\}, \{\{M, O, I\}\}, M\}\}$

$(1.c \subset 3.a \supset 2.b) = \{M \{\{M, O, I\}, \{M, O\}\}$

$(2.b \supset 1.c \subset 3.a) = \{\{M, O\}, \{M, \{M, O, I\}\}\}$

Man kann sie auch mit Hilfe der folgenden Graphen darstellen:



------------X--   --------X--------   --X------------

Bibliographie

Aczel, Peter, Non well founded sets. Cambridge 1988

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth,Alfred, Die Struktur von AFA-Zechenklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Pathologische Dyaden

1. Die Menge der dyadischen Subzeichen der semiotischen 3×3 Matrix lässt sich in zwei Untermengen teilen;

1.1. in die Menge

(1.1)

(2.1), (2.2)

(3.1), (3.2), (3.3)

der valenztheoretisch korrekt gebildeten und

1.2. in die Komplementärmenge

(1.2), (1.3)

(2.3)

der valenztheoretisch inkorrekt gebildeten „gebrochenen“ Kategorien. (So kann z.B. in 2.1 eine Zweitheit eine Erstheit bilden, aber in der Konversen 1.2 kann eine Erstheit keine Zweitheit binden.)

2. Um dieses Problem zu lösen, wurden in Toth (2010) 3 Einbettungsgrade der trichotomischen Peirce-Zahlen eingeführt:

1. $\{X\{\underline{\quad}_{.3}$

2. $\{X\{\ \{\underline{\quad}_{.2}$

3. $\{X\{\{\{\underline{\quad}_{.1}$,

ausgehend von der Überlegung, dass in der von Bense definierten verschachtelten Zeichenrelation

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))) \cong \{M, \{\{M, O\}, \{M, O, I\}\}\}$

die Erstheit auf einer Einbettungsebene (n-2), die Zweitheit auf einer Einbettungsebene (n-1) und die Erstheit sich auf der Einbettungsebene (n) befinden. Da hier eine Mengentheorie mit AFA (Anti-Foundation Axiom) vorliegt, kann man letzteres sehr bequem damit beweisen, dass in solchen Mengentheorie

$\Omega = \{\Omega\} = \{\Omega, \Omega\}$

gilt. Es ist also in Sonderheit (a.a) = {a, a} = a, also die genuinen Subzeichen koinzidieren mit den entsprechenden Primzeichen (diese Tatsache wurde versteckt übrigens von Kaehr 2008 bei der Kontextuierung der Dyaden verwendet, indem „Primzeichen" dieselben Kontexturenzahlen bekommen wie die entsprechendne genuinen Subzeichen, d.h. identitiven Morphismen!).

3. Damit bekommen wir also „korrekt" gebildete gebrochene Kategorien, d.h. Dyaden der Form

(a.1) = {1, {{{1}}}}

(a.2) = {1, {{2}}}

(a.3) = {1, {3}},

abstrakt also das folgende Schema

$(a.b) = \{X, \{_3\ \{_2\ \{_1 Y\ _1\}\ _2\}\ _3\}$ ($X \in tdP = \{1., 2., 3.\}$, $Y \in ttP = \{.1, .2, .3\}$)

Somit können wir einige schöne, (vorerst?) nutzlose pathologische Dyaden dadurch konstruieren, dass wir die Koinzidenzen

$3 \equiv \{\{\{, 2 \equiv \{\{, 1 \equiv \{$

gegenseitig vertauschen:

Was für eine semiotische Bedeutung hätten pathologische Subzeichen wie

{3, {{1}}, {2, {{{3}}, {1{1}} ?

Immerhin scheint sich hier anzudeuten, dass „Spalten" bestehen zwischen den drei Fundamentalkategorien, dass diese somit nicht diskrete Punkte auf einem Zahlstrahl sind, sondern vielmehr in Intervallen zu liegen scheinen.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Toth, Alfred, Pathologische Mengeninklusionen mit AFA. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Weitere pathologische Zeichenrelationen mit AFA

1. In Toth (2010a, b) wurden einige Pathologien gezeigt, die immerhin semiotische Relevanz haben könnten. Bislang wurde jedoch daran festgehalten, dass nach Bense (1979, S. 53) die Zeichenrelation

$ZR = \{M, \{M, O\}, \{M, O, I\}\}$

eine dreifach verschachtelte Relation darstellt. Ersetzt man das Fundierungsaxiom der zugrunde liegenden Mengenlehre durch das Aczelsche Anti-Fundierungsaxiom (AFA), so enthält also ZR 3 mal M, 2 mal O und 1mal I. Da M eine monadische Relation ist, kann man ihm mit der von Bense/Walther eingeführten „Drittelsrechnung" (vgl. Walther 1979, S. 108) den Wert

$M = 1/3$

zuordnen. Da O dyadisch ist, erhält es

$O = 2/3,$

und da I triadisch ist, bekommt es

$I = 1/3.$

Damit haben wir

$ZR = (1/3M, 2/3O, 3/3I) = 6/3X,$

also zweimal das Zeichen, das sich mit

$I = \{M, O, I\}$

ja selbst enthält, und das ist nichts anderes als die sich selbst enthaltende und dabei eindeutige Menge

$\Omega = \{\Omega\} = \{\Omega, \Omega\},$

die ja gerade durch AFA garantiert wird.

2. Hebt man nun jedoch die Verschachtelung auf – entsprechend der FA-Relation

$ZR = \{M, O, I\} = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}\}$

mit dem „Repertoire“ {M}, dem „Objektbereich“ {O} und dem „Interpretantenfeld“ {I} (vgl. Walther 1979, S. 56) -, so kommt man zu einem enormen Reichtum semiotischer Strukturen, der bisher noch ganz ununtersucht brachliegt.

Heben wir das Paar und das Tripel aus, so haben wir eine hexadische Relation

$ZR^6 = \{M_1, M_2, M_3, O_1, O_2, I\}$.

Kombiniert man alle Relata miteinander, erhält man bereits $6^6 = 46´656$ Möglichkeiten. Schliesst man je 2 Relata zu Paaren zusammen, so dass sich also 5 Elemente kombinieren lassen, ergeben sich $5^5 = 3´125$ Möglichkeiten, usw. Zusammen ergibt also ein Total von $6^6 + 5^5 + 4^4 + 3^3 + 2^2 + 1 = 50´069$ Möglichkeiten, von denen $ZR = \{M_1 \{M_2, O_1\}, \{M_3, O_2, I_1\}\}$ nur gerade 1 Möglichkeit darstellt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Pathologische Mengeninklusionen mit AFA. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Pathologische Dyaden. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Komplementäre Zeichen und Mengen

1. In Toth (2010) wurde gezeigt, dass man gestufte Relationen über Relationen, die mengentheoretisch ein Anti-Fundierungsaxiom benötigen (vgl. Aczel 1988) auf mindestens drei Arten definieren kann:

1.1. Benses „Treppen"-Definition. Bense spricht auch von „Verschachtelung" (1979, S. 53):

ZR(.1., .2., .3.) =

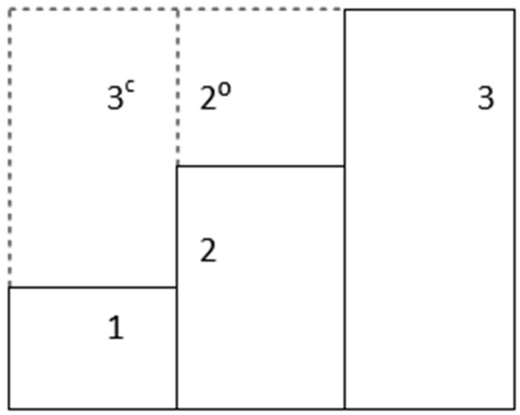
ZR 1.1 1.2 1.3,	1.1 1.2 1.3,	1.1 1.2 1.3
	2.1 2.2 2.3	2.1 2.2 2.3
		3.1 3.2 3.3

Kürzen wir die Zeichenklassen von links nach rechts und von oben nach unten durch grosse lateinische Buchstaben ab, so haben wir

ZR = (A, ((A, B), (A, B, C)))

A ist also in der Teilmenge (A, B) von A sowie in der Teilmenge (A, B, C) von A, die auch (A, B) enthält, enthalten, und (A, B) ist ausserdem Teilmenge der Teilmenge (A, B, C). Da aber ZR = A, B, C, enthält ZR nicht nur sämtliche Teilmengen, sondern acuh sich selbst, d.h. A = {A}, und man benötigt zur Vermeidung des Russellschen Paradoxes das Aczelsche Anti-Fundierungsaxiom, das selbstreferentielle Strukturn wie Mirmanoff-Sequenzen usw. erlaubt.

Das allgemeine Modell sieht wie folgt aus:



mit

$1 \subset \{2, 3\}$ und $1^0 = 3^c$

$2 \subset \{3\}$ und $2^0 = 2^c$

1.2. Das „Aufzugs-Modell“:

Das entsprechende mengentheoretische Zeichenmodell sieht dann wie folgt aus:

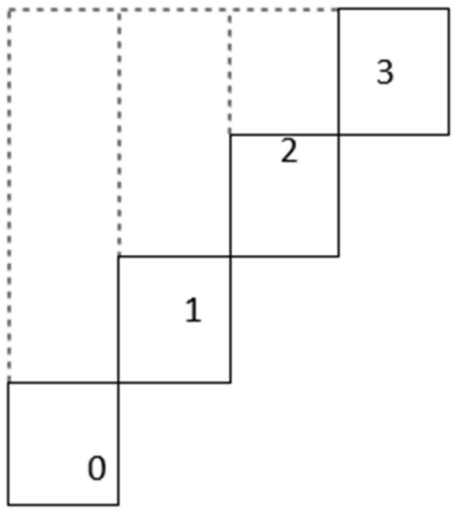
$$ZR = ((M, (M \rightarrow O), (O \rightarrow I))$$

Das Zeichen selbst enthält sich hier also nicht selbst, wohl aber die Fundamentalkategorien, d.h. seine Teilmengen, und zwar gilt

$M \subset (M \rightarrow O)$

$M \subset (O \rightarrow I)$.

Das allgemeine Modell sieht wie folgt aus:



mit

$0 \subset 1 \subset 2 \subset 3$ und $O^{c} = O^0 + 1^0 + 2^0 + 3^0$

1.3. Das „Eskalator“-Modell:

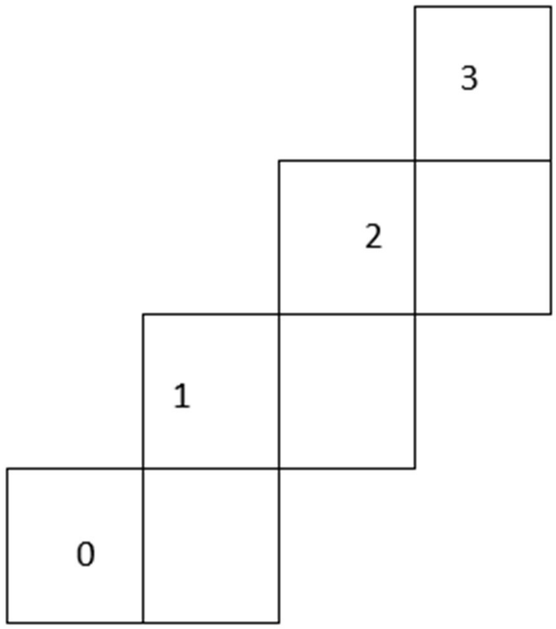
Für die entsprechende triadische Zeichenrelation gilt hier somit

$M \subset \{O, I\}$

$M, O \subset \{I\}$,

d..h es liegt ebenfalls keine Selbstenthaltung des Zeichens vor, sondern die komplementären Mengen sind in den Mengen enthalten, d.h. M in {O, I} und {M, O} in {I}.

Das allgemeine Modell sieht hier also wie folgt aus:



Es gilt hier:

$0 \subset \{1, 2, 3\}$	$0^0 \subset 1$	$0^0 = 0^c$
$0, 1 \subset \{2, 3\}$	$1^0 \subset 2$	$1^0 = 1^c$
$0, 1, 2 \subset \{3\}$	$2^0 \subset 3$	$2^0 = 0^c$
		$3^0 = 3^c$

und das heisst

$0^0 + 0 = 0$

$1^0 + 1 + 1^c = 1$

$2^0 + 2 + 2^c = 2$

$3^c + 3 = 3.$

Bibliographie

Aczel, Peter, The Anti Foundaton Axiom. Cambridge 1988

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Treppe, Eskalator, Lift. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics

Die Verteilung der drei Fundamentalwissenschaften Mathematik, Logik und Semiotik in den thematisierten Realitäten des triadischen semiotischen Maximalsystems

1. Aus der triadischen Relation über der monadischen, der dyadischen und der triadischen Partialrelation der Peirceschen Zeichendefinition

ZR = (M, O, I)

kann man ein Maximalsystem von $3^3 = 27$ triadischen Zeichenrelationen und ihren dualen Realitätsrelationen konstruieren, von dem die bekannten 10 Zeichenklassen und ihre 10 dualen Realitästhematiken eine Teilmenge darstellen, und zwar gefiltert durch die Ordnungsrelation $a \leq b \leq c$ über (3.a 2.b 1.c).

Nun hatte Bense (1980, S. 293) die „zeichenanaloge triadische Relation der ´Zahl´ wie folgt definiert

ZaR = R(Za(kard), Za(ord), Za(rel)),

d.h. die Semiotik, die über ZaR definiert ist, ist die einzige Fundamentalwissenschaft, welche sowohl über einen kardinalen, einen ordinalen und einen relationalen Zahlbegriff verfügt, am besten einsehbar anhand der selbstdualen Zeichenklasse

(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3),

die mit ihrer Realitätsklasse identisch ist und als Thematsationsstruktur der Zahl und des Zeichens fungiert.

Nun ist nicht nur die primär kardinale Mathematik (Peano-Zahlen) auf dem Zahl-Begriff aufgebaut, sondern auch die Logik bedient sich des Zahlausschnittes (bzw. im quantenlogischen Falles: Intervalles) [0, 1], um ihre Wahrheitswerte zu klassifizieren bzw. als Funktionswertverteilungen darzustellen. In der binären Logik, die im aristotelischen Falle nur über zwei Werten operiert, steht daher nicht die kardinale Abzählbarkeit, sondern die ordinale Beziehung von Funktionswertverteilungen als geordnete Pattern von 0 und 1 im Vordergrund. Mathematik behandelt im wesentlichen die Kardinalität der Nachfolge, Logik die Ordinalität der Kombination. Ordinalität setzt aber Kardinalität voraus, wenigstens insofern, als der noch nicht in eine Ordnungsrelation eingespannte Zahlbegriff der unmarkierte darstellt. Kardinalzahlen sind als blosse Abzählzahlen also unmarkierter als Ordinalzahlen, wo der vorausgesetzte Abzählbarkeitsbegriff bereits zur Etablierung von Ordnungen dient (z.B. 1000 im Falle der logischen Konjunktion, während z.B. 0001 als Ordnungsschema der logischen Disjunktion dient, usw.).

Die Semiotik aber setzt, worauf Bense immer wieder hingewiesen hatte, nicht nur den Begriff der kardinalen und der ordinalen, sondern auch denjenigen der relationalen Zahl voraus, wie er v.a. in den Dyaden zum Ausdruck kommt, wo der Untrschied der Zahlenpaare (1.2) : (2.1) einerseits und (1.3) : (3.1) weder rein kardinal noch rein ordinal, sondern nur relational erklärbar ist. Grundsätzlich kann jede Peircezahl, d.h. jedes „Primzeichen“ (wie Bense sich etwas ungenau ausdrückte) sowohl als Kardinal-, Ordinal- als auch Relationszahl dienen.

2. Im folgenden zeige ich anhand des triadischen semiotischen Maximalsystems aller kombinatorischen möglichen 27 Zeichenrelationen, wie das Verhältnis kardinalen, ordinaler und relationaler, und das heisst also: mathematischer, logischer und semiotischer Bestimmungen in den von ihren Realitätsrelationen präsentierten strukturellen Realitäten zum Ausdruck kommt.

Zuerst gebe ich die zahlentheoretische Analyse:

3.1 2.1 1.1	×	1.1 1.2 1.3	ZA(KARD)<ZA(KARD)<ZA(KARD)
3.1 2.1 1.2	×	2.1 1.2 1.3	ZA(ORD)←ZA(KARD)<ZA(KARD)
3.1 2.1 1.3	×	3.1 1.2 1.3	ZA(REL)←ZA(KARD)<ZA(KARD)
3.1 2.2 1.1	×	1.1 2.2 1.3	ZA(KARD)→ZA(ORD)←ZA(KARD)
3.1 2.2 1.2	×	2.1 2.2 1.3	ZA(ORD)<ZA(ORD)→ZA(KARD)
3.1 2.2 1.3	×	3.1 2.2 1.3	ZA(REL)←ZA(ORD)→ZA(KARD)

3.1 2.3 1.1	×	1.1 3.2 1.3	ZA(KARD)→ZA(REL)←ZA(KARD)
3.1 2.3 1.2	×	2.1 3.2 1.3	ZA(ORD)←ZA(REL)→ZA(KARD)
3.1 2.3 1.3	×	3.1 3.2 1.3	ZA(REL)<ZA(REL)→ZA(KARD)

3.2 2.1 1.1	×	1.1 1.2 2.3	ZA(KARD)<ZA(KARD)→ZA(ORD)
3.2 2.1 1.2	×	2.1 1.2 2.3	ZA(ORD)→ZA(KARD)←ZA(ORD)
3.2 2.1 1.3	×	3.1 1.2 2.3	ZA(REL)←ZA(KARD)→ZA(ORD)

3.2 2.2 1.1	×	1.1 2.2 2.3	ZA(KARD)←ZA(ORD)<ZA(ORD)
3.2 2.2 1.2	×	2.1 2.2 2.3	ZA(ORD)←ZA(ORD)<ZA(ORD)
3.2 2.2 1.3	×	3.1 2.2 2.3	ZA(REL)←ZA(ORD)<ZA(ORD)

3.2 2.3 1.1	×	1.1 3.2 2.3	ZA(KARD)←ZA(REL)→ZA(ORD)
3.2 2.3 1.2	×	2.1 3.2 2.3	ZA(ORD)→ZA(REL)←ZA(ORD)
3.2 2.3 1.3	×	3.1 3.2 2.3	ZA(REL)<ZA(REL)→ZA(ORD)

3.3 2.1 1.1	×	1.1 1.2 3.3	ZA(KARD)<ZA(KARD)→ZA(REL)
3.3 2.1 1.2	×	2.1 1.2 3.3	ZA(ORD)←ZA(KARD)→ZA(REL)
3.3 2.1 1.3	×	3.1 1.2 3.3	ZA(REL)→ZA(KARD)←ZA(REL)

3.3 2.2 1.1	×	1.1 2.2 3.3	ZA(KARD)←ZA(ORD)→ZA(REL)
3.3 2.2 1.2	×	2.1 2.2 3.3	ZA(ORD)<ZA(ORD)←ZA(REL)
3.3 2.2 1.3	×	3.1 2.2 3.3	ZA(REL)→ZA(ORD)←ZA(REL)

3.3 2.3 1.1	×	1.1 3.2 3.3	ZA(KARD)←ZA(REL)<ZA(REL)
3.3 2.3 1.2	×	2.1 3.2 3.3	ZA(ORD)←ZA(REL)<ZA(REL)
3.3 2.3 1.3	×	3.1 3.2 3.3	ZA(REL)←ZA(REL)<ZA(REL)

In Übereinstimmung mit dem oben Gesagten können wir nun ersetzen:

Za(ord) → Log(ik)

Za(kard) → Math(ematik)

Za(rel) → Sem(iotik)

und erhalten dann

3.1 2.1 1.1	×	1.1 1.2 1.3	MATH < MATH < MATH
3.1 2.1 1.2	×	2.1 1.2 1.3	LOG ← MATH < MATH
3.1 2.1 1.3	×	3.1 1.2 1.3	SEM ← MATH < MATH

3.1 2.2 1.1	×	1.1 2.2 1.3	MATH → LOG ← MATH
3.1 2.2 1.2	×	2.1 2.2 1.3	LOG < LOG → MATH
3.1 2.2 1.3	×	3.1 2.2 1.3	SEM ← LOG → MATH

3.1 2.3 1.1	×	1.1 3.2 1.3	MATH → SEM ← MATH
3.1 2.3 1.2	×	2.1 3.2 1.3	LOG ← SEM → MATH
3.1 2.3 1.3	×	3.1 3.2 1.3	SEM < SEM → MATH

3.2 2.1 1.1	×	1.1 1.2 2.3	MATH < MATH → LOG
3.2 2.1 1.2	×	2.1 1.2 2.3	LOG → MATH ← LOG
3.2 2.1 1.3	×	3.1 1.2 2.3	SEM ← MATH → LOG

3.2 2.2 1.1	×	1.1 2.2 2.3	MATH ← LOG < LOG
3.2 2.2 1.2	×	2.1 2.2 2.3	LOG ← LOG < LOG
3.2 2.2 1.3	×	3.1 2.2 2.3	SEM ← LOG < LOG

3.2 2.3 1.1	×	1.1 3.2 2.3	MATH ← SEM → LOG
3.2 2.3 1.2	×	2.1 3.2 2.3	LOG → SEM ← LOG
3.2 2.3 1.3	×	3.1 3.2 2.3	SEM < SEM → LOG

3.3 2.1 1.1	×	1.1 1.2 3.3	MATH < MATH → SEM
3.3 2.1 1.2	×	2.1 1.2 3.3	LOG ← MATH → SEM
3.3 2.1 1.3	×	3.1 1.2 3.3	SEM → MATH ← SEM

3.3 2.2 1.1	×	1.1 2.2 3.3	MATH ← LOG → SEM
3.3 2.2 1.2	×	2.1 2.2 3.3	LOG < LOG ← SEM
3.3 2.2 1.3	×	3.1 2.2 3.3	SEM → LOG ← SEM

3.3 2.3 1.1	×	1.1 3.2 3.3	MATH ← SEM < SEM
3.3 2.3 1.2	×	2.1 3.2 3.3	LOG ← SEM < SEM
3.3 2.3 1.3	×	3.1 3.2 3.3	SEM ← SEM < SEM

Wir erhalten somit in Ergänzung zu Stiebing (1978) ein vollständiges wissenschaftstheoretisches Modell der maximalen möglichen Thematisationsstrukter der drei fundamentalen Wissenschaften Mathematik, Logik und Semiotik.

Bibliographie

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Müssen wir uns von der Peirceschen Semiotik verabschieden?

1. Nach Bense (1979, S. 53, 67) ist das Zeichen von Peirce als eine verschachtelte Relation aus einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation definiert

$ZR = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)),$

dass also gilt

$M \subset (M \rightarrow O)$

$M \subset (M \rightarrow O \rightarrow I)$

$(M \rightarrow O) \subset (M \rightarrow O \rightarrow I),$

d.h. wir haben genauer

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))).$

2. Die Einführung von Trichotomien neben Triaden hat nun primär zum Zweck, die inklusorischen Relationen der Hauptwerte auch für Stellenwerten zwecks der Verfeinerung der Relationen zu widerholen. Dabei wird von einer allgemeinen Form des Zeichens

$ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

ausgegangen und die Ordnungsrelation

$a \leq b \leq c$

gesetzt. Damuit stellt sich allerdings als erstes Problem, auf das ich bereits in früheren Arbeiten hingewiesen habe, nach dem Status der „gebrochenen" oder „inhomogenen" Kategorien. Davon abgesehen dass Gebilde wie

${}^{1}M^{2}O$

${}^{2}O^{3}I$

${}^{3}I^{2}O$, usw.

entweder übersättigte ($^1M^2O$; $^2O^3I$) oder untersättigte ($^3I^2O$) Relationen sind, ist die gebrochene Kategorie eine Konsequenz aus der kartesischen Multiplikation der Kategorien, die ohne jegliches Beispiel in der Geschichte der Philosophie dasteht. Danach setzt sich z.B. ein Abbild aus 2/3 Quantität und 2/3 Quantität (entsprechend OM =2.1).

3. Ein Vergleich der triadischen Peircezahlen

tdP = $(1 < 2 < 3)$

mit den trichotomischen Pericezahlen

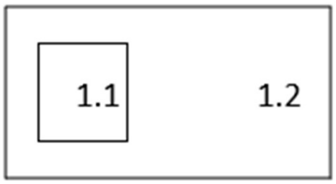
ttP = $(\{1, 2, 3\} \leq \{1, 2, 3\}, \leq \{1, 2,3\})$

zeigt jedoch, dass die Parallelisierung der Haupt- und Nebenwerte gar nicht stattfindet, d.h., dass wegen der trichotomischen Möglichkeit der Gleichheit subsequenter trichotomischer Werte keine Inklusionsrelation stattfindet.

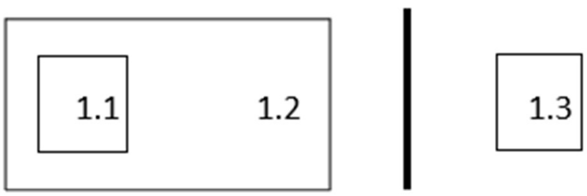
4. Noch viel weniger bekannt ist aber erstaunlicherweise, dass das System der 9 Subzeichen vor allem in modelltheoretischer Hinsicht hochgrad asymmetrisch und widersprüchlich ist. Wie man weiss, sind die drei Subzeichen jeder Triade durch eine inhaltliche Operation gekennzeichnet, die Bense „Selektion" („>") nennt. Es handelt sich hier um nichts anderes als um eine qualitative Entsprechung der quantitatischen Peano-Nachfolge.

4.1. Im Mittelbezug

4.1.1. (1.1) > (1.2) bedeutet, dass aus einer reinen Qualität ein singulärer Zustand selektiert wird. Nach Bense (1979, S. 61) bedeutet dies explizit die Selektion von Quantität aus Qualität. Nachdem aber nach Hegel die Quantität eine Form der Qualität ist, hat die Selektion (1.1) > (1.2) also die folgende mengentheoretische Struktur

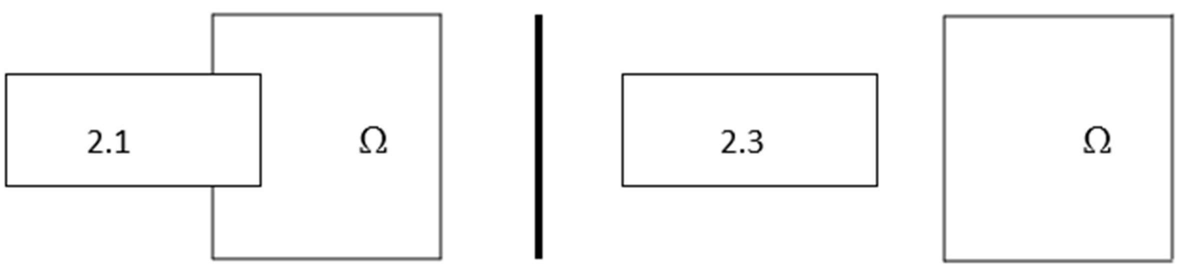


4.2.2. (1.2) > (1.3) bedeutet den Übergang von der Quantität zur"Relation" bzw. zur „Essenz" (Bense 1979, S 61). Demnach stellt aber (1.2) > (1.3) keine „Verfeinerung" der subkategoriablen Bezüge dar, sondern steht ausserhalb der Relation (1.1) > (1.2):

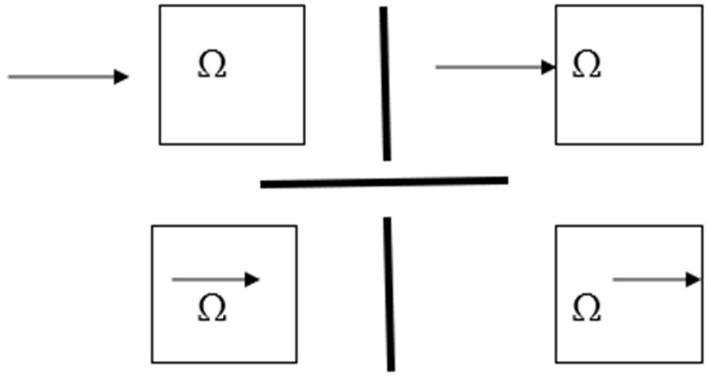


4.2. Im Objektbezug

Hier sind die Verhältnisse etwas anders. Bedient man sich zur Veranschaulichung der gemeinsamen Merkmalsmengen der Venn-Diagramme, dann kann man Icon (2.1) und Symbol (2.3) wie folgt darstellen



Hier findet also die Trennung nicht zwischen (2.1) und (2.2), sondern zwischen (2.1) und (2.3) statt, denn der Index (2.2) nimmt insofern eine Sonderstellung ein, als er in mindestens 4facher Ausprägung auftreten kann (vgl. Toth 2010):



Der Index kann sich also 1. ausserhalb (oben) und 2. innerhalb (unten) eines Objektes befinden. Beispiele sind der Wegweiser, der auf eine entfernte Stadt verweist und der Pfeil, der in einem Gebäude in die Richtung der Lifte weist. Der Index kann ferner mit seinem Objekt keinen (links) oder einen (rechts)m gemeinsamen Tangentialpunkt haben. Beispiele sind wiederum der Wegweiser, der die Stadt ja nicht berührt, sowie die Hausnummer, die am Hause, auf das sie verweist, angebracht ist.

Wie man erkennt, stehen der Index und das Symbol insofern in einer Spezifizierungs- und d.h. Selektionsrelation, als wir die Beziehung haben

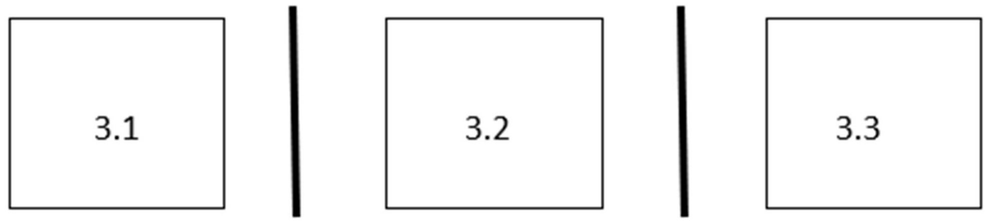
$[\cap(2.1, \Omega) \neq \emptyset] \rightarrow [\cap(2.3, \Omega) = \emptyset]$,

nur fehlt in diesem „Grenzwertprozess" leider das Mittelglied, oder anders gesagt: der Index ist es nicht, weil seine Struktur so völlig anders ist als diejenige von Icon und Symbol, dass ich in einer früheren Arbeit vorgeschlagen hatte, indexikalische Zeichen völlig von den iconischen und symbolischen zu trennen.

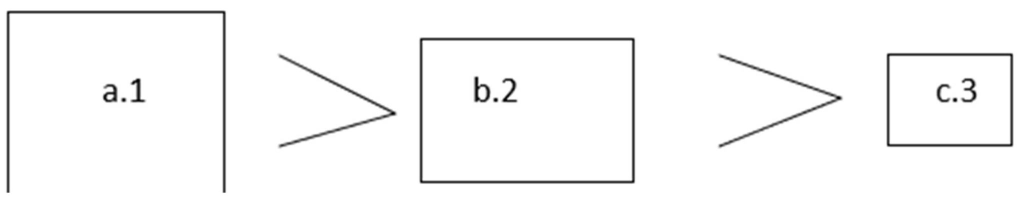
Die 4 Indizes selbst sind allerdings in ihrer inneren Strkuktur insofern selektiv, als es „Grenzwertprozesse" in Ansätzen gibt zwischen aussen → innen einerseits und Tangentialpunktschnitt → leere Menge andererseits, wobei merkwürdigerweise beim Index als zusätzliche Charakteristik dazukommt, dass der semiotische Abstand zwischen Zeichen und Objekt theoretisch unbegrenzt ist. Auch wenn man zwar einen Wegweiser (Paris →) in Rovaniemi, Novosibirsk oder Tucson eher als Scherz auffassen würde, zeigt das Beispiel, das sich fromme Muslims, wo auch immer sie sich aufhalten, zum Beten in die Richtung von Mekka drehen, dass unser Satz prinzipiell richtig ist.

4.3. Im Interpretantenbezug

Völlig ohne erkennbare Selektionsrelationsrelation ist der Peircesche Interpretantenbezug: (3.1) oder das Rhema stellt den Zeichenzusammenhang als offen dar und logisch nicht beurteilbar. (3.2) oder das Dicent stellt einen Zeichenzusammenhang als abgeschlossen und beurteilbar dar. (3.3) schliesslich stellt einen „vollständigen Konnex immer wahrer Aussagen“ dar. Zunächst: Weder sind offene Mengen Teilmengen von geschlossenen Mengen, noch ist eine von beiden oder beide Teilmengen von „vollständigen Mengen“ (die es überdies gar nicht gibt). Noch sind weder wahre noch falsche Aussagen Teilmengen von wahren einerseits und/oder falschen andererseits noch sind eine von beiden oder beide Teilmengen von Tautologien. Hier ist es also sehr einfach, die völlig Absenz der trotzdem behaupteten Selektionsrelation zu skizzieren:



5. Wir fassen kurz zusammen: Nach Bense sind Trichotomien von Zeichenrelationen durch Selektion, d.h. Spezifizierung i.S.v. qualitativer Peano-Nachfolge charakterisiert. Wir würden demzufolge erwarten:



Wie wir allerdings gefunden haben, ist diese Relation in keinem der drei Bezüge des Zeichens erfüllt. Im Mittelbezug ist das Legizeichen keine Selektion von Quali- und Sinzeichen, im Objektbezug ist der Index weder eine Selektion des Icons, noch kann das Symbol aus dem Index seligiert werden, davon abgesehen, dass das Symbol eine Selektion des Icons ist und der Index 4fach, aber in total differenter Struktur, auftritt. Im Interpretantenbezug schliesslich ist keines der drei Subzeichen eine Selektion des anderen.

6. Wir könnten damit zu einer provisorischen Neuordnung der Zeichenbezüge übergehen. Zunächst halten wir fest: Wir lassen all jene Bezüge weg, die nicht in einer Selektionsrelation zu den anderen derselben Trichotomie stehen. Wegen der Selektionsrelation zwischen Icon und Symbol muss ferner die Ordnung im Objektbezug neu geordnet werden. Damit bekommen wir:

1.1	1.2	1.3
2.1	2.3	2.2
3.1	3.2	3.3

Was also im Kern erhalten bleibt, ist eine Art von Saussureschem dyadischem Zeichenmodell mit Symbol (2.3) anstelle von Index (2.2) und dem Index als separatem Zeichen. Es zeigt sich, dass die Menge all derjenigen Bezüge, welche die geforderte Selektionsrelation verletzten, genau mit der Menge der Interprantenbezüge, vermehrt um die „konversen Interpretanten“ (1.3) und (2.3), entsprechen. Rein formal und brutal gesagt: Der Interpretantenbezug ist völlig überflüssig, wenigstens solange man das Zeichen auf der qualitativen Nachfolgerelation der Selektion definiert so wie man die Zahl auf der quantitativen Nachfolgerelation der Peanonachfolge definiert. Beim Interpretantenbezug ergibt sich die Sinnlosigkeit ferner schon aus inhaltlicher Motivation, denn er nimmt Bezug auf Zeichenzusammenhänge, ist also nicht auf Einzelzeichen anwendbar, denn einzelne Wörter, Verkehrszeichen, der Knoten im Taschentuch, das Markenicon „Bärenmarke“, eine Beinprothese, das Piktogramm „Lift“ usw. bilden weder Konnexe noch sind sie logisch beurteilbar, sondern sie sind Einzelzeichen. Als solche verfügen aber Einzelzeichen nicht über Konnexe. Denn woher sollte ein solcher auf kommen? Nach Bense (1967, S. 9) ist ein Zeichen ein Metaobjekt. Auch wenn Objekte Objektfamilien bilden können, mache ich aber bei der Verknotung meines Taschentuches nicht die Familie der Stofftücher, sondern mein gerade vorhandenes singuläres Taschentuch zum Zeichen.

7. Schauen wir uns nun abschliessend das funktionale Verhältnis zwischen dem rekonstruierten „Restzeichen“

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 \\ 2.1 & 2.3 \end{pmatrix}$$

und dem Objekt im Sinne der Metaobjektivation an.

7.1. Im Mittelbezug

$\Omega \rightarrow 1.1$ ist eine Abbildung, welche nur die Qualitäten des Objektes festhält. Wir definieren daher den qualiativen Morphismus

$\Omega \rightarrow 1.1 := \alpha^*$

$\Omega \rightarrow 1.2$ ist eine Abbildung, die gemäss der Selektionsrelation nicht nur die Quantität, sondern mit ihr auch die Qualität des Objektes festhält. Wir definieren daher den quantitativen Morphismus

$\Omega \rightarrow 1.2 := \beta\alpha^*$

7.2. Im Objektbezug

$\Omega \rightarrow 2.1$ ist eine Abbildung, welche Ähnlichkeiten zwischen dem Objekt und dem Zeichen festhält. Wir definieren daher den abbildenden Morphismus über einen Merkmalsoperator $\mathcal{M}$:

$(\mathcal{M}(\Omega) \cap \mathcal{M}(2.1) \neq \emptyset) := (\alpha^0\beta^0)^*$

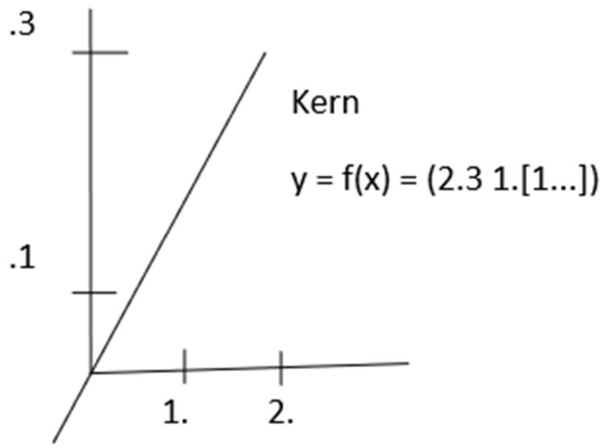
$\Omega \rightarrow 2.3$ ist eine Abbildung, welche die Merkmale des Objektes auf den Kern des Zeichens, aufgefasst als Vektorraum abbildet:

$(\mathcal{M}(\Omega) \cap \mathcal{M}(2.3) = \emptyset) := \ker$

Damit ergeben sich also innerhalb der Zeichen folgende Abbildungen:

$1.1 \rightarrow 1.2$	$(\beta\alpha^*)\alpha^*$		
$1.1 \rightarrow 2.1$	$((\alpha^0\beta^0)^*)\alpha^*$	$1.2 \rightarrow 2.1$	$((\alpha^0\beta^0)^*)\ (\beta\alpha)^*$
$1.1 \rightarrow 2.3$	$\ker(\alpha^*)$	$1.2 \rightarrow 2.3$	$\ker(\beta\alpha^*)$

Nun gibt es genau eine Zeichenrelation, deren Verlängerung durch den Nullpunkt des Kerns führt:



Möchte man also dieses dyadische Zeichenmodell erweitern, so könnte man die Zeichenbezüge als Intervalle definieren:

$M := [0, 1)_M$

$O := [0, 1)_O$

Man kann dann Funktionen einsetzen, die z.B. für arbiträr gewählte Intervall-Punkte Zeichenwerte ergeben, wobei die 1, d.h. der Fall $\mathcal{M}(ZR) = \mathcal{M}(\Omega)$, wegen der dann erreichten Nichtunterscheidbarkeit von Zeichen und Objekt ausgeschlossen ist. Konkret könnte dies wie folgt aussehen:

(1.1) → (1.1.1, 1.1.1.1, 1.1.1.1.1, ...)

(1.2) → (1.2.1, 1.2.2, 1.2.1.1, 1.2.2.1, ...), usw.,

d.h. man erhält dann anstatt der Paare Tripel, Quadrupel, ..., allgemein n-Tupel. Innrhalb eines beliebig gewählten n-Tupels, z.B. 1.2.1.1., ist dann die Verteilung von Erstheit 3/5 und die Verteilung von Zweitheit 2/5, innerhalb von z.B. 2.1.1.2.2.1.1 ist Erstheit = 4/10 = 2/5 und Zweitheit 6/10 = 3/5, usw., so dass man also die Intervalle auch umgekehrt von den angesetzten n-adischen

Zeichenrelationen aus definieren kann. In diesem Falle bräuchte man allerdings Kriterien dafür, welche Zeichen für welches n n-adisch sind.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, 4 Indizes. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Ein zahlentheoretisches Zeichenmodell

1. Es ist eine bekannte Tatsache, dass die triadischen Peirce-Zeichen

tdP = (1, 2, 3),

wie Bense (1980) feststellte, als „Primzeichen" dem Anfang der Subsequenz der Peano-Folge korrespondieren, es ist aber nie ausgedrückt worden, dass diese Subsequenz für die trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = (1, 1, 2, 1, 2, 3)

nicht gilt, denn sie werden durch die Ordnungsrelation

$a \leq b \leq c$

auf der Form der Zeichenklassen

(3.a 2.b 1.c)

gebildet. TdP haben also strikte, ttP aber nur schwache Inklusionsordnung, sie sind also ordnun gstheoretisch verschieden. Trotzdem scheint aber die strikte Inklusion oder Verschachtelung von tdP das Clou-Kennzeichen des Peirceschen Zeichenmodells zu sein, denn dieses stellt ja eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation dar (vgl. Bense 1979, S. 53, 67):

$ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$.

Es folgt also, dass die ttP ebenfalls der strikten Inklusionsordnung unterworfen werden müssten, um zu einmen zahlentheoretisch einheitlichen Zeichenmodell zu kommen.

2. Wenn wir allerdings

$(a < b < c)$

für (3.a 2.b 1.c) setzen, dann kann man auf diesem Schema, wie man sofort erkennt, lediglich eine einzige im Peirceschen System der kleinen Matrix definierte Zeichenklasse

(3.1 2.2 1.3),

konstruieren. Es nützt uns nichts, dass diese eigenreale Zeichenklassen in mindestens einem Subzeichen mit jeder der übrigen 9 Peirceschen Zeichenklasse verknüpft ist, da diese zwar konstruktionell zugänglich, aber auf $(a < b < c)$ nicht definierbar sind.

3. Wir können allerdings ausgehen von dem Schema der erweiterten Peirceschen Zeichenklasse

ZR* = (3.a 2.b 1.c) mit $a < b < c$

das wir nun verallgemeinern zu

ZR** = $(X\ \beta^0\ Y\ \alpha^0\ Z)$.

Die Morphismen β^0 und α^0 werden dann erweitert von $(.3 \rightarrow .2) < (.4 \rightarrow .3) < (.5 \rightarrow .4)$, allgemein von $(M \rightarrow (M\text{-}1))$ bzw. von von $(.2 \rightarrow .1) < (.3 \rightarrow .2) < (.4 \rightarrow .3)$, allgemein von $((M\text{-}1) \rightarrow (M\text{-}2))$. Dann gilt also automatisch

$X, Z, Y = \sigma X, Z = \sigma\sigma X$

und weil damit sowohl die triadische Grundstruktur von ZR und ZR* bewahrt als auch die strikte Inklusion von ZR* eingebaut ist, können wir nun theoretisch unendlich viele Zeichenklassen konstruieren, wobei das allgemeine Zeichenschema wie folgt aussieht:

ZR+ = $(X, Y, Z) = (X, \sigma X, \sigma\sigma X) := \{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\}$.

Das kann man aber auch so darstellen:

ZR+ = $\{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\} = \{\mathbb{N}\backslash\{1,2\}, \mathbb{N}\backslash\{1\}, \mathbb{N}\}$.

Dies bedeutet aber hinwiederum, dass es zu ZR+ eine komplementäre Relation CZR+ gibt mit

$CZR+ = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$.

Dies ist aber mit dem Wienerschen Gesetz dasselbe wie

$CZR+ = <1, 2>$.

Aus CZR+ kann man nun die folgende Matrix bilden

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 \\ 2.1 & - \end{pmatrix}$$

die selbst eine Teilmatrix der in die triadische Peircesche 3×3-Matrix eingebetteten dyadischen Saussureschen Matrix ist, wobei allerdings der Index (2.2) fehlt.

Es scheint, dass man hiermitm ein interessantes semiotischen Gesetz gefunden hat. Was CZR+ allerdings wirklich ist und welche Konsequenzen es beim zahlentheoretischen Aufbau einer Semiotik hat, muss vorläufig offen bleiben.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

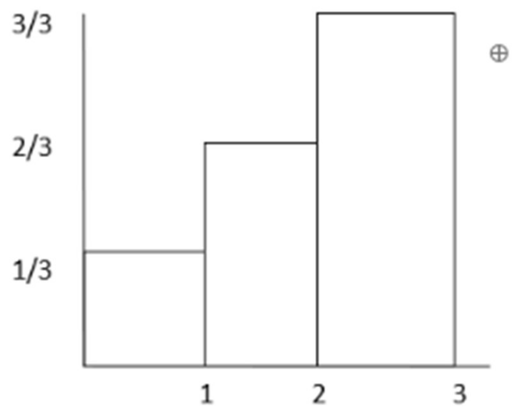
Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Zeichenrelationstrukturen und Komplemente

1. Wir führen folgende Neuerung in die Theoretische Semiotik ein: Zur Darstellung von Relationen, Mengen usw. benützen wir ein Koordinatensystem, auf deren Abszisse wir die Primzeichen und auf deren Ordinate wir die Inklusionen eintragen. Die von Bense (1979, S. 53) definierte Peirce Zeichenrelation

ZR = (M, ((M → O), (M → O → I))

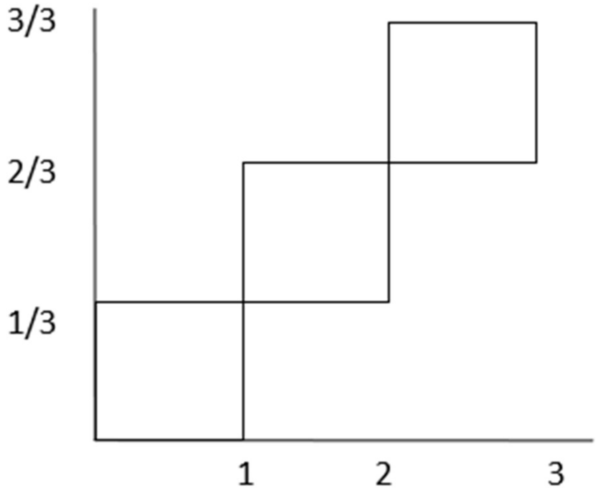
kann dann wie folgt dargestellt werden:



2. Dies war das in Toth (2010) so genannten „Treppenmodell“. Will man ZR in Form des Aufzugs-Modells darstellen, so bekommt man die Zeichenrelation

ZR = ((M, (M → O), (O → I))

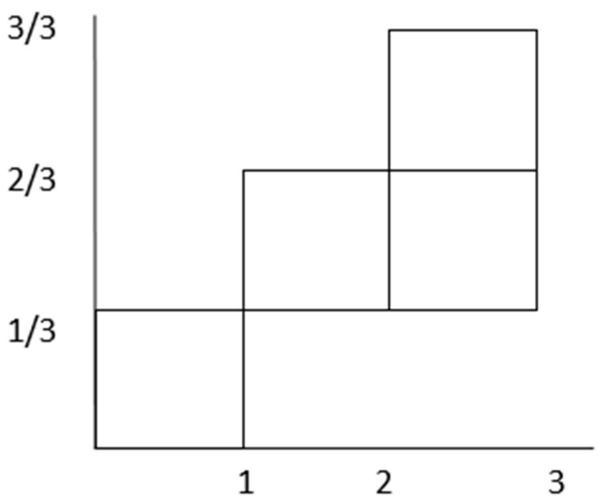
und als zugehöriges Modell:



3. Als drittes Modell wurde ebenfalls in Toth (2010) das sog. Eskalator-Modell vorgeschlagen, das eine Art Kompromiss (Vermittlung) der beiden obigen Modelle darstellt und auf der Zeichenrelation

ZR = (M, ((M → O), (O →I), (O → I))

definiert ist:



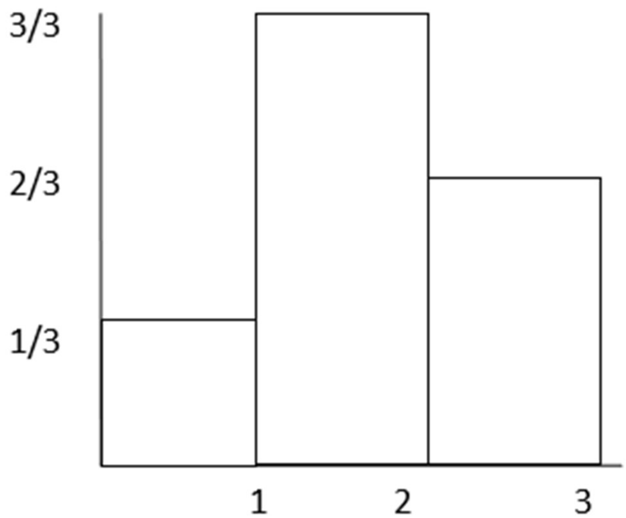
4. Neben diesen drei „regulären" Zeicheinklusionsmodellen kann man jedoch noch eine sehr grosse Anzahl „irregulärer" konstruieren. In einer 1. Gruppe muss lösen wir dadurch die Ordnungsrelation der Primzeichen

$PZ = 1 > 2 > 3$

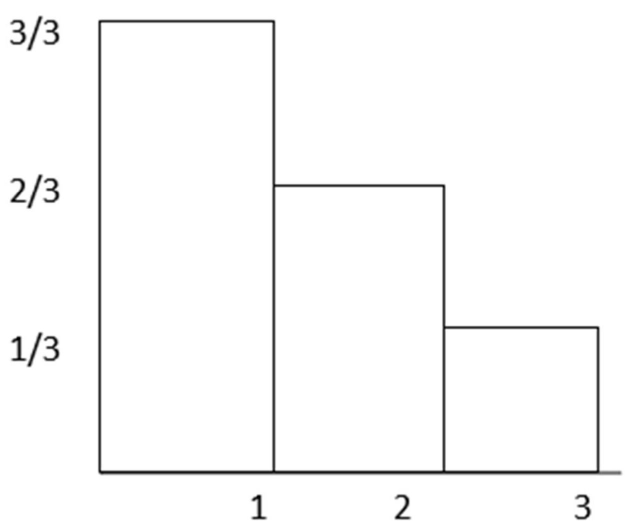
auf.

Da wir eine triadische Relation vor uns haben, bekommen wir dadurch 3! = 6 permutationelle Ordnungen, darunter die folgenden 5 neuen:

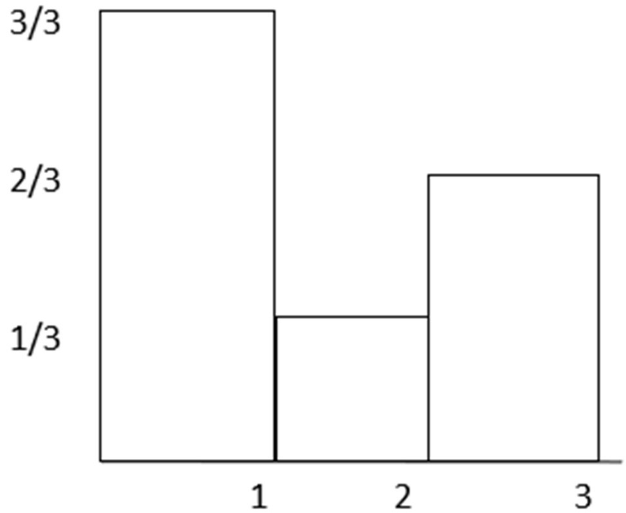
4.1. ZR = (M, I, O)



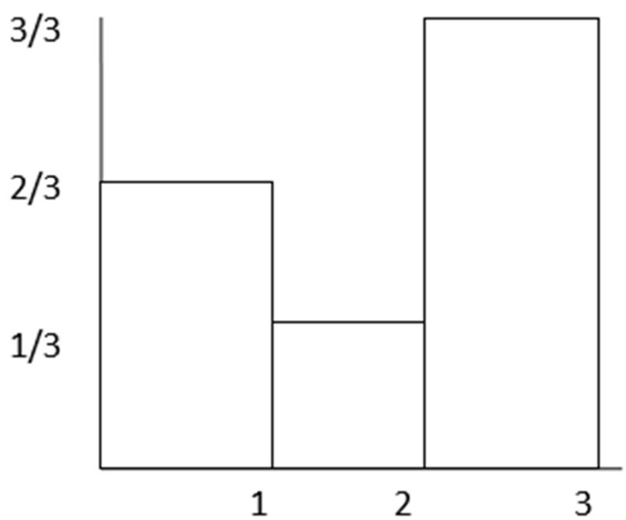
4.2. ZR = (I, O, M)



4.3. ZR = (I, M, O)

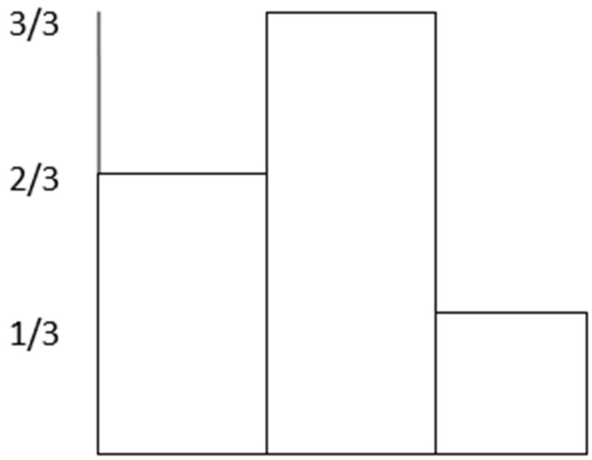


4.4. ZR = (O, M, I)



1

4.5. ZR = (O, I, M)

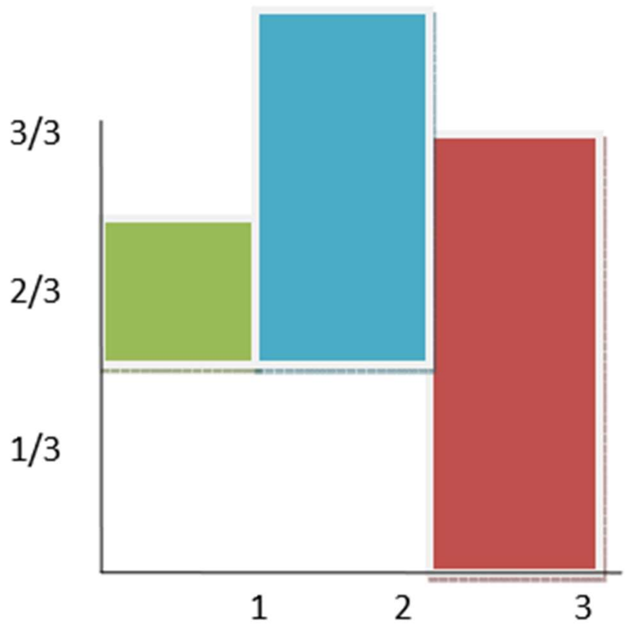


5. In einer 2. Gruppe lösen wir die Inklusionordnung

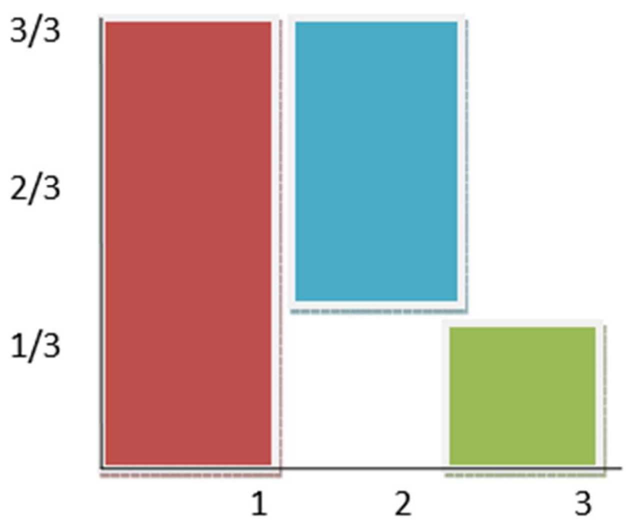
ZR = .1. ⊂ .2. ⊂ .3.

auf. Damit sind wir bei den „pathologischen“ Relationen angelangt, insofern hier z.B. $3 < 1$ gelten kann, also im Grunde Erscheinungen, die sonst nur in polykontexturalen Systemen aufscheinen. Unter den zahlreichen Möglichkeiten vgl. z.B.

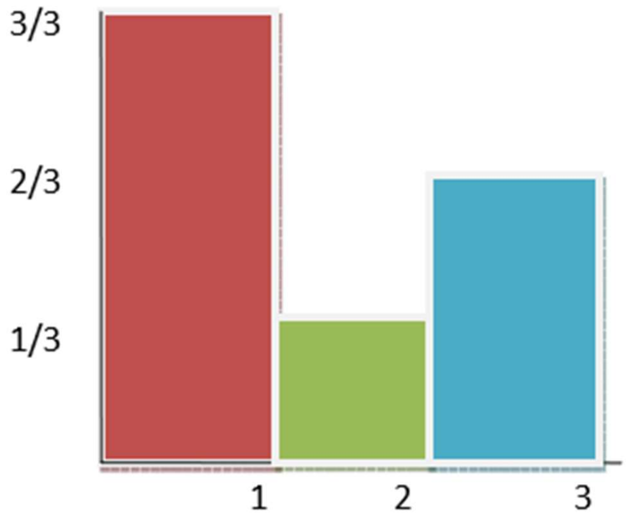
5.1. ZR = (M, I, O)



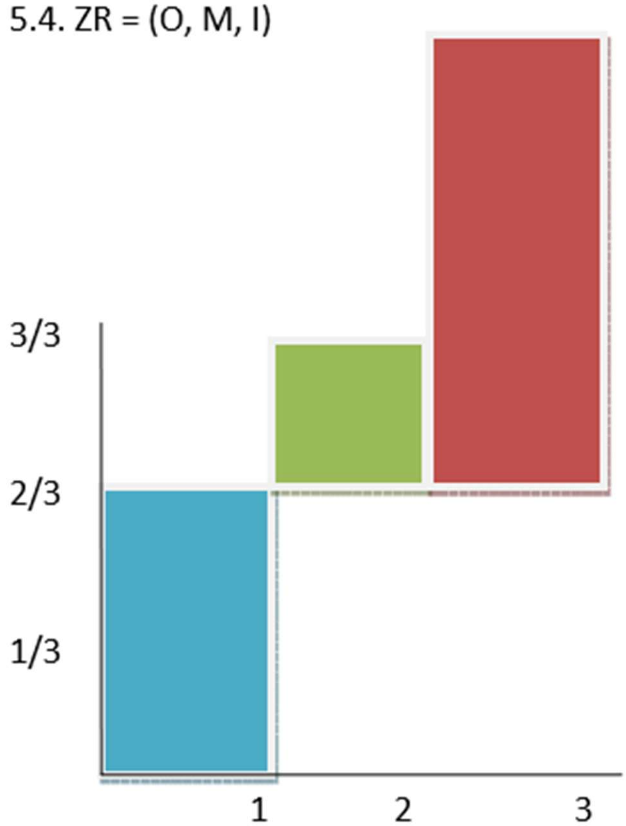
5.2. ZR = (I, O, M)



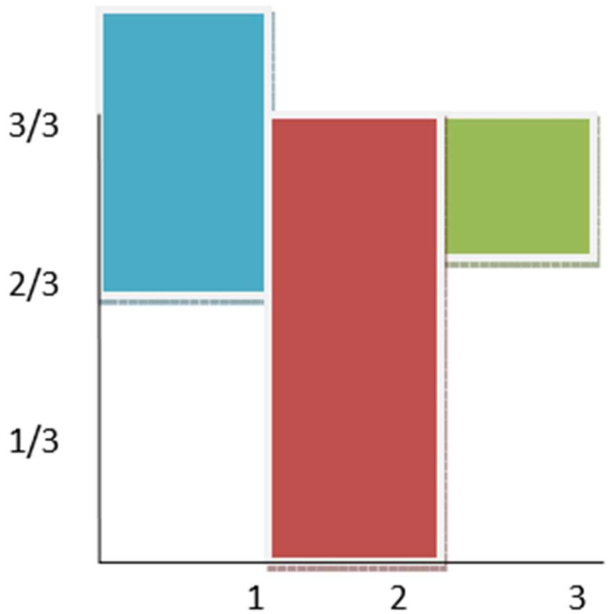
5.3. ZR = (I, M, O)



5.4. ZR = (O, M, I)

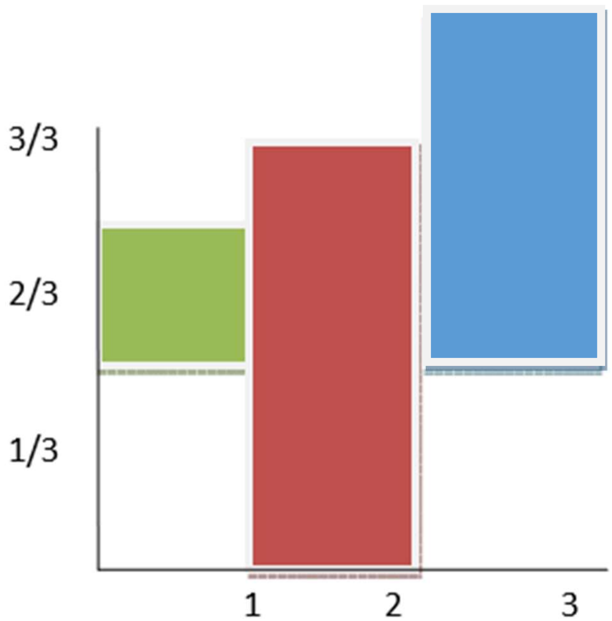


5.5. ZR = (O, I, M)

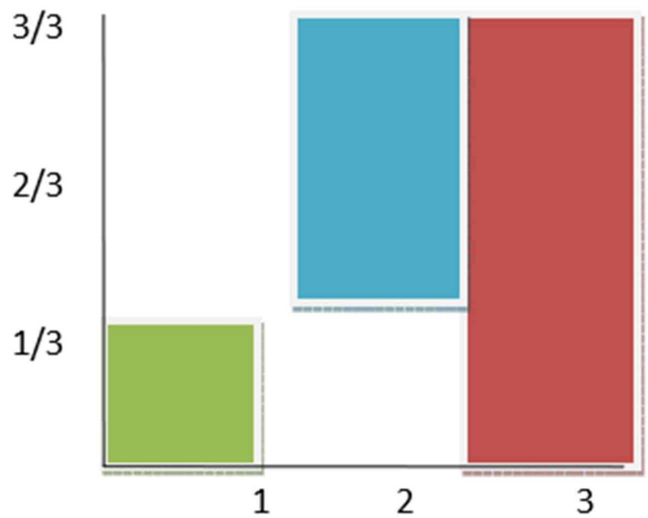


6. Kombiniert nun beide Aufhebungen miteinander, d.h. löst man zugleich die Ordnung der PZO = $(1 > 2 > 3)$ und diejenige der Inklusonen IO = $(.1. \subset .2. \subset .3.)$ auf, so gibt es naürlich für alle in 5 ausschnittsweise behandelten Typen nochmals 6 Permutationen, also etwa die folgenden:

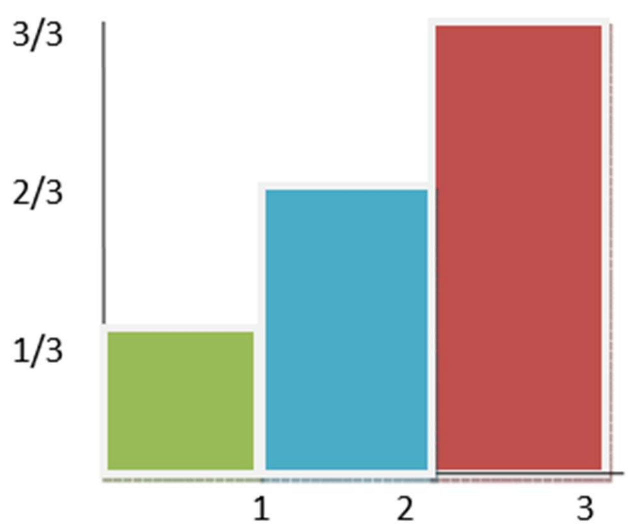
6.1. ZR = (M, I, O)



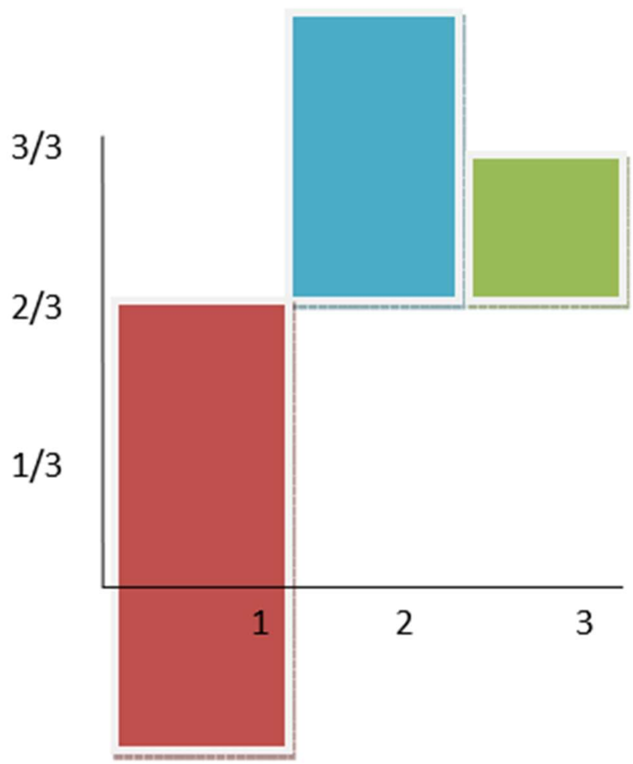
6.2. ZR = (I, O, M)



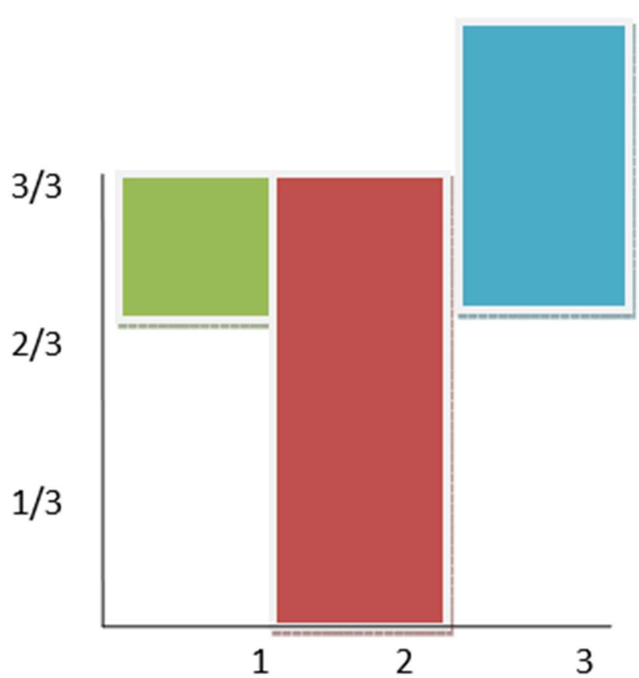
6.3. ZR = (I, M, O)



6.4. ZR = (O, M, I)



6.5. ZR = (O, I, M)



7. Alle in 4.-6. präsentierten Typen mit aufgehobener Primzeichen- oder/und Inklusionsordnung beruhen auf dem in 1. dargestellten Zeichenmodell Typ 1. Selbstverständlich kann man alles natürlich auch noch anwenden auf die unter 2. und 3. dargestellten Zeichenmodelle Typ 2 und 3, d.h. nicht nur auf das Treppenmodell, sondern auch auf die Lift- und Eskalatormodelle. Zusammenfassend ergibt sich eine sehr grosse Anzahl völlig neuer semotischer Modelle, die von der Peirceschen Basisteorie nicht zugänglich und natürlich im Hinblick auf ihre Applikation hin nchzuprüfen sind.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Treppe, Eskalator, Lift. Drei mengentheoretische und semiotische Modelle mit Anti-Fundierungsaxiom. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Semiotische Iteration und Akkretion

1. Semiotische Iteration (Wiederholung des Alten)

1.1. Durch Dualisation

1.1.1. Subzeichen in ihren relationalen Positionen

1.1.1.1. $\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$, formaler Zusammenfall von $(3.1)^0 = \times(3.1) = (1.3)$ und $(2.2)^0 = \times(2.2) = (2.2)$.

1.1.1.2. $\times(3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C) = (3.1_C\ 2.2_B\ 1.3_A)$ mit $(A \rightarrow B \rightarrow C)$ ǂ $(C \rightarrow B \rightarrow C)$, d.h. invertierte Ordnungsrelation

1.1.1.3. $\times(1.1_A\ 1.1_B\ 1.1_C) = (1.1_C\ 1.1_B\ 1.1_A)$, d.h. selbst bei formal identischen Relata

1.1.1.4. $\times(3.1_1\ 2.2_1\ 1.3_1) = (3.1_1\ 2.2_1\ 1.3_1)$, d.h. wenn alle Subzeichen in 1 (und daher derselben) Kontextur liegen.

2. Semiotische Akkretion (Wiederholung des Neuen)

2.1. Durch Trialisation

$$\underbrace{(3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C) \times (3.1_C\ 2.2_B\ 1.3_A) \times (3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C)} \times (3.1_C\ 2.2_B\ 1.3_A) \times \ldots$$

ZR R(ZR) = ZR^{-1} RR(ZR) = $(ZR^{-1})^{-1}$ = ZR

1 2 3

2.1.1. ₪$(3.1\ 2.2\ 1.3) = \times\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$

2.1.2. ₪ $(3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C) = (3.1_A\ 2.2_C\ 1.3_C)$

2.2. Durch Kontexturenzahlen

₪$(3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4}) = (3.1_{4.3}\ 2.2_{4.2.1} 1.3_{4.3})$

3. Eigenrealität (Bense 1992) gibt es nicht, sie fällt formal mit der Trialisierung, d.h. der Wiederholung des Neuen zusammen, behauptet aber Wiederholung des Alten, d.h. ein Zeichen hat keine Referenz als sich selbst. Das ist also mathematisch ganz ausgeschlossen, damit auch des Nikolaus von Kues Annahme, die Zahl sei „aus sich selbst zusammengesetzt", vgl. auch die Täuschung der Binnensymmetrie

$3.1\ 2\times 2\ 1.3 = (3._{\lambda\ \rho}.1\ \ 2._{\lambda} \times_{\rho}.2\ \ 1._{\lambda\ \rho}.3)$

mit $(3._{\lambda\ \rho}.1) \neq (3._{\rho\ \lambda}.1)$ und $(2._{\lambda\ \rho}.2) \neq (2._{\rho\ \lambda}.2)$.

Es fallen also in Sonderheit unter den Subzeichen die Konversen und die Dualen bloss in formaler Hinsicht zusammen. (Selbstverständlich wird trotz behaupteter Eigenrealität stets $(1.2) \neq (2.1)$, $(1.3) \neq (3.1)$, usw. jedoch: $(2.2)^0 = (2.2) = (2.2)$ angenommen.

Wegen

$\times(3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C) = (3.1_C\ 2.2_B\ 1.3_A)$.

$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2.1}\ 1.3_3)$

mit $B = (1.2) = (2.1)$

fällt ferner die Reihenfolge der Subzeichen nicht mit denen der Kontexturenzahlen überein. Schliesslich gilt wegen Permutationsmöglichkeit von mehr als 2-stelligen Kontexturenzahlen d.h. für Systeme mit $K \leq 4$ für jedes Subzeichen

$(a.b)_{1.2.3} \neq (a.b)_{1.3.2} \neq (a.b)_{2.1.3} \neq (a.b)_{2.3.1} \neq (a.b)_{3.1.2} \neq (a.b)_{3.2.1}$.

Hieraus folgt: **Es gibt keine „Eigenrealität", weder in Systemen mit Dualisierung noch mit Trialisierung, weder in nicht-kontexturierten (monokontexturalen) noch in kontexurierten (polykontexturalen).**

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Zur Einführung von Kategorien in die Semiotik

1. Leopold (1990, S. 95) definiert die semiotische Kategorie wie folgt:

$\underline{S}$: $1 \rightarrow_{\alpha} 2 \rightarrow_{\beta} 3$

und die dazu duale Kategorie als

$\underline{S}^0$: $3 \rightarrow_{\beta^0} 2 \rightarrow_{\alpha^0} 1$.

Hier sind 3 gravierende Probleme zu nennen, auf die wir sogleich zurückkommen werden:

1. In $\underline{S}$ und S^0ist die Defiition der Objeke ungenügend.

2.Als Beispiele werden nur Triaden aber keine Trichtominen berücksitigt.

3. Die Definition der Realitätästhematk als dualer Kategorie ist falsch.

2. Zunächst zur ungenügenden Definition der Objekte: Es gibt zwei Sorten von Primzeichen, die triadischen

tdP = (1.,2.,3.}

und die trichotomischen

ttP = {.1, .2, .3},

die sich durch ihre Ordnungsrelation unterscheiden:

$O(tdP) = (1. < 2. < 3.)$,

$O(ttP) = (.1 \leq .2 \leq .3)$.

Wegen der Möglichkeit der Gleichheit subsequenter ttP ist die Peircesche Zeichenrelation eine „Relation über Relationen“, wie sich Bense (1979, S. 53) ausdrückte:

$ZR = (1, ((1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$.

3. Konkret gesagt, bietet also die herkömmliche semiotische Kategoriendefinition keine Möglichkeit, die jeweils zwei folgenden Fälle zu unterscheiden:

$\alpha := (1. \rightarrow 2.)$

? := $(.1 \rightarrow .2)$,

und ebenfalls ist es nicht möglich, die jeweils folgenden beiden Fälle auseinanderzuhalten:

? := $(1. \rightarrow .2)$

? := $(.1 \rightarrow 2.)$.

4. Nun zu den Realitätsthematiken als „dualen Kategorien“: Nach übereinstimmendem Usus (z.B. Mac Lane 1972, S. 96) enthält die zu einer Kategorie C duale Kategorie C^0 einfach kontravariante anstatt kovarianter Funktoren, d.h. wenn $C = (a \rightarrow b \rightarrow c)$, dann ist $C^0 = (a \leftarrow b \leftarrow c)$, d.h. aber wir haben bei Zeichenklassen und Realitätsthematiken die folgende Situation:

$C_{ZKL} = ((3\rightarrow a) \rightarrow (2\rightarrow b) \rightarrow (1\rightarrow c))$

$C_{RTH} = C_{ZKL}{}^0 = ((3\leftarrow a) \leftarrow (2\leftarrow b) \leftarrow (1\leftarrow c))$,

d.h. jetzt aber, wir brauchen nicht nur invertierbare Morphismen, sondern auch **invertierbare Objekte**. Die „dualen“ Kategorien, wie sie zu Beginn der 90er Jahre in die Semiotik eingeführt worden waren, sind also lediglich konverse Kategoien.

Bibliographie

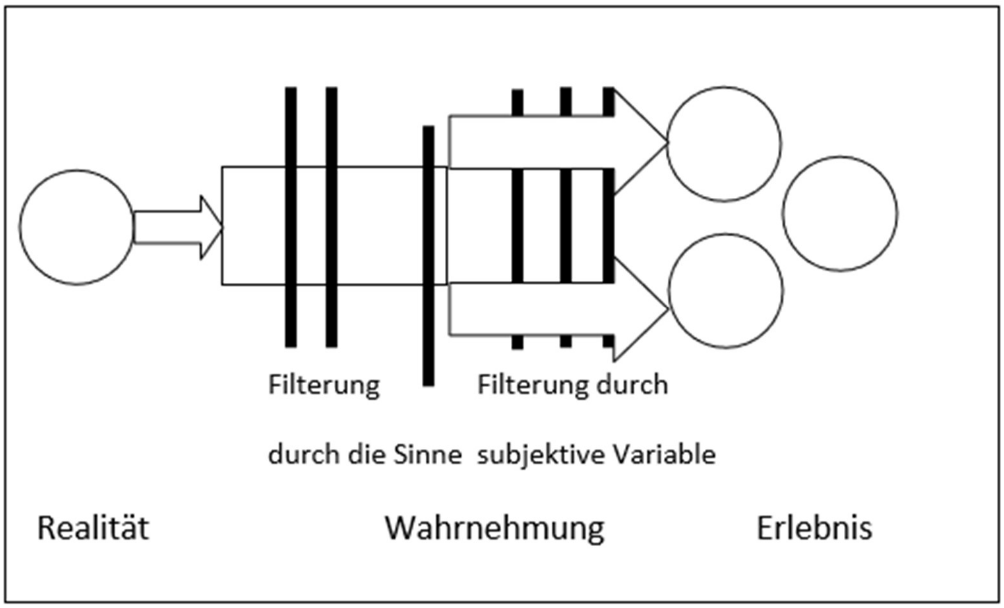
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Leopold, Cornelie, Kategorietheoretische Konzeption der Semiotik. In: Semiosis 57/58, 1990, S. 93-100

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Die Struktur der semiotischen Nullheit I

1. Nach Joedicke (1985, S. 12) gibt es ein erstes System von Filtern, welches zwischen Realität und Wahrnehmung vermittelt und ein zweites System von Filtern, welches zwischen Wahrnehmung und Erlebnis vermittelt:



Kategorien“ und das Erlebnis als dem „semotischen Raum“ betrachten, so gibt es also zwischen Ontik und Semiotik einen von mir (Toth 2008a) „präsemiotisch“ genannten vermittelnden Raum, die Wahrnehmung. Dessen formale Strutkur wurde in Toth (2010) ausführlich untersucht.

2.1.PTr = (0.1, 0.2, 0.3)

Dies sind die von Götz (1982, S. 4, 28) angesetzten präsemiotischen Kategorien. Da sie nur als Trichotomienwerte aufscheinen, ergibt sich folgende nicht-quadratische 4×3-Matrix

$$\wp = \begin{array}{c|ccc} & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ \hline 0.1 & 0.11 & 0.12 & 0.13 \\ 0.2 & 0.21 & 0.22 & 0.23 \\ 0.3 & 0.31 & 0.32 & 0.33 \end{array}$$

2.2. Definieren wir einen Transitionsoperator π, der vom präsemiotischen zum semiotischen Raum führt, dann gilt

$\pi \cdot \wp = \mathcal{M}$

bzw. $\mathcal{M} \cdot \pi^{-1} = \wp$.

Mit Hilfe dieses Operators wird also Wahrnehmung (aus Realität) in Erlebnis überführt. Nach Toth (2008b, S. 177 ff.) kann der Übergang von Wahrnehmung → Erlebnis sogar durch Vererbung der präsemiotischen in die semiotischen Kategorien aufgefasst werden; es gilt allgemein

Realität → Wahrnehmung := 0.x → 0.xy

Wahrnehmung → Erlebnis := 0.xy → 0.xyz

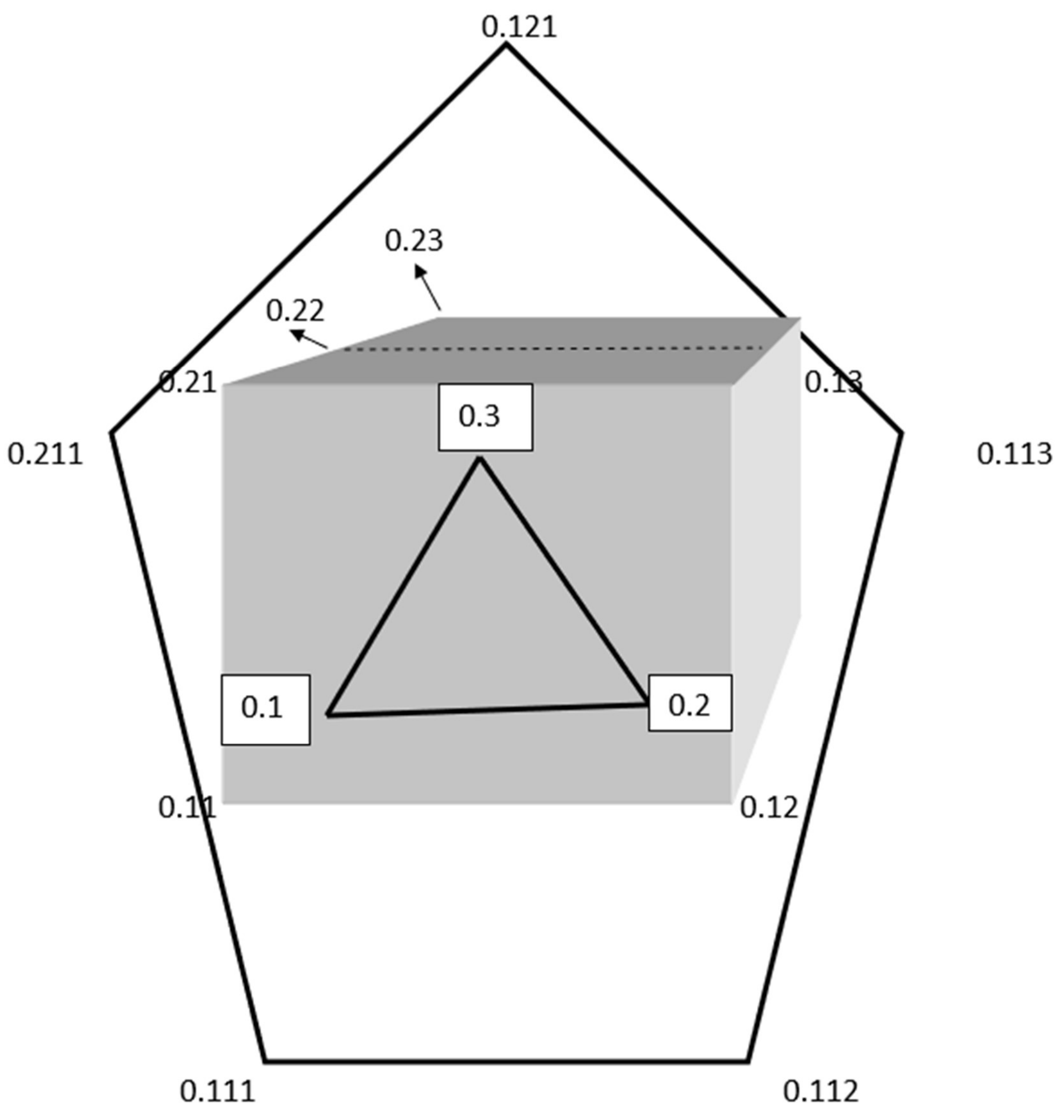
Entsteht eine n-stellige Primzeichen-Struktur durch kartesische Multiplikation aus einer n(-1)- und einer (n-2)-stelligen, so gibt es immer (n-2) strukturelle Typen n.-stelliger Primzeichen, sofern „Pattern-Splitting“ zugelassen ist. Ist hingegen Splitting zugelassen und gilt n ≠ (n-1) ≠ (n-2)..., so gibt es n Möglichkeiten.

Wenn x ≠ y ≠ z, gibt es 3 Möglichkeiten, falls „Pattern-Splitting“ zugelassen ist (das kartesische Produkt also nicht als Superzeichen aufgefasst wird), sonst genauso viele Möglichkeiten, wie einer der beiden Faktoren Stellen nach dem Komma hat, hier also 2:

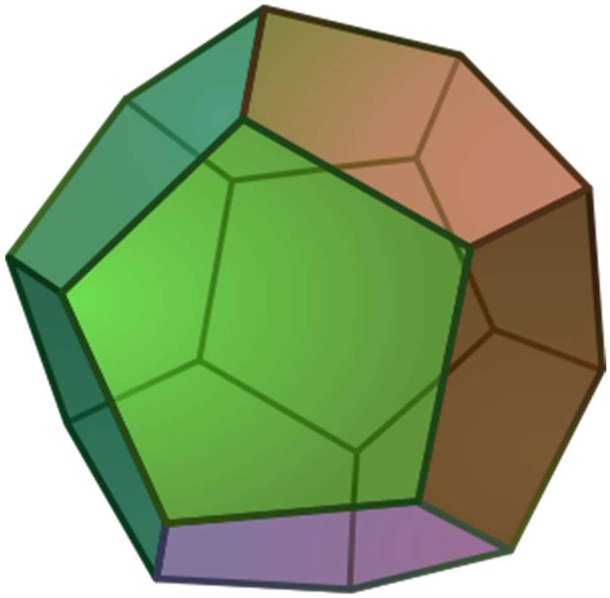
ohne Splitting: z.B. $0.3 \times 0.21 = \{0.3\underline{21}, 0.\underline{21}3\}$

mit Splitting: z.B. $0.21 \times 0.32 = \{0.2\underline{32}1,\ 0.1\underline{32}2,\ 0.2\underline{3}1\underline{2},\ 0.1\underline{3}2\underline{2},\ 0.2\underline{32}1,\ 0.1\underline{32}2\}$

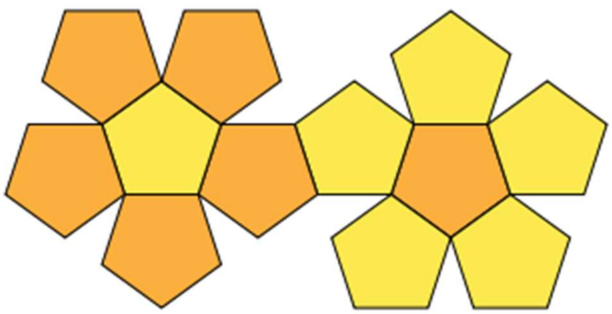
3. Wenn wir hier kurz überlegen, sehen wir, wie das Modell des präsemiotischen Raums weitergeführt werden muss: Das präsemiotische *Zeichenmodell mit der Primzeichenstruktur 0.x ist 2-dimensional, also ist das pZm mit der PZS 0.xy 3-dimensional, und bereits das pZm mit der PZS 0.xyz (aus kartesischer Multiplikation unserer zwei PZS-Basen) ist 4-dimensional. Anschaulich:



Das 4-dimensional Pentagon ist demnach ein Dodekahedron:



in Netzdarstellung:



also das 5-eckige Pendant des bekannteren Tesseraktes. Fährt man also auf diese Art weiter zu 5, 6, ..., n Dimensionen, deckt man strukturelle Reichtümer der semiotischen Nullheit auf, von denen man bisher nur träumen konnte.

Bibliographie

Goetz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008b)

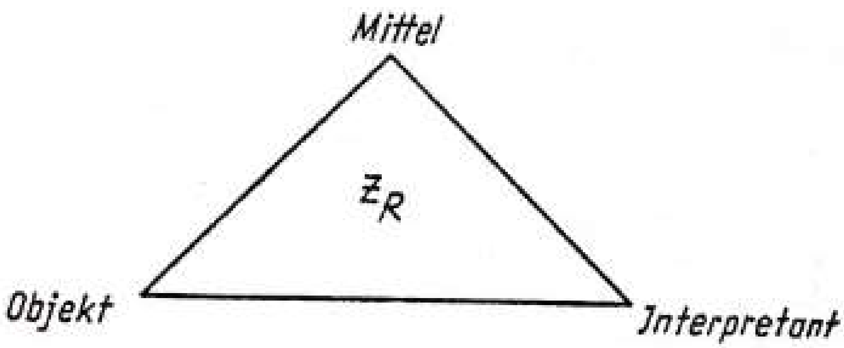
Toth, Alfred, Mögliche Ausdifferenzierungen der semiotischen Nullheit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Thetische Einführung oder Interpretation kenomischer Matrizen?

1. Die Peircesche Semiotik beginnt in der Version von Max Bense im 1. Kapitel seines ersten semiotischen Buches (Bense 1967, S. 9) wie folgt:

Abstrakte Semiotik

Zeichen ist alles, was zum Zeichen erklärt wird und nur was zum Zeichen erklärt wird.
Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden.
Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermaßen Metaobjekt.
Die Zuordnung, die mit einem zum Zeichen erklärten Etwas gegeben wird, ist triadisch: das Etwas ist als *„Mittel"* einem *„Objekt"* für einen *„Interpretanten"* zugeordnet. Wir sprechen daher von der „triadischen Zeichenrelation".



D.h. die klassische, monokontexturale Semiotik geht aus von einem Prozess (Ω stehe für Objekt)

Ω → ZR,

der im Anschluss an Fichte auf „thetische Einführung" genannt und von Bense wie folgt begründet wird:

Einführung des Zeichens. Darunter wird die Tatsache verstanden, daß ein →Zeichen nicht wie ein Naturobjekt gegeben ist, sondern durch ein Bewußtsein „eingeführt" wird. Diese Einführung kann als „Setzung", als „Erklärung", als „Selektion" verstanden werden. Ein Zeichen ist also nur als „thetisches" Etwas zu verstehen; es hat grundsätzlich „thetischen Charakter", und dementsprechend ist jede →Zeichenthematik, jeder →Zeichenprozeß primär thetischer Natur; sie thematisieren oder generieren letztlich nicht faktische objektive Objekte, sondern künstliche Metaobjekte (die sich im Sinne der →triadischen Relation) auf faktische Objekte beziehen. Bs
Literatur: M. Bense, *Zeichen und Design*, Baden-Baden 1971.

2. Obwohl das sehr einleuchtend klingt: Ich nehme z.B. ein Objekt, genannt „Taschentuch", verknote („verfremde") es und verwende es als Zeichen dafür, dass ich morgen früh meine Tochter vom Kindergarten abholen soll. Oder ich male ein bestimmtes Objekt „Kreidenstrich" an die Wandtafel, damit er als Zeichen für den Buchstaben oder Laut „A" stehe, usw. Dennoch gibt es hier mindestens zwei gravierende Probleme:

2.1. Erstens wird mit Hilfe der thetischen Einführung die Welt der Objekte durch ihre Zeichen genannten Spiegelbilder verdoppelt. Das eigentliche Problem ist, dass die den Objekten zugeordneten Metaobjekte ja immer noch die ursprünglichen Objekte sind, nur dass sie nach erfolgter Semiose eine doppelte Funktion ausüben (ich kann immer noch meine Nase ins verknotete Taschentuch schneuzen), d.h. trotz der Verdoppelung der Objekte existieren sie immer noch nur einmal. Es gibt also nicht zwei Existenzen, sondern zwei Essenzen, indem das gleiche Objekt einmal als Objekt und einmal als Substitut für Anderes interpretiert wird. Nur ist dieses Andere nicht das Andere dieses Objektes, sondern von etwas Anderem, das jedoch nicht einmal zu existieren braucht, wenn man z.B. an die Gestalten der Märchen, Sagen und Legenden denkt. Das Zeichen bedient sich also irgendeines beliebigen Objektes, um für etwas Drittes zu stehen. Dieser Vorgang ist jedoch weniger metaphysisch als mystisch, der thetische Introduktor gleicht einem Magier mit Zauberstab, der ein Objekt nicht nur zum Zeichen erklärt, sondern es vielmehr in ein Zeichen verwandelt.

2.2. Zweitens muss man, was noch gravierender ist, den ganzen Transformationsprozess $\Omega \rightarrow ZR$ anzweifeln, und zwar weil sich die Frage erhebt, wo denn in der Peirceschen Semiotik überhaupt Platz für Objekte ist. Das von Peirce nach 2.1. thetisch eingeführte Zeichen ist zu seinem Objekt transzendent, so wie das vorgegebene Objekt zum nicht-vorgegebenen Zeichen transzendent ist. Nun ist aber die Peircesche Semiotik, wie Gfesser (1990, S. 133) zutreffend feststellte, „ein nicht-transzendentales, ein nicht-apriorisches und nicht-platonisches Organon". Somit kann es in der Peirceschen Semiotik Objekte nur als durch Zeichen vermittelte, d.h. als Objekt-Bezüge geben. In einer solchen Pansemiotik gibt es folglich auch keine Ontologie, es sei denn, sie sei aus den ebenfalls zeichenvermittelten Realitätsthematiken rekonstruierbar.

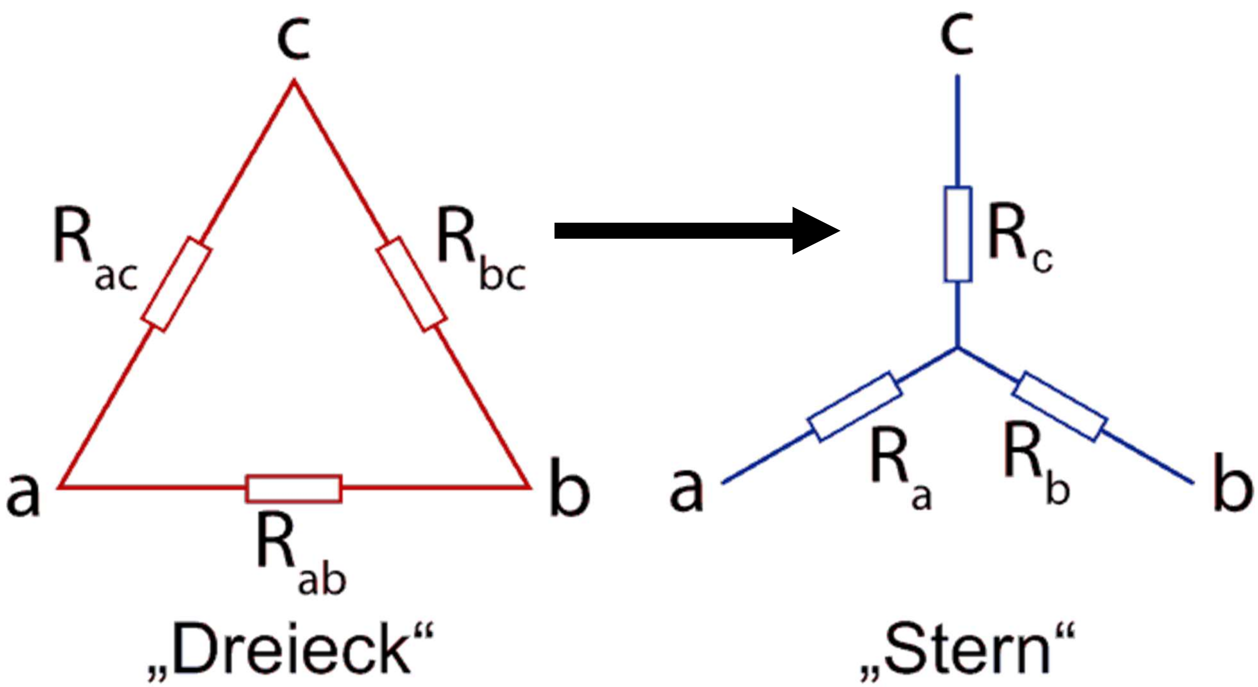
3. Wenn wir die radikalen Konsequenzen dieser Kritik ziehen, sind wir gezwungen, die Idee einer thetischen Einführung von Zeichen aufzugeben. Wir werden vielmehr in eine hermetisch abgeschlossene Zeichenwelt hineingeboren, aus der es kein Entrinnen gibt. Das Merkwürdigste an unserer ganzen Geschichte ist allerdings, dass Bense dies (und schon sehr früh) gewusst hat. In der „Theorie Kafkas" liest man: „Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (1952, S. 80). Einige Seiten später bringt es Bense mit seinem Bonmot von der „Eschatologie der Hoffnungslosigkeit" der Zeichenwelt Kafkas, in der eine Hoffnung ohne Theodizee herrsche wie in der Peirceschen Semiotik,

auf den Punkt (1952, S. 100). Damit stellt sich nun allerdings die Frage, woher Zeichen kommen, wenn sie nicht mystische Projektion auf nicht-existente Objekte sind. Die vielversprechendste Antwort findet man in Thomas Mahlers unter der Supervision des bedeutenden Logikers und Mathematikers Rudolf Kaehr erarbeiteten „Morphogrammatik" (1993), einem eigentlichen Highlight der modernen Logik, Mathematik, Ontologie und Erkenntnistheorie:

> Die Kenogrammme der Kenogrammatik sind als Leerstellen (als Orte) intendiert, an denen semiotische Zeichenprozesse eingeschrieben werden können. In der Kenogrammatik existiert also eine fundamentale Differenz zwischen Ort und Zeichen (und nicht wie in der Semiotik eine Ineins-setzung). Somit ist in der Kenogrammatik die Orthaftigkeit von Zeichenprozessen notierbar.
> Die Kenogrammatik geht historisch und konstruktiv aus der Semiotik hervor, kenogrammatische Strukturen werden zunächst als Abstraktionen semiotischer Zeichenreihen definiert (*Kenosis*). Da die semiotischen Gesetzmäßigkeiten für die kenogrammatischen Strukturen aber nicht mehr gelten, können sie nicht als abgeleitete semiotische Konstrukte betrachtet werden. Vielmehr erweisen sich Zeichen vom erweiterten Standpunkt der Kenogrammatik als Reduktionen oder Kristallisationen von Kenogrammen. Die Semiotik kann Zeichen nur als aus einem schon gegebenen Alphabet stammend voraussetzen, den semiotischen Zeichen ist aber die Semiose, der Prozeß der Zeichengenerierung selbst vorgeordnet. Die Kenogrammatik, insofern sie den Prozeß der Semiose notierbar macht, muß also der Semiotik systematisch vorgeordnet werden, da sie diese überhaupt ermöglicht.

Noch etwas radikaler formuliert, bedeutet das für die Semiotik: Anstatt wie bei Peirce und Bense von vorgegebenen, gegenständlichen Objekten auszugehen, die durch ein Subjekt zum Zeichen erklärt werden, begeben wir uns auf die tiefste Ebene der Meontologie (auch diese ist bei Bense 1952, S. 80 mit Anm. 72 auf expliziten Verweis auf Günther und dessen damals noch unpublizierte einschlägige Arbeiten), also dorthin, wo es noch keine Scheidung zwischen Subjekt und Objekt gibt, sondern nur Leerstellen, d.h. Orte, wo z.B. die Werte der Logik oder der Semiotik oder die Zahlen der Mathematik eingeschrieben werden können. Ob wir also einen logischen, mathematischen oder semiotischen Ausdruck bekommen, hängt dann von der Interpretation der kenomischen Matrix ab, welche die thetische Einführung ablöst. Damit können wir problemos den Weg von der Keno-Ebene zum Zeichen als Semiose und den umgekehrten Weg vom Zeichen zur Keno-Ebene im Sinne von Mahler und Kaehr (1993) als Kenose definieren.

Zum Verständnis des folgenden Modells sei noch vorausgeschickt, dass ich in Toth (2011) den Vorschlag gemacht habe, als geortetes Zeichenmodell den auch von Peirce nach Brunning (1987) zuerst verwendeten Stern zu benutzen und die anschliessende Monokontexuralisierung des Zeichenmodells als konverse Stern-Dreicks-Transformation zu beschreiben. Der Stern enthält im Gegensatz zum Dreicksmodell einen inneren Punkt, durch den die drei Hauptmorphismen des triadischen Zeichens verlaufen müssen:



Sei a = M, b = O, c = I, dann gilt:

ab = a→b := (M→O) = α

$bc = b \rightarrow c := (O \rightarrow I) = \beta$

$ca = c \rightarrow a := (I \rightarrow M) = \alpha°\beta°$

Nach der Transformation haben wir also:

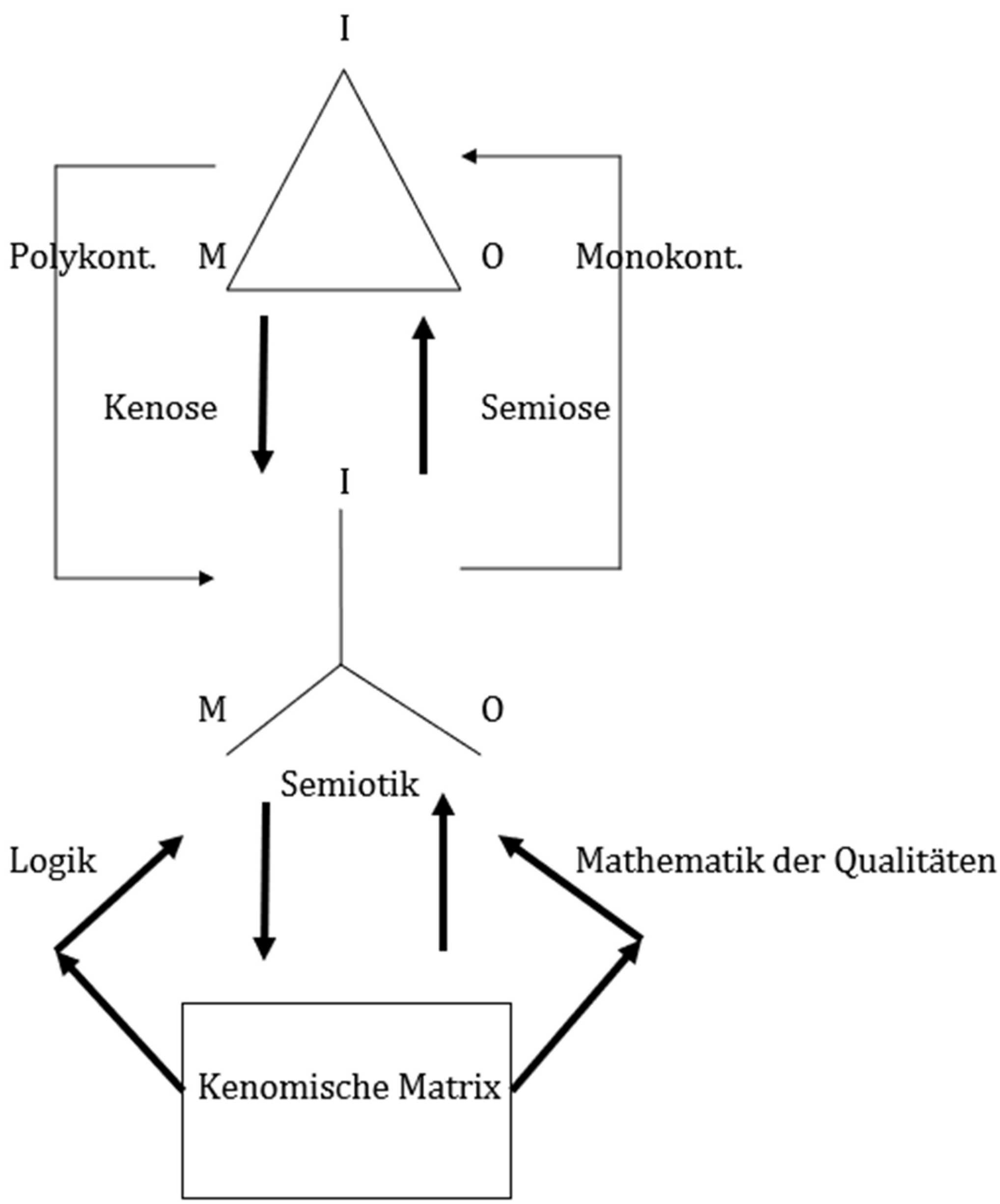
$(M \rightarrow O) = \alpha = (a \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow b)$

$(O \rightarrow I) = \beta = (b \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow c)$

$(I \rightarrow M) = \alpha°\beta° = (c \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow a)$

Die Morphismen werden somit in Q geortet, indem ihnen dort Kontexturen zugeschrieben werden (Polykontexturalisierung), bei umgekehrter Transformation verlieren sie diese bzw. werden alle in eine einzige Kontextur gesetzt (Monokontexturalisierung). Mathematisch hat die Stern-Dreicks-Transformation vor allem den Vorteil, dass man ohne topologische Faserungen auskommt, wie sie noch Kronthaler (1986) annehmen musste.

Nach den Ausführungen in diesem Aufsatz schlage ich als vor, die thetische Einführung von Zeichen als Semiose/Kenose-Modell wie folgt zu skizzieren:



Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Brunning, Jacqueline, Genuine Triads and Teridentity. In: Houser, Nathan/Roberts, Don D./Van Evra, James, Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington 1997, S. 252-263

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt 1986

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Stern, Dreieck und die 4. Kategorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Semiotisches Zählen

1. Bekanntlich hatte Bense verschiedentlich (z.B. 1975, S. 167 ff., 1981, S. 17 ff., 1983, S. 192 ff.) den Versuch gemacht, semiotische Generation mit arithmetischer Induktion gleichzusetzen. Wir hätten dann

Peano: $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow \ldots$

Peirce: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

d.h., nicht nur fehlt die Null als neutrales Element (dieses ist in der Semiotik 2, vgl. Toth 2006, S. 37 ff., so dass man im, Grunde $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$ oder $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ zählen müsste), sondern die Folge bricht mit dem Erreichen der Dreizahl ab, das nach Peirce alle n-adischen Relationen mit $n > 3$ auf triadische Relationen reduzierbar sind (vgl. Toth 2007, S. 173 ff.). Was vor allem einer solchen Gleichsetzung widerspricht, ist, dass die von Bense (1979, S. 53) selbst eingeführte Zeichendefinition

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

einer Peano-Induktion vollkommen zuwiderläuft, da sie nämlich eine Zählfolge wie z.B.

$$\begin{array}{lllllll} & & & & 1 \rightarrow & 2 \rightarrow & 3 \\ & & 1 \rightarrow & 2 \rightarrow & \uparrow & & \\ 1 \rightarrow & \uparrow & & & & & \end{array}$$

d.h. eine trilineare Zählung, die eine Bifurkation $(1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$ sowie eine Trifurkation $(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$ aufweist, voraussetzt.

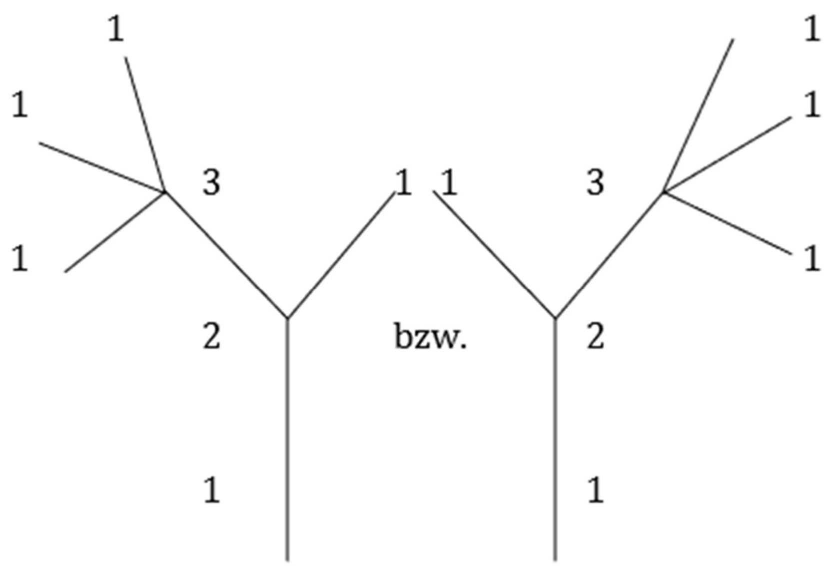
Nur am Rande (weil schon oft darauf hingewiesen wurde) sei vermerkt, dass es im Grunde drei Peirce-Zahlen gibt, deren Zählweise paarweise gar nicht übereinstimmt:

1. Triadische Peirce-Zahlen: 1. < 2. < 3.

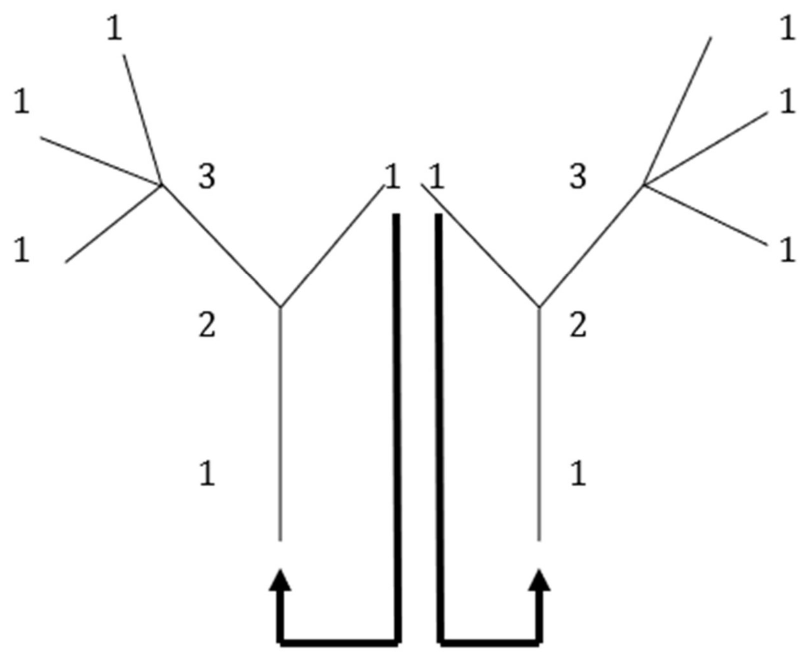
2. Trichotomische Peirce-Zahlen: .1 ≤ .2 ≤ .3

3. Diagonale Peirce-Zahlen: 1.1 << 2.2 << 3.3.

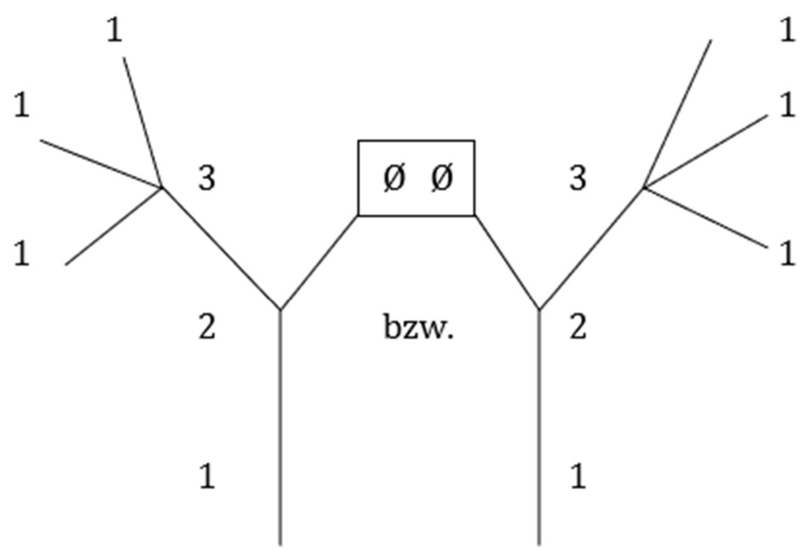
2. Als der Benseschen verschachtelten Definition des Zeichens als einer Relation über Relationen entsprechendes Modell wurde daher in Toth (2011) folgender Bi-Graph vorgeschlagen:



Hier wird also zuerst die 1 gezählt, dann von 1 zu 2, und dann sowohl von 1 als auch von 1 zu 2 zu (1, 2, 3), d.h. dieses Modell entspricht haargenau ZR = (1 → ((1 → 2) → (1 → 2 → 3))), allerdings mit einer Ausnahme: Im Graphen lässt sich die Bifurkation nur so darstellen, dass von 2 aus ein Pfad zu 3 führt, aber auch ein Pfad zu einer monadischen Relation, d.h. zu 1. Damit wird die zyklische Struktur der nicht über triadische Relationen hinausgehenden Peirceschen Zeichenrelationen ohne explizite Zyklizität des Graphen dargestellt, denn man kann sich folgendes vorstellen:



Allerdings kann man diese zweite Einsheit auch als nicht-gesättigte Relation deuten:



An der eingerahmten Stelle können also nur zwei Erstheiten, d.h. Einsen, stehen, aber da das erste Relatum in ZR die 1 ist, kann hier ein zweites, im Bilde spiegelverkehrtes Zeichen angehängt werden, das an Kaehrs Bi-Sign erinnert (vgl. Kaehr 2009). Während aber in beiden Hälfte die Relationen (1 → 2) identisch sind, sind $(2 \rightarrow 3)$ zwar in dieser Ordnung, aber spiegelverkehrt gegeben; dasselbe gilt gilt für die drei Relationen $(3 \rightarrow 1)$. Die beiden Hälften gehören also offenbar zwei verschiedenen Kontexturen an, som dass wir anzusetzen haben

$(1 \rightarrow 2) \quad \equiv \quad (1 \rightarrow 2)$

$(2 \rightarrow 3) \quad \not\equiv \quad (2 \rightarrow 3) \quad = \quad (2_{\lambda\rho} \rightarrow 3_{\rho\lambda})$

$(3 \rightarrow 1)^1 \quad \not\equiv \quad (3 \rightarrow 1)^1 \quad = \quad (3_{\lambda\rho} \rightarrow 1_{\rho\lambda})$

$(3 \rightarrow 1)^1 \quad \not\equiv \quad (3 \rightarrow 1)^1 \quad = \quad ({}_{\lambda\rho} \rightarrow 1_{\rho\lambda})$

$(3 \rightarrow 1)^1 \quad \not\equiv \quad (3 \rightarrow 1)^1 \quad = \quad (3_{\lambda\rho} \rightarrow 1_{\rho\lambda})$

$((1 \rightarrow 2) \quad \equiv \quad (1 \rightarrow 2))$ bedeutet also:

$((1 \rightarrow 2) \quad \equiv \quad (1 \rightarrow 2)_{\lambda\rho} \quad = \quad (1 \rightarrow 2)_{\lambda\rho})$.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Graphen triadischer Zeichenrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2011

Inhärente Triadizität semiotischer Dyaden

1. Einen Meilenstein bedeutet für die Semiotik Kaehrs Entdeckung, dass Monaden durch Selbstabbildung entstehen, d.h.

$1 := 1 \rightarrow 1$

(Kaehr 2008). Wie soeben (Toth 2011) dargestellt, müssen wir aber 3 Arten von Monaden in der Semiotik unterscheiden, die sich durch vrschiedene Wirkungen des Subsequenz-Operators, d.h.der Peano-Axiome, unterscheiden:

1.1. Triadische Peirce-Zahlen

tdP: z.B. $(1.1) \rightarrow (2.1) \rightarrow (3.1)$

$\sigma(a.1) = ((a+1).1)$

1.2. Trichotomische Peirce-Zahlen

ttP: z.B. $(1.1) \rightarrow (1.2) \rightarrow (1.3)$

$\sigma(1.a) = (1.(a+1))$

1.3. Diagonale Peirce-Zahlen

dgP_H: $(1.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (3.3)$

$\sigma(a.b)_H = ((a+1).(b+1))$

dgP_N: $(3.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (1.3)$

$\sigma(a.b)_N = ((a\pm1).(b\pm1))$

Daraus folgt, dass $1 \rightarrow 1 = 1$ nicht, genügt; es gibt vielmehr folgende 4 Kombinationen von tdP und ttP:

a) $1. \circ .1 = .1.1 = x.1.1$

b) $.1 \circ 1. = 1..1 = 1.x.1 = 1.1$

c) $1. \circ 1. = 1.1. = 1.1.x$

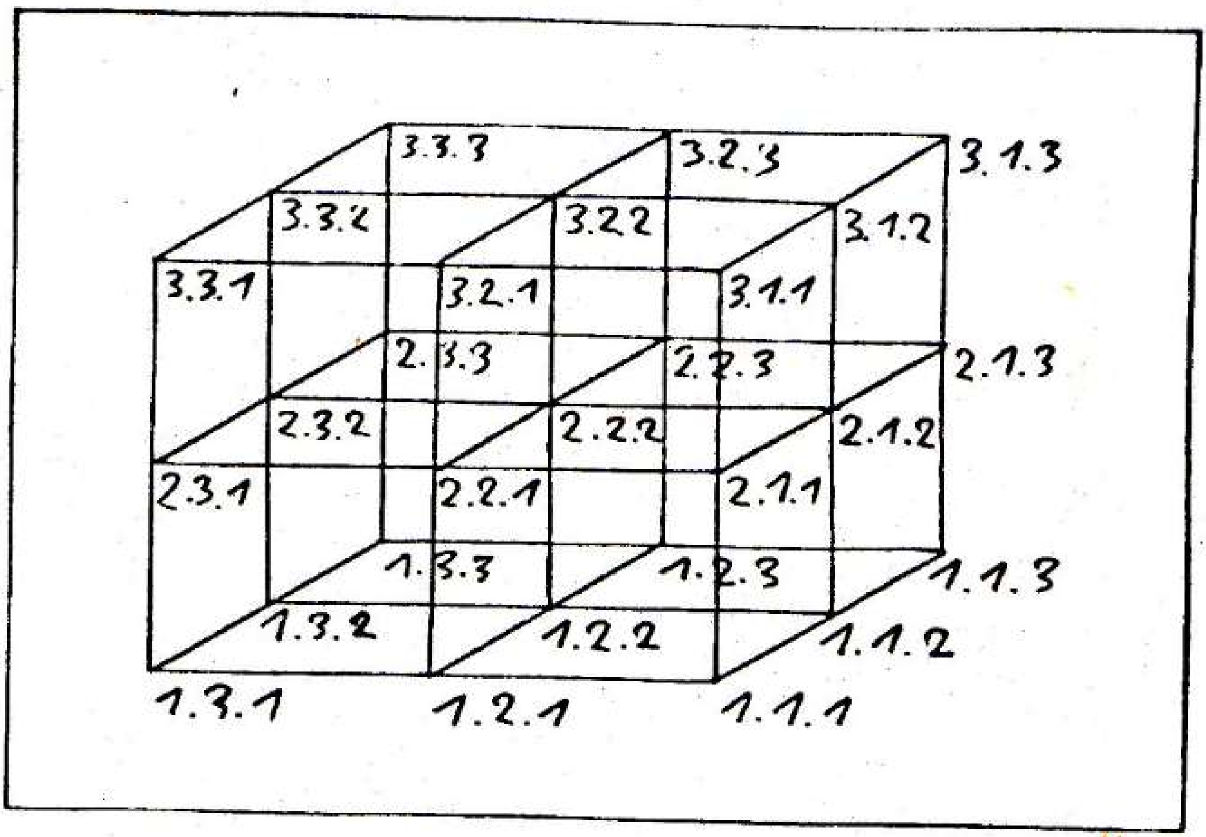
d) $1. \circ .1 = .11. = x.1.x = .1.$

Nur in b) und d) entstehen also Monaden und Dyaden, in den beiden übrigen Fällen aber entstehen

(x.1.1) mit x ∈ {1, 2, 3}

(1.1.x) mit x ∈ {1, 2, 3},

d.h. triadische statt dyadischer Subzeichen. Dein einfachste Interpretation der zusätzlich geschaffenen relationalen Leerstelle in diejenige von Platzhaltern für semiotische Dimensionszahlen (vgl. Toth 2009), wie sie für die 3-dimensionale Semiotik von Stiebing benutzt wurden:



Während also das 2-dimensionale Subzeichen sich als Paar aus einer triadischen und einer trichotomischen Peirce-Zahl darstellen lässt:

2-SZ = (tdZ, ttP),

benötigt man zur Darstellung 3-dimensionaler Subzeichen einer weiteren Zahlenart, der Dimensionszahlen dZ = {1, 2, 3, ..., n} ⊆ ℕ,

diese gehorchen nun weder den Gesetzen der tdP, ttP oder dgP, sondern sind einfach natürliche Zahlen, d.h. es gibt keine ordnungstheoretischen Beschränkungen zwischen dZ einerseits und den Peirce-Zahlen andererseits. Wir haben allerdings zwei strukturelle Möglichkeiten, Dimensionszahlen als Tripel aus Peirce-Zahlen und je einer natürlichen Zahl zu schreiben:

(x.1.1) = <dZ, tdP, ttP>

(1.1.x) = <tdP, ttP, dZ>,

d.h. der theoretisch mögliche „Sandwich-Fall“

(1.x.1) tritt nicht, ausser, man erklärt die diagonalen Peirce-Zahlen als Zusammenziehungen triadischer Tripel der Form 3-dgP = <tdP, dZ, ttP>.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, http://www.thinkartlab.com/ pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics- in-Diamonds.html (2008)

Toth, Alfred, Wie viele Arten von Primzeichen gibt es? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Calculus semioticus: Was zählt die Semiotik?

> O mathématiques sévères, je ne vous ai pas oubliées, depuis que vos vivantes leçons, plus douces que le miel, filtrèrent dans mon cœur, comme une onde rafraîchissante. J'aspirais instinctivement, dès le berceau, à boire à votre source, plus ancienne que le soleil, et je continue encore de fouler le parvis sacré de votre temple solennel, moi, le plus fidèle de vos initiés. Il y avait du vague dans mon esprit, un je ne sais quoi épais comme de la fumée; mais, je sus franchir religieusement les degrés qui mènent à votre autel, et vous avez chassé ce voile obscur, comme le vent chasse le damier. Vous avez mis, à la place, une froideur excessive, une prudence consommée et une logique implacable. A l'aide de votre lait fortifiant, mon intelligence s'est rapidement développée, et a pris des proportions immenses, au milieu de cette clarté ravissante dont vous faites présent, avec prodigalité, à ceux qui vous aiment d'un sincère amour. Arithmétique! algèbre! géométrie! trinité grandiose! triangle lumineux! Celui qui ne vous a pas connues est un insensé!
>
> *Les Chants de Maldoror* II, 10

Vorbemerkung: Dieser Text ist Teil einer grossangelegten Untersuchung, mit der nicht nur gezeigt werden soll, dass die Semiotik formalisierbar ist, da sie auf einem ordinalen und d.h. mathematischen und logischen Zeichenbegriff definiert ist, sondern mit der vor allem herausgestellt werden soll, dass die Semiotik, neben Mathematik und Logik, die zentrale von drei „Zählwissenschaften" ist, die nach einem Vorschlag R. Kaehrs (2009) innerhalb der „Graphematik" behandelt werden kann.

1. Peirce-Zahlen-Arithmetik ohne Null

Bereits in Toth (2009) wurde darauf hingewiesen, dass wir innerhalb von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken zwei verschiedene Arten von Ordnungstypen innerhalb der von Bense so genannten Primzeichen (Bense 1980) oder der von mir sogenannten Peirce-Zahlen antreffen. Wenn man sich vergegenwärtigt, dass die triadische Peircesche Zeichenrelation das folgende Ordnungsschema aufweist (vgl. Bense 1979, S. 67):

$ZR(td.) = ((M) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))) = (1 \rightarrow (2 \rightarrow 3)),$

während die trichotomische Zeichenrelation einer allgemeinen Zeichenklasse

$Zkl = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

die Ordnung ($a \leq b \leq c$) aufweist, so steht also die irreflexive und asymmetrische Ordnung der triadischen Peirce-Zeichen (tdP) der reflexiven und symmetrischen Ordnung der trichotomischen Peirce-Zeichen (ttP) gegenüber:

$td\mathbb{P} = (<, \mathbb{N})$

$tt\mathbb{P} = (\leq, \mathbb{N}).$

Dennoch fallen aber beiden „Ordnungstypen" (Hausdorff) der Peirce-Zeichen insofern aus dem Rahmen, als die üblichen arithmetischen Operationen über $\mathbb{N}$

$1 + 1 = 2$

$1 + 2 = 3 = 2 + 1$, usw.

semiotisch sinnlos sind, da man nicht einfach zwei Mittelbezüge addieren kann, um etwas ganz anderes, d.h. einen Objektbezug zu erhalten, oder einen Objekt- und einen Mittelbezug addieren kann, um einen Interpretantenbezug zu bekommen, usw.

Trotzdem wissen wir seit Beckmann, Berger, Walther (1979, S. 135 ff.) und Toth (2008), dass die zehn Peirceschen Zeichenklassen einen Verband definieren und dass daher die folgenden verbandstheoretischen (booleschen) Operationen funktionieren:

$1 \sqcap 1 = 1$

$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$

$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$

$1 \sqcup 1 = 1$

$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$

$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$

Damit kann man natürlich auch die beiden Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$td\mathbb{P} \quad = (1 \sqsubset 2 \sqsubset 3)$ bzw. $\times(Td\mathbb{P}) = (3 \sqsupset 2 \sqsupset 1)$

$tt\mathbb{P} \quad = (1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3)$ bzw. $\times(Tt\mathbb{P}) = (3 \sqsupseteq 2 \sqsupseteq 1)$

Dennoch ist es mit Hilfe der für Peirce-Zahlen gültigen Operationen unmöglich, von einer Erstheit zu einer Zweitheit oder Drittheit oder von einer Zweitheit zu einer Drittheit (und jeweils umgekehrt) zu gelangen. Bense hatte sich schon sehr früh damit beholfen, dass er – wohl in Voraussicht auf die Unterscheidung von zwei Ordnungstypen der Peirce-Zeichen – zwischen „koordinativen" und „selektiven" generativ-semiosischen sowie degenerativ-retrosemiosischen Operationen unterschieden hatte (vgl. Toth 2008, S. 13). Koordination ist also jene Operation, welche die Sukzession $\sigma(n) = n + 1$ für jede triadische Peirce-Zahl n, beginnend mit $n = 1$ liefert. Da das Nullzeichen original aber nicht definiert ist in der triadischen Peirceschen Zeichenrelation, kann 1 selbst nicht hergestellt, sondern muss „thetisch eingeführt" werden, d.h. es muss eine gesonderte Operation angenommen werden (vgl. Toth 2008, S. 15). Da für die Koordinationsoperation seit Bense das Zeichen $\mapsto$ verwendet wird, haben wir also

$ZR = 1. \mapsto 2. \mapsto 3.$, bzw.

$td\mathbb{P} = (\mapsto, \mathbb{N})$

Für die Selektionsoperation verwendet Bense leider das irreleitende Zeichen $>$, das, wie oben gezeigt, dasselbe wie $\leq$ bedeutet:

$ZR = .1 > .2 > .3$

$td\mathbb{P} = (>, \mathbb{N})$.

Die Unterscheidung zwischen „Koordination“ und „Selektion“ (auch wenn diese Begriffe mathematisch nichtssagend sind) ist wichtig, um es nochmals hervorzuheben, denn die lineare Progression der der Triaden ist ja wie folgt

$\mathrm{td}\mathbb{P} = 1 \mapsto 2 \mapsto 3 \mapsto ...$

während diejenige der Trichotomien wie folgt ist

$$\mathrm{tt}\mathbb{P} = \begin{cases} 1 > 1 \;/\; 1 > 2 \;/\; 1 > 3 \\ 2 > 2 \;/\; 2 > 3 \\ 3 > 3 \end{cases}$$

Man würde also besser z.B. die Zeichen ↱ und |↱ wählen, um mit ersterer die Progression der $\mathrm{td}\mathbb{P}$ und mit letzterer diejenige der $\mathrm{tt}\mathbb{P}$ zu bezeichnen:

ZR = 1. ↱ 2. ↱ 3., bzw.

$\mathrm{td}\mathbb{P}$ = (↱, $\mathbb{N}$)

ZR = 1. |↱ 2. |↱ 3., bzw.

$\mathrm{tt}\mathbb{P}$ = (|↱, $\mathbb{N}$)

Wenn Bense also, wie er dies an mehreren Stellen tat, z.B. in (1979, S. 45; 1981, S. 39) das Nachfolger-Ordnungsprinzip der Peanozahlen

1, 2, 3, ...

1, 11, 111, ...

mit denjenigen der Primzeichen (1975, S. 167 ff.) gleichsetzte (vgl. auch 1983, S. 192 ff.), dann ist das 1. falsch – denn es gibt ja – wie oben gezeigt, keine Operation, um durch Addition von Monaden Dyaden oder von Monaden und Dyaden Triaden zu erzeugen, und 2. vergisst Bense zu sagen und zu begründen, dass die von ihm eher provisorisch eingeführten Operationen Koordination und Selektion im Gegensatz zu den rein quantitativen verbandstheoretischen Operationen QUALITATIV sind. D.h. (polykontextural-) arithmetische Operationen wie

$M + M = ?$ $\qquad$ $1 + 1 = ?$

$O + O = ?$ $\qquad$ $2 + 2 = ?$

$I + I = ?$ $\qquad$ $3 + 3 = ?$

$M + M + M = ?$ $\qquad$ $1 + 1 + 1 = ?$

$M + O = ?$ $\qquad$ $1 + 2 = ?$

$O + I = ?$ $\qquad$ $2 + 3 = ?$

involvieren jenen „qualitativen Sprung“, von dem Kierkegaard gesprochen hatte: “Die Sünde kommt also hinein als das Plötzliche, d.h. durch einen Sprung; aber dieser Sprung setzt zugleich die Qualität; doch indem die Qualität gesetzt ist, ist im selben Augenblick der Sprung in die Qualität hineinverflochten und von der Qualität vorausgesetzt und die Qualität vom Sprunge” (1984, S. 32). Kurz gesagt: Die Semiotik besteht aus zwei Zahlensorten:

$td\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$ und $td\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$,

aus den quantitativen booleschen Operatoren

$\sqcap, \sqcup, \sqsubset, \sqsupset, =,$

sowie aus den qualitativen Operatoren

↱, |↱

und ist damit einmal mehr als ein quantitativ-qualitatives Teilgebiet der Mathematik nachgewiesen.

2. Peirce-Zahlen-Arithmetik mit Null

Das Zeichen wird wie folgt definiert (vgl. z.B. Bense 1967, S. 9)

$ZR = \{M, O, I\}$.

Da man über jeder Menge ihre Potenzmenge bilden kann, bekommen wir

$\wp ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{O, I\}, \{M, I\}, \{M, O, I\}, \emptyset\}$,

weshalb wir erneut definieren können

$ZR+ = \{M, O, I, \emptyset\}$.

Da nach Bense (1979, S. 67)

$ZR(td) = (1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.) \equiv (1 \subset 2 \subset 3)$ bzw.

$ZR(td, \emptyset) = (0. \rightarrow 1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.) \equiv (0 \subset 1 \subset 2 \subset 3)$

und z.B. nach Walther (1979, S. 79) gilt

$ZR(tt) = (.1 \leq .2 \leq .3) \equiv (.1 \subseteq .2 \subseteq .3)$ bzw.

$ZR(tt, \emptyset) = (.0 \leq .1 \leq .2 \leq .3) \equiv (.0 \subseteq .1 \subseteq .2 \subseteq .3)$,

haben wir zwei semiotische Zahlensysteme, die wir (um die Null) erweiterte Peirce-Zahlen nennen, bzw. ein semiotisches Zahlensystem mit zwei Ordnungstypen

$td\mathbb{P} \subset \mathbb{N} = (\{1, 2, 3\}; \subset)$ bzw. $td\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\}; \subset)$ bzw.

$tt\mathbb{P} \subset \mathbb{N} = (\{1, 2, 3\}; \subseteq)$ bzw. $tt\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\}; \subseteq)$.

Nach Beckmann ap. Walther (1979, S. 135 ff.) gelten sowohl für $td\mathbb{P}$ als auch für $tt\mathbb{P}$ die verbandstheoretischen (booleschen) Operationen: $\sqcap$, $\sqcup$, $\sqsubset$, $\sqsupset$, $=$:

$0 \sqcap 0 = 0$, $1 \sqcap 1 = 1$, $2 \sqcap 2 = 2$, $3 \sqcap 3 = 3$

$0 \sqcap 2 = 0 = 2 \sqcap 0$

$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$

$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$

$0 \sqcup 0 = 0$, $1 \sqcup 1 = 1$, $2 \sqcup 2 = 2$, $3 \sqcup 3 = 3$

$0 \sqcup 2 = 0 = 2 \sqcup 0$

$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$

$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$

Damit kann man die beiden erweiterten Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$td\mathbb{P} \quad = (0 \sqsubset 1 \sqsubset 2 \sqsubset 3)$ bzw. $\times(Td\mathbb{P}) = (3 \sqsupset 2 \sqsupset 1 \sqsupset 0)$

$tt\mathbb{P} \quad = (0 \sqsubset 1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3)$ bzw. $\times(Tt\mathbb{P}) = (3 \sqsupseteq 2 \sqsupseteq 1 \sqsupseteq 0)$

Ferner gelten nach Toth (oben, Abschnitt 1) die beiden qualitativen Operatoren

$\Lsh$, $|\Lsh$,

nämlich

$td\mathbb{P} = (0 \Lsh 1 \Lsh 2 \Lsh 3)$

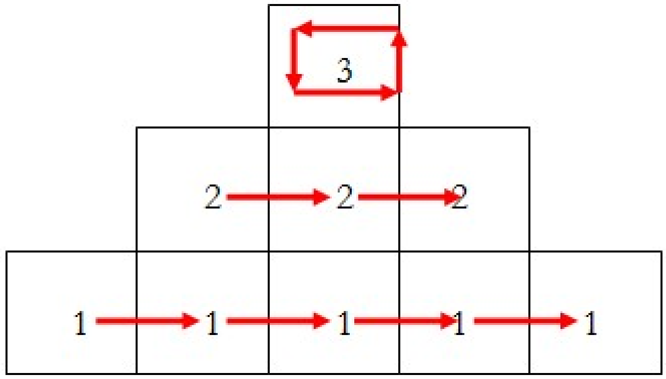
$$tt\mathbb{P} = \begin{cases} 0 \parallel 0 \,/\, 0 \Lsh 1 \,/\, 0 \Lsh 2 \,/\, 0 \Lsh 3 \\ 1 \parallel 1 \,/\, 1 \Lsh 2 \,/\, 1 \Lsh\Lsh 3 \\ 2 \parallel 2 \,/\, 2 \Lsh 3 \\ 3 \parallel 3, \end{cases}$$

so dass wir also die Ordnungsstrukturen wie folgt vervollständigen können:

$$\boxed{\begin{array}{l} td\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \subset, \Lsh) \\ tt\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \subseteq, |\Lsh) \end{array}}$$

Die hier kurz skizzierte quantitativ-qualitative erweiterte Peirce-Zahlen-Arithmetik kann man gut mit Hilfe des in Toth (2009) eingeführten Treppenmodells, eines flächigen Zahlenschemas, darstellen. Zur Illustration beschränken uns hier auf ZR, da ZR+ leicht selbst gezeichnet werden kann. Z.B entspricht die rot ausgezogene Zählrichtung den folgenden Additionen:

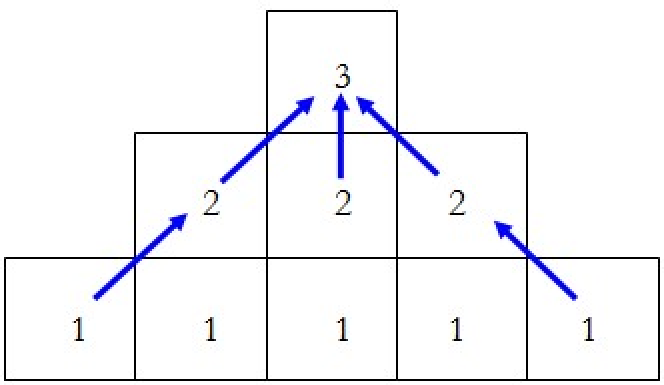
M + M = ?	1 + 1 = ?
O + O = ?	2 + 2 = ?
I + I = ?	3 + 3 = ?
M + M + M = ?	1 + 1 + 1 = ?



Blau ausgezogen sind im folgenden die Operationen mit Kontexturüberschreitungen, d.h. sobald die 2. Dimension des Treppenschemas benutzt werden muss:

M + O = ? 1 + 2 = ?

O + I = ? 2 + 3 = ?



3. Mediation von Peirce-Zahlen

Die Semiotik beruht auf 3 Zahlentypen, die weder rein quantitativ noch rein qualitativ sind:

1. den triadischen Peirce-Zahlen

tdP = {1., 2., 3.},

2. den trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = {.1, .2, .3},

3. den diagonalen Peirce-Zahlen

dgP = {.1., .2., .3.},

die sich durch die der Semiotik eigene (nicht-kommutative) Operation der „additiven Assoziation“ (Bense 1981, S. 204) aus den übrigen beiden Zahlen bestimmen lassen:

dgP = tdP ⊛ ttP = {1., 2., 3.} ⊛ {.1, .2, .3} = {1.1 2.2 3.3}.

Als vierter semiotischer Zahlentyp werden nun die Mediativ-Zahlen eingeführt:

mdP = { ([.]a[.] ↔ [.]b[.])}.

Diese lassen sich unter Verwendung von Morphismen mit einer der Vektorschreibung angelehnten Notation auch als Paar von Morphismus und Heteromorphismus einführen:

a ↰↱ b mit a, b ∈ {(.)1(.), (.)2(.), (.)3(.)}.

Wie man erkennt, ist die obige Notation jedoch nur eine von vier möglichen Kombinationen aus Morphismen/Heteromorphismen:

a ↱↱ b ≡ (a.b.)

a ↰↱b ≡ (.ab.)

a ↱↰b ≡ (a..b)

a ↰↰b ≡ (.a.b)

Hierzu kann man nun 4 semiotische Matrizen aufgrund der 4 involvierten verschiedenen Peirce-Zahlen konstruieren:

1. a ↱↱ b ≡ (a.b.) 2. a ↰↱ b ≡ (.ab.)

	1.	2.	3.
1.	1.1.	1.2.	1.3.
2.	2.1.	2.2.	2.3.
3.	3.1.	3.2.	3.3.

	1.	2.	3.
.1	.11.	.12.	.13.
.2	.21.	.22.	.23.
.3	.31.	.32.	.33.

3. a ↱↰ b ≡ (a..b)

	.1	.2	.3
1.	1..1	1..2	1..3
2.	2..1	2..2	2..3
3.	3..1	3..2	3..3

4. a ↰↰ b ≡ (.a.b)

	.1	.2	.3
.1	.1.1	.1.2	.1.3
.2	.2.1	.2.2	.2.3
.3	.3.1	.3.2	.3.3

Ferner kann man über diesen Matrizen mit Hilfe der folgenden abstrakten Schemata je 10 Zeichenklassem und duale Realitätsthematiken konstruieren:

1. Zkl = (a.b. c.d. e.f.) × (f.e. d.c. b.a.)
2. Zkl = (.ab. .cd. .ef.) × (f..e d..c b..a)
3. Zkl = (a..b c..d e..f) × (f..e d..c b..a)
4. Zkl = (.a.b .c.d .e.f) × (f.e. d.c. b.a.)

Wie man sieht, gilt somit

Rth(Zkl 1) = Rth(Zkl 4)
Rth(Zkl 2) = Rth(Zkl 3),

das bedeutet aber, dass Eigenrealität bei Nr. 4 aufgehoben ist:
(.3.1 .2.2 .1.3) × (3.1. 2.2 .1.3.) mit

$(.3.1\ .2.2\ .1.3) \neq (3.1.\ 2.2\ .1.3.)$, vgl.

$$(3.1_{\alpha,\beta}\ 2.2_{\gamma,\delta}\ 1.3_{\varepsilon,\zeta}) \times (3.1_{\zeta,\varepsilon}\ 2.2_{\delta,\gamma}\ 1.3_{\beta,\alpha}) \text{ mit}$$
$$(3.1_{\alpha,\beta}\ 2.2_{\gamma,\delta}\ 1.3_{\varepsilon,\zeta}) \neq (3.1_{\zeta,\varepsilon}\ 2.2_{\delta,\gamma}\ 1.3_{\beta,\alpha}).$$

4. Kontexturale Mediationszahlen

Sowohl die kontexturierte Primzeichen-Relation

$PZR^* = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}$,

als auch die kontexturierte Hauptdiagonale der semiotischen Matrix

Gen. Kat. $= (1.1)_{1,3}, (2.2)_{1,2}, (3.3)_{2,3}$

werden nach dem Vorschlag Kaehrs (2008) mit den gleichen Kontexturenzahlen indiziert. Wir können somit die den identitiven Morphismen entsprechenden genuinen Subzeichen der Form (x.x), $x \in \{1, 2, 3\}$ als (primäre) Peirce-Zahlen auffassen und die nicht-genuinen Subzeichen der Form (x.y) bzw. $(x.y)° = (y.x)$ als semiotische Vermittlungs- oder Mediationszahlen.

Auf diese Weise bekommen wir nun drei separate Vermittlungssysteme für kardinale, ordinale und relationale Peirce-Zahlen, die von Bense als

Za(R) = R(Za(kard), Za(ord), Za(rel))

im Sinne der „zeichenanalogen triadischen Relation der Zahl“ (Bense 1980, S. 293) definiert worden waren:

1. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der tdP:

Peirce-Zahl (tdP) = 1 = $(1.1)_{1,3}$

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = $(1.2)_{1}$, $(2.1)_{1}$

Peirce-Zahl (tdP) = 2 = $(2.2)_{1,2}$

Vermittlungszahlen (tdP) = 3 =

1/3, 3/1 = $(1.3)_{3}$, $(3.1)_{3}$

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = $(2.3)_{2}$, $(3.2)_{2}$

Peirce-Zahl (tdP) = 3 = $(3.3)_{2,3}$

2. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der ttP:

Peirce-Zahl (ttP) = .1 = $(1.1)_{1,3}$

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = $(1.2)_{1}$, $(2.1)_{1}$

Peirce-Zahl (ttP) = .2 = $(2.2)_{1,2}$

Vermittlungszahlen (ttP) = .3 =

1/3, 3/1 = $(1.3)_{3}$, $(3.1)_{3}$

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = $(2.3)_{2}$, $(3.2)_{2}$

Peirce-Zahl (ttP) = .3 = $(3.3)_{2,3}$

Geht man von der semiotischen 3×3 Matrix aus, so kann man die semiotischen Mediationszahlen wie folgt rot in eine „Kontexturenmatrix“ eintragen:

1,3	1	3
1	1,2	2
3	2	2,3

Wie man also erkennt, spielt der Weg der Vermittlung bei den Peirce-Zahlen $\mathbb{P}$ (tdP, ttP, dgP) keine Rolle. Wir haben damit

$\mathbb{P}\,(1) \rightarrow 1 \rightarrow \mathbb{P}\,(2)$:

$$\begin{tikzcd}
1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[d] & 3 \\
1 \arrow[r] & 1,2 & 2 \\
3 & 2 & 2,3
\end{tikzcd}$$

$\mathbb{P}\,(1) \rightarrow 1 \rightarrow \mathbb{P}\,(3)$:

$$\begin{tikzcd}
1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[r] & 3 \arrow[d] \\
1 \arrow[d] & 1,2 & 2 \arrow[d] \\
3 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 2,3
\end{tikzcd}$$

$\mathbb{P}\,(2) \rightarrow 2 \rightarrow \mathbb{P}\,(3)$:

$$\begin{tikzcd}
1,3 & 1 & 3 \\
1 & 1,2 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[d] \\
3 & 2 \arrow[r] & 2,3
\end{tikzcd}$$

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Köln 1981

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kierkegaard, Søren, Der Begriff Angst. Frankfurt am Main 1984

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die im Text angeführten Arbeiten von mir sind in Kürze zugänglich in

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. 2 Bde. München 2010 (= Bd. 6, 7 der Ges. sem. Schriften)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Ein die drei Peirce-Zahlen vereinigendes semiotisches Zählschema

1. Bei den Dyaden, d.h. den Subzeichen der semiotischen Matrix, müssen drei verschiedene semiotische Zahlen, die ich schon früher „Peirce-Zahlen" genannt habe, unterschieden werden (σ ist der Nachfolge-Operator) (Toth 2011):

1.1. Triadische Peirce-Zahlen

tdP: z.B. $(1.1) \rightarrow (2.1) \rightarrow (3.1)$

$\sigma(a.1) = ((a+1).1)$

1.2. Trichotomische Peirce-Zahlen

ttP: z.B. $(1.1) \rightarrow (1.2) \rightarrow (1.3)$

$\sigma(1.a) = (1.(a+1))$

1.3. Diagonale Peirce-Zahlen

dgP_H: $(1.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (3.3)$

$\sigma(a.b)_H = ((a+1).(b+1))$

dgP_N: $(3.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (1.3)$

$\sigma(a.b)_N = ((a\pm1).(b\pm1))$

Damit ergibt sich sowohl für haupt- als auch für nebendiagonale Peirce-Zahlen

$\sigma(a.b) = ((a\pm1).(b\pm1))$.

2. Wie man sieht, haben alle drei Peirce-Zahlen verschiedene Ordnungen:

2.1. Triadische Peirce-Zahlen

$(a.b\ c.d\ e.f)$ mit $a > c > e$

2.2. Trichotomische Peirce-Zahlen

$(a.b\ c.d\ e.f)$ mit $b \leq d \leq f$

2.3. Diagonale Peirce-Zahlen

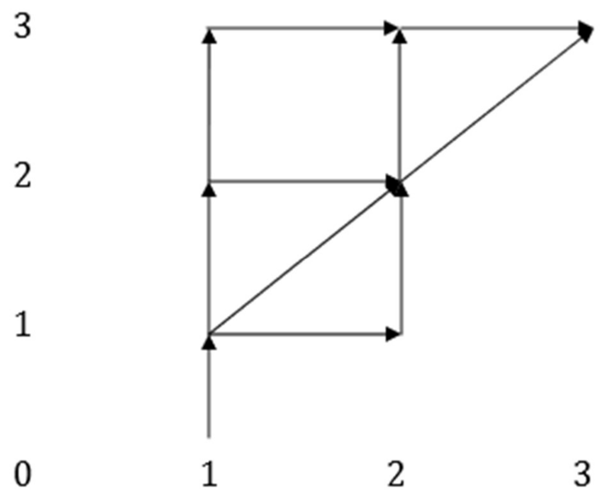
2.3.1. $(a.a\ b.b\ c.c)$ mit $(a.a) \ll (b.b) \ll (c.c)$ bzw. $(a.a) \gg (b.b) \gg (c.c)$

2.3.2. (a.b c.c b.a) mit (a.b) <> (c.c) <> (b.a)

3. Neben den erwähnten algebraischen und ordnungstheoretischen Besonderheiten haben die drei Arten von Peirce-Zahlen die folgende, bereits von Bense (1979, S. 53) gegebene topologische Charakteristik:

PZR = $(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$.

4. Damit können wir, die bisherigen mathematischen Eigenschaften zusammenfassend, das folgende semiotische Zählschema vorschlagen:



Bibliographie

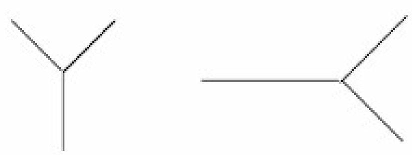
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Ein fixierter Sequenzoperator für die Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Irreduzibilität der triadischen Zeichenrelation

1. Bekanntlich beruht der Peircesche „Beweis" der Reduzibilität n-adischer Relationen mit a > 3 auf triadische bzw. der Schrödersche „Beweis" der Reduzibilität n-adischer Relationen mit a > 2 auf dyadische Relationen auf (binären) Bifurkationsbäumen (vgl. Toth 2006, S. 173 ff.); bereits bei Peirce wird der WünschelrutenGraph als Zeichenmodell verwendet (aus Toth 2008, S. 63):

Sowohl die Dynkin-Diagramme wie die Fenyman-Diagramme haben nun eine verblüffende Ähnlichkeit mit dem ursprünglichen Zeichenmodell, mit dem Peirce die von ihm eingeführte "Teridentität" illustrierte: "A point upon which three lines of identity abut is a graph expressing relation of Teridentity" (Peirce ap. Brunning 1997, S. 257):

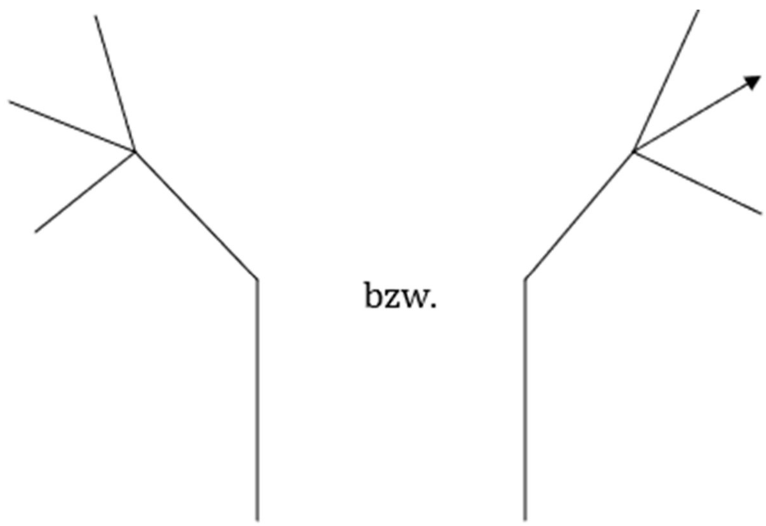


2. Davon abgesehen, dass dieser Graph tetradisch ist, ist er bifurkativ. Bifurkativ ist aber lediglich die Relation der Zweitheit zur Erstheit, nicht diejenige der Drittheit entweder zur Erstheit, zur Zweitheit oder zu beiden. Benses Formalisierung (1979, S. 53):

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

enthält als Triade eine Trifurkation, d.h. eine Zerlegung

ist natürlich falsch, denn der korrekte Graph müsste vielmehr natürlich wie folgt aussehen:



Bibliographie

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2006

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Trito-Trans-Nachfolger für kontexturierte Zeichen

1. Es ist zwar oft darüber diskutiert worden, ob das Peircesche Zeichen als triadische Erweiterung des Saussureschen dyadischen Zeichens interpretiert werden kann oder nicht (vgl. z.B. Toth 1988), formal jedenfalls kann man dies vertreten, wie dies bereits Ditterich (1990, S. 18) in seiner vorbildlichen Arbeit getan hatte:

		1 M	2 O	3 I
3	I	3.1	3.2	3.3
2	O	2.1	2.2	2.3
1	M	1.1	1.2	1.3

2. Es ist allerdings nicht so, dass es nur eine, nämlich die tatsächlich von Peirce und Bense realisierte, Matrix gibt: Da man das Saussuresche Zeichen mit den beiden Werten 1 und 2 darstellen, ergeben sich 3 verschiedene Trito-Trans-Nachfolger:

121

122

123,

und nur der dritte TT-Nachfolger führt zur obigen Peirceschen Matrix. Die zwei übrigen 3×3-Matrizen sehen dagegen wie folgt aus:

$$\begin{pmatrix} M^{(121)} & 1.1_i & 1.2 & 1.1_j \\ & 2.1_i & 2.2 & 2.1_i \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} M^{(122)} & 1.1 & 1.2_i & 1.2_j \\ & 2.1 & 2.2_i & 2.2_i \end{pmatrix}$$

Es ist natürlich $(1.1)_i \neq (1.1)_j$ und $(1.2)_i \neq (1.2)_j$.

3. Man kann nun einen ersten Schritt über die triadische Matrix hinausgehen, von der Günther bekanntlich geschrieben hat, es sei Peirce´ Glaube an die Trinität gewesen, die mehr semiotische Werte verhindert habe (1978, S. vii f.). Die TT-Nachfolger von 123 sind (vgl. auch Kaehr 2010, S. 17):

1, 2, 3, 1

1, 2, 3, 2

1, 2, 3, 3

1, 2, 3, 4

Die Matrix zum TT-Nachfolger (1, 2, 3, 1) enthält also 2 Mittelbezüge, diejenige zum TT-N (1, 2, 3, 2) zwei Objektbezüge, diejenige zum TT-N (1, 2, 3, 3) zwei Interpretantenbezüge, und erst der TT-N (1, 2, 3, 4) enthält eine neue (nicht iterative, sondern akkretive) Fundamentalkategorie. Obwohl also die ersten drei TT-N´s gewissermassen redundant sind, fällt es nicht schwer, semiotische Beispiele für sie zu finden: Für (1, 2, 3, 1) kann man die Homophonie (Homonymie), für (1, 2, 3, 2) die Polysemie und für (1, 2, 3, 3) die Unterscheidung von Denotation und Konnotation heranziehen, wobei die klassische Rhetorik, wie ein Blick in den „Lausberg" zeigt, eine Fülle von zusätzlichem, auch semiotisch verwertbarem Material bereithält.

Was nun die Matrizen zu TT-N 1-3 betrifft, so gibt es jeweils 3 und nicht nur eine, da mit der „Emergenz" der Drittheit natürlich alle 3 Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezüge aufscheinen können:

$$
\begin{array}{lllll}
M_{(1.1)}^{(1231)} & 1.1_i & 1.2_i & 1.3_i & 1.1_j \\
 & 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.1 \\
 & 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.1 \\
 & 1.1_j & 1.2_i & 1.3_i & 1.1_i
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lllll}
M_{(1.2)}^{(1231)} & 1.1_i & 1.2_i & 1.3_i & 1.2_j \\
 & 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.1 \\
 & 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.1 \\
 & 1.1_i & 1.2_j & 1.3_i & 1.1_i
\end{array}
$$

$$\begin{array}{lllll} M_{(1.3)}^{(1231)} & 1.1_i & 1.2_i & 1.3_j & 1.1_i \\ & 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ & 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ & 1.1_i & 1.2_i & 1.3_j & 1.1_i, \text{usw.} \end{array}$$

je drei Matrizen für den Objekt- und drei für den Interpretantenbezug.

Bibliographie

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Günther, Gotthard, Grundlegung einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Toth, Alfred, Bemerkungen zum Saussureschen Arbitraritätsgesetz und Zeichenmodell. In: Semiosis 63/64, pp. 43-62 1988. Nachruck in: Eckardt, Michael und Lorenz Engell (eds.), Das Programm des Schönen. Ausgewählte Beiträge der Stuttgarter Schule zur Semiotik der Künste und der Medien. Weimar: Verlag und Datenbank für Geisteswissenschaften, pp. 71-88

Semiotische Prozesse in der dyadisch-trivalenten Semiotik

1. Wir gehen aus von dem dyadisch-trivalenten Zeichenmodell

ZR = ((a.b), (c.d))

(vgl. Toth 2011a-c). Falls $b \neq c$, gibt es zunächst zwei Möglichkeiten, Abbildungen, d.h. semiotische Prozesse zu notieren:

1.1. Ersatz der Subzeichen durch Morphismen

Unter Benutzung der in Toth (1997, S. 21 ff.) verwandten (und schon vorher eingeführten) Zeichen für Morphismen haben wir:

$(a.b), (c.d) \in \{\alpha, \alpha°, \beta, \beta°, \beta\alpha, \alpha°\beta°, id1, id2, id3\}$.

Beispiel: (a.b) = (1.2), (c.d) = 3.1:

$((1.2), (3.1)) = [\alpha, \alpha°\beta°]$.

1.2. Ersatz der Subzeichen durch Funktoren

Für ((a.b), (c.d)) = ((1.2), (3.1)) haben wir (explizit)

$((1.2), (3.1)) = [[1.3], [2.1]] = [\beta\alpha, \alpha°]$.

(Bemerkung: $[\beta\alpha, \alpha°]$ ist also der zu $[\alpha, \alpha°\beta°]$ gehörige semiotische Funktor.)

2. Wie schon in früheren Arbeiten gezeigt, kann man von gerichteten oder von ungerichteten Objekten ausgehen und die letzteren ferner ganz durch Morphismen (bzw. Funktoren) ersetzen.

2.1. Ungerichtete Objekte mit Morphismen

$((a \rightarrow b), (c \rightarrow d))$

$((a \rightarrow b), (c \leftarrow d))$

$((a \leftarrow b), (c \rightarrow d))$

$((a \leftarrow b), (c \leftarrow d))$

2.2. Gerichtete Objekte mit Morphismen

$$\left.\begin{array}{l}(a^{\rightarrow} \rightarrow b^{\rightarrow})\\ (a^{\rightarrow} \rightarrow b^{\leftarrow})\\ (a^{\leftarrow} \rightarrow b^{\rightarrow})\\ (a^{\leftarrow} \rightarrow b^{\leftarrow})\end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{je in Kombination mit}\\ ((c^{\rightarrow} \rightleftarrows d^{\rightarrow}),\ (c^{\rightarrow} \rightleftarrows d^{\leftarrow}), (c^{\leftarrow} \rightleftarrows d^{\rightarrow}),\ (c^{\leftarrow} \rightleftarrows d^{\leftarrow}))\end{array}$$

3. Morphismen allein

$(\rightarrow, \rightarrow)$

$(\rightarrow, \leftarrow)$

$(\leftarrow, \rightarrow)$

$(\leftarrow, \leftarrow)$

4. Obwohl Realitätsthematiken in der dyadisch-trivalenten Semiotik nicht definiert sind, ist die Dualisationsoperation natürlich nützlich. Da sie die Abbildungen mit dieser und der ihr verwandten Operationen ändern, sei hier kurz auf sie eingegangen. Neu definieren wir hier den Dualisator als einen zusammengesetzten Operator.

4.1. 2-Invertor („dyadischer Invertor“)

Vorgeschlagenes Symbol: $\oplus$

$\oplus((1.2), (3.1)) = ((3.1)\ 1.2)\ )$

4.2. 1-Invertor („monadischer Invertor“)

Vorgeschlagenes Symbol: $\odot$

$\odot((1.2), (3.1)) = ((2.1), (1.3))$

4.3. Dualisator = 1-2- Invertor (2-1-Invertor)

D.h. $\times = \oplus\odot = \odot\oplus$. Zur Vereinheitlichung schreiben wir $\otimes$ für Benses $\times$:

$\otimes((1.2), (3.1)) = ((1.3), (2.1))$

Bibliographie

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Dyadisch-trivalente Semiotik 1-3. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011 (a-c)

Zur Semiotik der Zahl

1. Nach Bense (1981, S. 27) ist der Zahlbegriff semiotisch dadurch repräsentiert, daß die Erstheit der Kardinalität, die Zweitheit der Ordinalität und die Drittheit der Relationalität korrespondiert. Ferner ist nach Bense (1992) die eigenreale Zeichenklasse nicht nur das Repräsentationsschema des Zeichens an sich, sondern auch der Zahl.

2. Wir schlagen hier eine ergänzende Konzeption vor und weisen der Erstheit die algebraische Zahl im Sinne der Möglichkeit, Platzhalter für Zahlen zu verwenden, der Zweitheit die arithmetische Zahl im Sinne der „Zählzahl", d.h. unter Voraussetzung der Unterscheidung von Zählendem und Gezähltem, und der Drittheit die bereits von Bense (1981, S. 27) erwähnte, aber weiter nicht spezifizierte „relationale" Zahl zu. Es dürfte sich von selbst verstehen, daß mein Werk, das nur Facetten des großen Themas „Zeichen und Zahl" bzw. „Zahl und Zeichen" präsentiert, schon deswegen die relationale Zahl voraussetzt, weil ohne sie nach Bense die Zahl überhaupt nicht im Sinne des Peirceschen Zeichens, d.h. als triadische Relation, repräsentierbar ist.

3. Nun ist aber das Peircesche Zeichen nach Bense (1979, S. 53) nicht eine lineare Relation, sondern eine nicht-lineare „Relation über Relationen", in der die Zweitheit in der Drittheit und die Erstheit sowohl in der Zweitheit als auch in der Drittheit eingeschlossen ist:

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

d.h. man kann jederzeit durch Setzung von

$ZR = 3$

wie folgt einsetzen

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))))))$

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))))))))$

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))))))))))$,

usw.

Das bedeutet also, daß sich das Zeichen qua Drittheit selbst enthält. Dies ist nichts anderes als das von Bense (1976, S. 163) so genannte „Prinzip der katalytischen und autoreflexiven Selbstreproduzierbarkeit der Zeichen“.

Während also durch die dyadische Semiose

$(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2))$

die Zahl als Übergang von der Identität von Repräsentant und Präsentant (Bense 1975, S. 171) zu deren Unterscheidung, d.h. zur Emergenz der Differenzierung von Zählendem und Gezähltem, eingeführt wird, wobei dieser Unterschied immer noch innerhalb des quantitativ fungierenden Objektbezugs verbleibt, erscheint die Qualität im Sinne der Vermittlung von Zählendem und Gezähltem, d.h. der Unterscheidung verschiedener gezählter Objekte erst mit der triadischen Semiose

$((1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2)) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$,

d.h. Qualität der Zahl ist nichts anderes als die kontextuelle Vermittlung von Zahl und Gezähltem. In anderen Worten: Das Prinzip der katalytischen und autoreflexiven Selbstreproduzierbarkeit der Zeichen bewirkt einerseits die Nicht-Linearität und damit die relationale Verschachtelung der Zeichenrelation, andererseits jedoch die Einbettung des quantitativen in einen qualitativen

Zahlbegriff. Die beiden Hauptabbildungen im voranstehenden Schema, das man vereinfacht als

$ZR = (1 \rightarrow (2 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

notieren könnte, sind selber qualitativ verschieden: Die erste Abbildung, d.h. der Übergang von der Erstheit zur Zweitheit, ist die bloße Zuordnung eines Mittels zu einem Objekt, d.h. die Bezeichnungsoperation. Dagegen beinhaltet die zweite Abbildung, d.h. der Übergang von von der Bezeichnungsfunktion zur Drittheit des Zeichens selbst, d.h. die Bedeutungsfunktion, mit der kontextuellen Einbettung des bezeichneten Objekts in einen Interpretanten-zsuammenhang gleichzeitig die Qualifizierung der quantitativen Referentialität zwischen Zeichen und Objekt. Am Ende wird also die Referentialität kontextualisiert, und dadurch entsteht erst Qualität.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität des Zeichens. Baden-Baden 1992

Betrachtungen zu dyadischen Relationen

1. In Toth (2011) hatte ich versuchsweise die triadische Peircesche Zeichenrelation durch ein dyadisch-trivalentes Zeichenschema ersetzt:

$ZR1 = [(a.b), (c.d)]$ mit $a, .., d \in \{1, 2, 3\}$

Das vollständige semiotische Modell zur neuen Relation ZR1 ist demnach die von Bense (1975, S. 105) eingeführte grosse semiotische Matrix, welche alle triadisch-trichotomischen und trichotomisch-triadischen Kombinationen von Subzeichen enthält.

2. In der selben Arbeit hatte ich argumentiert, dass die grundsätzliche Aufteilung des Zeichens in eine Form- und eine Inhaltskomponente, wie sie sich spätestens seit Saussure ausserhalb der Peirceschen Semiotik eingebürgert hat, beibehalten werden sollte, da die Konzeption eines Interpretantenbezugs redundant ist: er tut nichts anderes als die ohne ihn bestehenden Zeichenrümpfe dydischer Relation in Kontexte einzubinden. Wofern diese sich nicht automatisch ergeben, kann zur Desambiguierung eine Peircesche triadische Relation in der Form zweier Dyaden notiert werden, so wie es das Gesetz von Schröder, das Peirce seltsamerweise unbekannt gewesen zu sein scheint, ja auch vorschreibt. Um ein sprachliches Beispiel zu bringen, kann man die 3-stellige Relation x gibt dem y das z auch z.B. in (x gibt dem y), (x gibt dem z) zerlegen. Entfällt der Interpretantenbezug, erübrigt sich das innerhalb der Peirceschen Semiotik bis heute grassierende Dazuhalluzuinieren von „Kontexten“ oder „Konnexen“, wie gar keine sich, wie bei sämtliche Einzelzeichen, wo die Angabe, es handle sich um „rhematische“ Interpretanten-bezüge, wie gesagt, einfach redundant ist. Nicht verzichten wollen wir jedoch

auf den 2. kategorialen Wert, den Peirce in die Semiotik eingeführt hat. Da der Interpretantenbezug jedoch nichts anderes als eine zweite, über den Objektbezug gestülpte, Bedeutungsrelation ist, muss dieser dritte Wert jedoch nicht kategorial verankert sein, auch wenn durch das Nichtentsprechen von Werten und Kategorien scheinbar eine gewisse Unterbalanciertheit entsteht. ZR1 ist damit zwar dyadisch, aber trivalent.

3. Vom Saussureschen Zeichenmodell (bzw. dessen Vorgänger) behalten wir ferner nur die Dyadizität bei, aber nicht die Adskription der einen Seite zum „Bezeichnenden“ (signifiant) und der andern Seite zum „Bezeichneten“ (signifié). Wegen der Unbalanciertheit zwischen Kategorien und Werten gilt nämlich, dass mindestens 1 Wert (und damit 1 Kategorie) doppelt auftreten MUSS. Verdoppelt man ZR1 zu ZR2 (siehe unten), verdoppelt man also die Dyaden zu Doppel-Dyaden, treten mehrere Werte doppelt auf. Damit entfällt natürlich die Peircesche Beschränkung der paarweisen Verschiedenheit von Werten auf Relationen, und wir müssen Fälle zulassen, wo eine Zeichenrelation nur aus gleichen oder aus maximal verschiedenen Werten besteht – sowie alle möglichen Kombinationen zwischen diesen Extremen.

Da von allen Peirceschen und Saussureschen Beschränkungen der Zeichenrelation nur die Dyadizität bleibt, die wir in Toth (2011) wegen ihrer intuitiven Evidenz für Sprachzeichen sowie ihrer formalen Tatsache nach dem Satz von Schröder als axiomatisch festgesetzt hatten, können wir von ZR1 zunächst – wie bereits angedeutet – zu ZR2 fortschreiten, dann zu ZR3, usw. bis zu ZRn, der theoretisch unendlichen Zeichenrelation:

$$\mathrm{ZR2} = \left(\begin{array}{c:c} (a.b), & (c.d) \\ \hdashline (e.f), & (g.h) \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{c:c} (a.b), & (e.f) \\ \hdashline (c.d) & (g.h) \end{array}\right)$$

$$\mathrm{ZR3} = \left(\begin{array}{c:c} (a.b), & ((c.d), (e.f)) \\ \hdashline (g.h), & ((i.j), (k.l)) \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{c:c} ((a.b), (c.d)), & (e.f) \\ \hdashline ((g.h), (i.j)), & (k.l) \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{c:c} ((a.b), (e.f)), & (c.d) \\ \hdashline ((g.h), (k.l)), & (i.j) \end{array}\right)$$

$$\mathrm{ZR3} = \left(\begin{array}{c} (a.b), (g.h) \\ \left(\begin{array}{c} (c.d), (i.j) \\ \left[(e.f), (k.l) \right] \end{array}\right) \end{array}\right) \qquad \text{analog} \qquad \text{analog}$$

$$\mathrm{ZRn} = \left(\begin{array}{c:c} (a.b), & ((c.d), (e.f)) \\ \hdashline (g.h), & ((i.j), (k.l)) \\ (m.n), & ((o.p), (q.r)) \end{array}\right) \quad \begin{array}{c} \left(\begin{array}{c:c} ((a.b), (c.d)), & (e.f) \\ \hdashline ((g.h), (i.j)), & (k.l) \end{array}\right) \\ \text{analog} \end{array} \quad \begin{array}{c} \left(\begin{array}{c:c} ((a.b), (e.f)), & (c.d) \\ \hdashline ((g.h), (k.l)), & (i.j) \end{array}\right) \\ \text{analog} \end{array}$$

$$\mathrm{ZRn} = \left(\begin{array}{c:c} (a.b), & ((c.d), (e.f)) \\ (g.h), & ((i.j), (k.l)) \\ \hdashline (m.n), & ((o.p), (q.r)) \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{c:c} (a.b), & ((c.d), (e.f)) \\ (m.n), & ((o.p), (q.r)) \\ \hdashline (g.h), & ((i.j), (k.l)) \end{array}\right)$$

$$\mathrm{ZRn} = \left(\begin{array}{c:l} (a.b), & ((c.d), (((e.f), \ldots., (((i.j), \ldots, ((y.z))))))) \ldots. \\ \hdashline (\alpha.\beta), & ((\beta.\gamma), (((\delta.\varepsilon), \ldots, (((\iota.\kappa), \ldots, (((\psi.\omega))))) \ldots. \end{array}\right)$$

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Einführung der dyadisch-trivalenten Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 15 Tle. (2011)

Zwischen aussen und innen: dyadisch-tetravalentes Zeichenmodell

1. In Toth (2011) hatte ich den Versuch gemacht, zu einem dyadischen Zeichenmodell zurückzukehren, aber die Peircesche Trivalenz beizubehalten. Diese Unbalanciertheit zwischen der Stelligkeit (Valenz) der Relation und der Anzahl zur Verfügung stehender Werte führte in der Folge zu einigen bemerkenswerten Ergebnissen, die in meinem „Electronic Journal“ publiziert sind. Ein dyadisches anstatt triadisches Zeichenmodell ergibt sich natürlich aus dem dichotomischen Charakter des Grossteils der Zeichen: So ist z.B. eine Grammatik eine Zuordnung von Ausdruck und Inhalt, d.h. zwischen Mittel und Objekt, und es ist also sinnlos und falsch, ein Drittes, angeblich Vermittelndes (Arbitraritätsgesetz!), hinzuzuhalluzinieren, nur weil das triadische Zeichenmodell eben noch einen Interpretantenbezug besitzt. Dyadisch ist auch die landläufige Vorstellung dessen, was ein Zeichen ist: Ein Etwas, das für ein Anderes steht (bzw. auf es zeigt, hinweist, es ersetzt, substituiert, repräsentiert, usw.).

2. Damit dürfte auch sogleich klar sein, dass weder das bezeichnete Objekt noch der Zeichensetzer, -interpret, -sender, -empfänger usw. in der Zeichenrelation stehen, denn sonst wäre das Zeichen entweder überflüssig (wenn das Objekt neben dem Zeichen steht) oder es wäre nicht von einem Kommunikationsschema unterscheidbar (was keiner mir bekannten Zeichendefinition entspricht). Auch wenn also Objekt und Interpret als ontologische Grössen (bzw. 0-stellige Relationen) natürlich keinen Platz in der triadischen Zeichenrelation als „verschachtelter“ Relation über einer triadischen, einer dyadischen und einer monadischen Relation (Bense 1979, S. 53) haben, müssen sie mindestens als semiotische „Mitführungen“ (Bense 1979, S. 43 ff.)

in der Zeichenrelaiton präsent sein. In meiner dyadischen Semiotik erscheinen sie daher nicht als Kategorien (Relationen), sondern als Werte (Valenzen).

3. Allerdings ist die in Toth (2011) eingeführte dyadische Semiotik wie diejenige von Peirce, wo der sie abstrahiert ist, trivalent. Genau besehen, ist ein solches Konzept jedoch defektiv, denn in einer aristotelischen Hierarchie von der Hyle zum Logos haben wir zwei und nicht nur eine Vermittlungsstufe („verschmierte Kategorien"):

sS λόγος (Bewusstsein, β)

↑

oS

↑ Vermittlung: $ZR = f(\omega, \beta)$

sO

↑

oO ὕλη (Welt, ω)

Zu $ZR = f(\omega, \beta)$ vgl. Bense (1975, S. 16), wo das Zeichen ebenfalls dyadisch definiert wird.

Das logisch-epistemologische Intervall [oO, sO, oS, sS] stellt somit die maximale Reichweite der Dichtotomie von Subjekt und Objekt und damit von logisch-ontologischer Monokontexturalität dar. Wie Kaehr (2011) korrekt gesehen hat, sind die logisch-epistemologisch-semiotischen Entsprechungen:

oO $\leftrightarrow$ O (.2.)

sO $\leftrightarrow$ M (.1.)

oS $\leftrightarrow$ Q (.0.)

sS $\leftrightarrow$ I (.3.).

4. Kaehr geht nun aber einen wesentlichen Schritt über diese Basistheorie hinaus, und zwar mit einer Definition eines Paares von dichtomischen Kenogrammschemata, die sehr nahe jener modernen Auffassung kommen, nach der praktisch kein Unterschied zwischen Zahl und Spiel mehr besteht (vgl. z.B. Conway 1976). Ich stelle diesen Prozess wie folgt dar:

Innen ⌈ Aussen

↓

[○ ⌈ □] ⌈ [□ ⌈ ○]

↓

[sS ⌈ oS] ⌈ [oO ⌈ sO]

↓

[I ⌈ Q] ⌈ [O ⌈ M]

↓

[(3.a ⌈ 0.d] ⌈ [2.b ⌈ 1.c]   mit a, b, c, d ∈ {0, 1, 2, 3}.

Die dyadische Grundstruktur des Zeichens besteht also aus einer Subjekt- und einer Objektseite mit je 2 Positionen sowie 4 Werten. Das einfachste Schema ist somit:

Zei = [[Subjekt] ⌈ [Objekt]].

Die Subjektseite besteht aus dem Interpretanten und der Qualität, diese ist semiotisch die Mitführung des zum Zeichen erklärten Objekts. Die Objektseite besteht aus dem Objektbezug und dem Mittel oder aus Inhalt und Ausdruck. Somit entspricht also das Saussuresche Zeichenmodell nicht etwa unserem Zeichen Zei, sondern nur dessen Objektseite!

Sieht man von Permutationen der Positionen ab, so können also für alle 4 Positionen je 4 Werte in a, ..., d eingesetzt werden, wodurch wir $4^4 = 256$ dyadische Zeichenrelationen, {Zei}, bekommen. Dabei ist höchst bemerkenswert, dass, im Falle dass wir die Bensesche Dualisation zusammenlassen, jede Kategorie mit jeder anderen in einer Austauschrelation steht, vgl. z.B.

$\times(3.0) = (0.3)$, d.h. I → Q

$\times(3.1) = (1.3)$, d.h. I → M

$\times(3.2) = (2.3)$, d.h. I → O

$\times(3.3) = (3.3)$, d.h. I → I (Selbstdualität).

In anderen Worten: Dualisation führt bei Zei nicht nur zum Austausch von Kategorien, sondern von Kategorien und Werten:

Cat ↔ Val.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Conway, John H., On Numbers and Games. London 1976

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds. Semiotic Studies with Toth´s "Theory of the Night". http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds/Quadralectic%20Diamonds.pdf (2011)

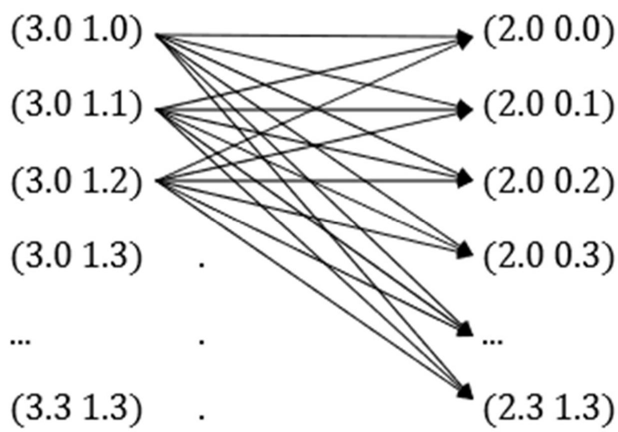
Toth, Alfred, Die Konstruktion von Triaden aus Dyadenpaaren ohne vordefinierte Trichotomien. In: Electronic Journal for Mathematical, 2011

Kategorisierung der dyadisch-tetravalenten Zeichenfunktion

1. Aus der in Toth (2011) eingeführten dyadisch-tetravalenten Zeichenfunktion

ZF = ((3.a 1.b), (2.c 0.d))

kann man durch Einsetzen von a, ..., d ∈ {0, 1, 2, 3} 12 mal 12 = 144 Zeichenfunktionen konstruieren, die hier angedeutet seien:



2. Für diesen 144 Zeichenfunktionen zugrunde liegende abstrakte Form

ZF = (3.a 1.b 2.c 0.d)

legen wir nun Abbildungen zwischen den „Subzeichen" fest. Jede Abbildung habe die Form

$\alpha_{x,y}$,

wobei x die Domänenzahl und y die Kodomänenzahl der jeweiligen Abbildung trage. Es ist also z.B.

(0.0) → (3.3) =: $\alpha_{0,3}$

(2.2) → (1.2) =: $\alpha_{2,2}$

(3.1) → (0.2) =: $\alpha_{1,2}$

In einer ZF z.B.

$$\begin{array}{ccccccc}
\multicolumn{5}{c}{\alpha_{2,3}\alpha_{2,2}\alpha_{1,2}} & & \\
 & & & \multicolumn{3}{c}{\alpha_{2,3}\alpha_{2,2}} & \\
 & \alpha_{1,2} & & \alpha_{2,2} & & \alpha_{2,3} & \\
3.1 & \rightarrow & 1.2 & \rightarrow & 2.2 & \rightarrow & 0.3,
\end{array}$$

d.h.

$(3.1 \rightarrow 1.3) =: \alpha_{2,3}\alpha_{2,2}\alpha_{1,2}$

Es ist also

$(3.1 \rightarrow 1.3)° = (1.3 \rightarrow 3.1) = (\alpha_{2,3}\alpha_{2,2}\alpha_{1,2})° = (\alpha_{1,2}°\alpha_{2,2}° \alpha_{2,3}°)$.

Wie man sieht, wird bei dieser Art der Notation der Morphismen bzw. Semiosen vorausgesetzt, dass in ZF

ZF = ((\underline{3}.a \underline{1}.b), (\underline{2}.c \underline{0}.d))

die Hauptwerte konstant sind. In anderen Worten: Das tetradische „Gerüst" wird als konstant (nicht-permutierbar) vorausgesetzt.

Zwei Morphismen der Gestalt

$x_{xy}\ y_{zy}$

bedeutet somit, dass von drei aufeinanderfolgenden Subzeichen die letzten beiden stellenwertig homogen sind.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zwischen innen und aussen: dyadisch-tetravalentes Zeichenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Zur Relevanz des Collatz-Problems für die Semiotik

1. Die Collatz-Konjektur, die unter zahlreichen Namen (z.B. Syracuse problem) auftaucht und von der Erdős sagte, die Mathematik sei noch nicht reif, um dieses Problem zu lösen (vgl. Pickover 2001, S. 116-118), besagt folgendes: Nimm eine natürliche Zahl n. Falls sie gerade ist, dividiere sie durch 2, um (n/2) zu bekommen. Falls sie ungerade ist, multipliziere sie mit 3 und addiere 1, um (3n + 1) zu bekommen:

$$a_n = \begin{cases} \frac{1}{2}\, a_{n-1} & \text{for } a_{n-1} \text{ even} \\ 3\, a_{n-1} + 1 & \text{for } a_{n-1} \text{ odd} \end{cases}$$

Das Besondere ist nun, dass, je nach der Grösse des gewählten n, jede Zahlenfolge 1 erreichen wird. Beispiele für die ersten natürlichen Zahlen (aus. Wolfram o.J.):

a_0	$a_0, a_1, a_2, \ldots$
1	1
2	2, 1
3	3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1
4	4, 2, 1
5	5, 16, 8, 4, 2, 1
6	6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

Als Beispiele für grösseres n stehe n = 27:

{ 27, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, 322, 161, 484, 242, 121, 364, 182, 91, 274, 137, 412, 206, 103, 310, 155, 466, 233, 700, 350, 175, 526, 263, 790, 395, 1186, 593, 1780, 890, 445, 1336, 668, 334, 167, 502, 251, 754, 377, 1132, 566, 283, 850, 425, 1276, 638, 319, 958, 479, 1438, 719, 2158, 1079, 3238, 1619, 4858, 2429, **7288**, 3644, 1822, 911, 2734, 1367, 4102, 2051, 6154, 3077, ***9232***, 4616, 2308, 1154, 577, 1732, 866, 433, 1300, 650, 325, 976, 488, 244, 122, 61, 184, 92, 46, 23, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1 }

Anhand dieses Beispiels sieht man auch ein weiteres Charakteristikum der Collatz-Folgen: dass sie nämlich bis zu einer bestimmten Zahl ansteigen, um dann rapide abzufallen (für n = 27 ist es die kursiv markierte Zahl 9232).

2. Die wohl grösste Charakteristikum von Collatz-Folgen ist, dass sie, von der Folge für n = 4 abgesehen, alle auf die Folge

8, 4, 2, 1

enden. Diese Zahlen sind jedoch in der Topologie keine Unbekannten, denn der Satz von Hopf besagt folgendes:

Satz von Hopf: **Jede endlich-dimensionale, reelle kommutative Divisionsalgebra A = (V, ·) ist höchstens zweidimensional.**

Und der Satz von Kervaire und Milnor (1958) besagt:

Satz von Kervaire und Milnor: **Ist A eine endlich-dimensionale Divisionsalgebra über R, so ist die Dimension von A (als Vektorraum über R) gleich 1, 2, 4 oder 8.**

Der Zusammenhang mit Schiefkörpern ergibt sich durch den sog. Struktursatz von Mazur:

Struktursatz von Mazur: **Es sei A eine normierte, assoziative, reelle Divisionsalgebra. Dann ist A entweder zu R oder zu C oder zu H isomorph.**

Das sind aber, wie in Toth (2007, S. 78 ff.) ausführlich gezeigt wurde, genau jene Dimensionen, in denen Semiotiken überhaupt möglich sind bzw. Schiefkörper, zu denen Semiotiken isomorph sein können.

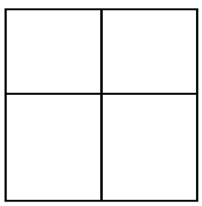
3. Die Endfolge *jeder* Collatz-Sequenz (d.h. auch derjenigen für n = 4)

4, 2, 1

gibt in Übereinstimmung mit Toth (2011) an, dass 1 Zeichen sich aus 2 Dyaden mit 4 Subdyaden zusammensetzt, wenn man davon ausgeht, dass das in Toth (2011) eingeführte dyadisch-tetravalente Zeichenmodell adäquater ist als das triadisch-trichotomisch-trivalente von Peirce:

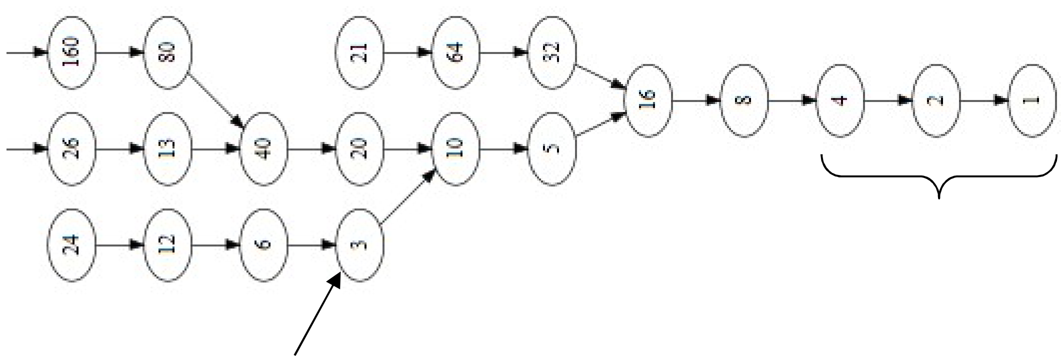
ZR(2,4) := ((3.a 0.b), (2.c 1.d)) mit a,…,d ∈ {0, 1, 2, 3},

die dessen modellhafte Grundstruktur



z.B. mit derjenigen des glossematischen Zeichen von Hjelmslev teilt, wo nicht nur zwischen Ausdruck und Inhalt, sondern zugleich zwischen Form und Substanz unterschieden wird.

Dagegen wird die 3, die für Peirce so charakteristische Trias, in allen Collatz-Folgen bereits sehr viel früher erreicht:



D.h. die 3 tritt als Teil der Sequenz auf, die erst noch auf die Endsequenz 4-2-1 hin entwickelt werden muss, sie ist also weder eine untere noch eine obere Grenze in dem Sinne, dass der Sequenzabschitt zwischen (3 / 20 /21) und der Endsequenz nur in dem obigen Beispiel, das die Orbits für n = 30 ohne n = 27 gibt, auftaucht, sonst aber (soweit bekannt) nicht. Kurz gesagt: Die 3 spielt überhaupt keine Rolle in der Collatz-Sequenz, wohl aber die 4, 2 und 1, und man erinnere sich, dass das wesentliche Argument dafür, dass in Toth (2011) das dyadisch-tetravalente Zeichenmodell eingeführt worden war, darin bestand, dem Interpretant nicht länger eine eigene semiotische Dimension zuzuweisen, da sich seine Funktion auf die Konnexbildung beschränkt, die von der dyadischen Reststruktur jedes Zeichens aus prädiktabel ist. (Da das neue Zeichenmodell von den Plätzen als auch von den Werten her tetravalent ist, tritt er als Drittheit natürlich trotzdem auf, aber eben nicht als Anlass, die dyadische Grundstruktur des Zeichens zu einer triadischen zu erweitern.)

Bibliographie

Ebbinghaus, Heinz-Dieter et al., Zahlen. 3. Aufl. Springer 1992

Pickover, Clifford A., Wonders of Numbers. Oxford 2001

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zur Charakteristik der dyadisch-tetravalenten Zeichenfunktion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Charakt.%20dyadisch-tetravalent.pdf (2011)

Weisstein, Eric, Collatz Problem. In: http://mathworld.wolfram.com/CollatzProblem.html

Ein bikategoriales Modell zur Uniformierung n-adischer Zeichenrelationen

1. In Toth (2011) wurde gezeigt, dass man, ausgehend von der abstrakten Grundstruktur

c----------------------------d

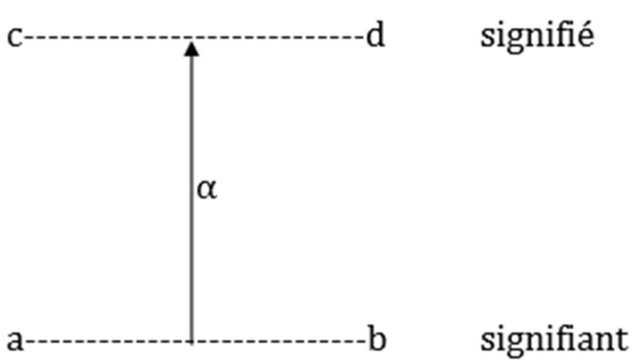
a----------------------------b .

und zwar indem man zwei Intervalle [c, d] und [a, b] annimmt, die natürlich unendlich viele Punkte, wie a, ..., d als Subzeichen aufgefasst, enthalten, ein uniformes Modell an der Hand hat, um so verschiedene Zeichenmodell wie dasjenige de Saussures, Helmslevs und Peirces mathematisch befriedigend zu begründen. Es gilt also:

$[c.d] = \{(c_1.d_1), (c_2.d_2), (c_3.d_3), ..., (c_1.d_2), (c_1.d_3), (c_1.d_4), ..., (c_2.d_1), (c_3.d_2), (c_4.d_2), ..., (c_n.d_m)\}$,

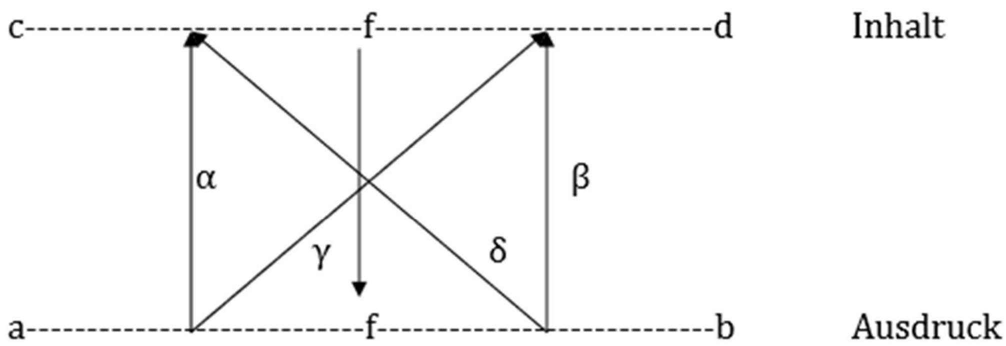
und analog für [a.b].

2.1. Zeichenmodell von de Saussure (1915)



$\alpha := (a.b) \rightarrow (c.d)$.

2.2. Zeichenmodell von Hjelmslev (1968)

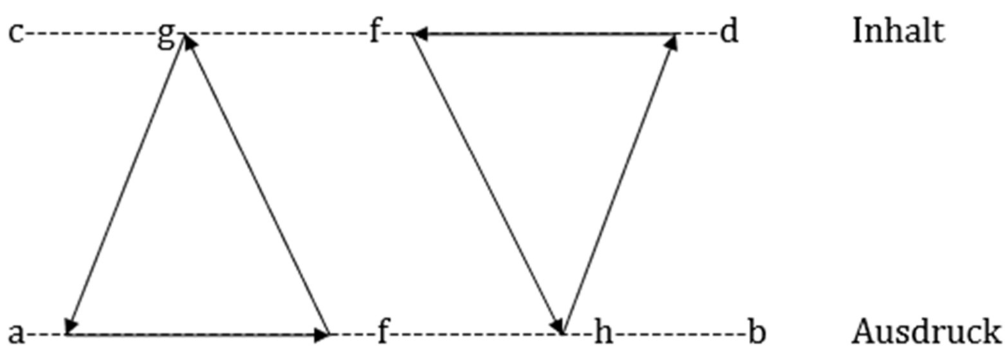


Form Substanz

$\alpha := (a.f) \rightarrow (c.f)$ $\beta := (f.b) \rightarrow (f.d)$

$\gamma := (a.f) \rightarrow (f.d)$ $\delta := (f.b) \rightarrow (c.f)$.

2.3. Zeichenmodell von Peirce



$(a.f) \circ (f.g) = (g \circ a)$ $(d.f) \circ (f.h) = (h \circ d)$.

3. Wenn wir die für Subzeichen stehenden Punkte in den je zwei Intervallen in der Form von Abbildungen notieren, dann können wir die jeweils „höhere“ Ebene (in den obigen Modellen der „Inhalt“) als Konkatenationsstruktur auffassen, so zwar, dass unser Grundmodell nun wie folgt aussieht:

$$f_n \circ \ldots\ldots\ldots \circ f_1$$

$$\begin{tikzcd} a_0 \arrow[r] & \ldots \arrow[r] & a_n \\ a_0 \arrow[r, "f_1"] & \ldots \arrow[r, "f_n"] \arrow[u, very thick] & a_n \end{tikzcd}$$

Konkreter bedeutet dies also ein unendliche Menge von Abbildungen von unendlich vielen Ausdruckselementen auf unendlich viele Inhaltselemente bzw. vice versa nach dem Schema (mit willkürlich eingezeichneten Abbildungen)

$$\{(c_1.d_1), (c_2.d_2), (c_3.d_3), ..., (c_1.d_2), (c_1.d_3), ..., (c_2.d_1), (c_3.d_2), ..., (c_n.d_m)\}$$

$$\{(a_1.b_1), (a_2.b_2), (a_3.b_3), ..., (a_1.b_2), (a_1.b_3), ..., (a_2.b_1), (a_3.b_2), ..., (a_n.b_m)\}$$

Rein theoretisch gibt es somit unendlich wertige Semiotiken.

Bibliographie

de Saussure, Ferdinand, Cours de lingusitique générale. Genève 1915

Hjelmslev, Louis, Die Sprache. München 1968

Toth, Alfred, Abbildungen bei de Saussure, Hjelmslev und Peirce. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Ist die hexadische Zeichenrelation vollständig?

1. In Toth (2011) wurde gezeigt, dass es im Grunde nicht genügt, die tetradische Zeichenrelation

4ZR = (.0., .1., .2., .3.),

welche neben dem Peirceschen Zeichen 3ZR = (.1., .2., .3.) auch das bezeichnete Objekte als kategoriales Objekt (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) enthält, einzuführen, obwohl mit dem in 4ZR ebenfalls eingebetteten Prozess

$.0. \rightarrow (.1., .2., .3.)$

nun erstmals die Semiose selbst innerhalb und nicht mehr ausserhalb der Zeichenrelation steht. Das Zeichen wird damit zu einem Element der Semiose, die demzufolge als Menge aufgefasst wird:

$ZR \in \{(.1., .2., .3.)\}$.

2. Dies bedeutet allerdings, dass im Gegensatz zum Peirceschen Zeichenmodell, bei dem das von Kronthaler (1992) formulierte Gesetz der Objekttranszendenz gültig ist:

$\Omega \; \| \; (.1., .2., .3.)$,

wo also eine Kontexturgrenze zwischen dem Objekt (Ω) und dem Zeichen besteht, diese Kontexturgrenze in 4ZR aufgehoben ist

$\Omega \; \| \; (.1., .2., .3.) \rightarrow (.0., .1., .2., .3.)$.

Aus dem Einbezug der Semiose in die Zeichenrelation folgt also notwendig die Aufhebung des kontexturellen Abbruches zwischen Zeichen und Objekt.

3. Die Frage ist jedoch, wie angedeutet, ob dies ausreicht, denn ein wesentliches Bestimmungsstück der Semiose fehlt in 4ZR immer: der nach Bense für jedes Zeichen notwendige materiale Zeichenträger (Bense/Walther 1973, S. 137). Wie bereits in Toth (2011) gezeigt, gibt es, was das Verhältnis des materialen

Zeichenträgers $\mathcal{M}$ und das reale Objekt Ω anbetrifft, die folgenden beiden Möglichkeiten:

a) $\mathcal{M} \subset \Omega$,

wo also der Zeichenträger in pars pro toto-Relation zum Objekt steht. Es wird also ein Teil des Objektes als Träger des Zeichens genommen, und zwar eben jenes Objektes, das durch ein Zeichen substituiert bzw. repräsentiert werden soll. Dies ist somit der Fall der natürlichen Zeichen, Anzeichen, Vorzeichen usw. Hier liegt also keine thetische Einführung vor, sondern das Zeichen verdankt seinen Status gegenüber dem eines blossen Objektes der Interpretation durch ein Bewusstsein.

Der zweite Fall,

b) $\mathcal{M} \subset \{\Omega_i\}$,

besagt, dass zwar natürlicherweise jedes materiale Mittel aus der Welt der Objekte entnommen sein muss (solange wir darin übereinstimmen, dass es nur eine solche „reale Welt" gibt), aber nicht notwendig demjenigen Objekt, das durch ein Zeichen bezeichnet werden soll. Wie man sieht, ist also der Fall a) im Fall b) als Sonderfall vorgesehen und eingeschlossen. In b) ist der Zeichenträger einmal ein Teil IRGENDEINES Objektes, das sich IRGENDWO in dieser Welt befindet, während in a) es Teil eines BESTIMMTEN Objektes ist, das genau HIER (d.h. beim Interpreten) sich befindet. Man kann ja schliesslich z.B. die Rocky Mountains, statt einen Kiesel davon zu nehmen, in Plastik nachbilden oder dadurch, dass man eine Papierphotographie herstellt.

Es ist somit notwendig, die tetradische Zeichenrelation 4ZR in eine pentadische Zeichenrelation 5ZR zu transformieren:

5ZR = $(M°, \{O°_i\}, M, O, I)$.

Diese Notation ist notwendig, um die zwei disponiblen Kategorien M° und {$O°_i$} auseinanderzuhalten, denn da sie beiden dem „ontologischen Raum“ (Bense 1975, S. 65 f.) angehören, sind sie auch keine kategorial Nullheiten. 5ZR ist also eine Zeichenrelation mit 2 anstatt nur 1 Nullheit, und damit auch mit 2 Qualitäten. Wenn man sich nun allerdings 5ZR anschaut, stellt man fest, dass sie ausser für I für jede semiotische Kategorie die korrespondierende ontologische Kategorie enthält (die gestrichelte Linie deutet die durchbrochene Kontexturgrenze an):

$$\mathcal{M} \longleftrightarrow M$$
$$\Omega \longleftrightarrow O$$
$$\mathfrak{I} \longleftrightarrow I$$

Die Präsenz des Bewusstseins $\mathfrak{I}$ wurde nun bedeuten, dass Zeichen selbst interpretiert und selbst erklärt werden können, und ferner, dass sie unabhängig von einer äusseren Einwirkung bestehen können. Das Zeichen wäre somit nicht mehr länger Produkt des Geistes, sondern der Geist Teil des Zeichens und somit in letzter Instanz sein Produkt. Da dieser offensichtliche Unsinn nicht aufrechtzuerhalten ist, gibt es also keine Relation

$\mathfrak{I} \leftrightarrow$ I,

und das vollständige Zeichen, das für semiotische auch ontologische Kategorien enthält, ist pentadisch und nicht hexadisch, nämlich die bereits oben eingeführte Zeichenrelation

5ZR = (M°, {$O°_i$}, M, O, I).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992

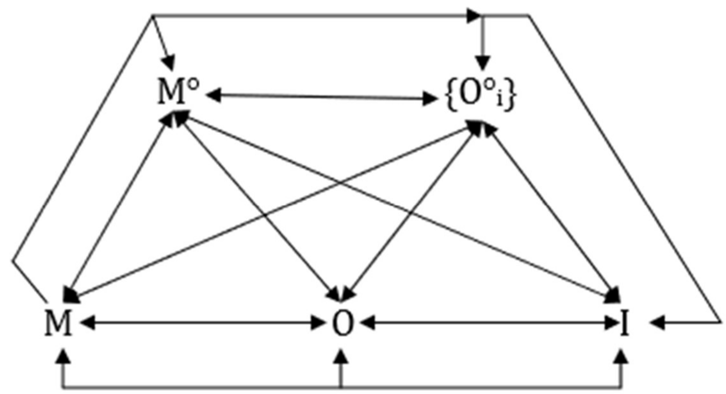
Toth, Alfred, Kategoriales Objekt und materiales Mittel. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Die hexadische Zeichenrelation als dyadische Relation?

1. Die in Toth (2011b) eingeführte hexadische Zeichenrelation

$5ZR = (\{O°_i\}, M°, M, O, I)$,

graphisch:



ist aus semiotischen sowie ontologischen Kategorien zusammengesetzt. Es wird hier vorgeschlagen, sie analog zur Struktur der dyadisch-tetravalenten Zeichenrelation (vgl. Toth 2011a) wie folgt in eine dyadische Relation wie zu transformieren:

$2,3ZR = ((\{O°_i\}, M°), (M, O, I))$.

2. Wir haben in 2,3ZR eine besonders merkwürdige Relation vor uns: Die in ihr enthaltene Abbildung

$\alpha: ((\{O°_i\}, M°) \rightarrow (M, O, I))$

bildet einen Teil der realen Welt direkt auf Zeichen ab, aber so, dass auch die reale Welt der Relation angehört und nicht wie bei der Semiose

$\Omega \rightarrow ZR$,

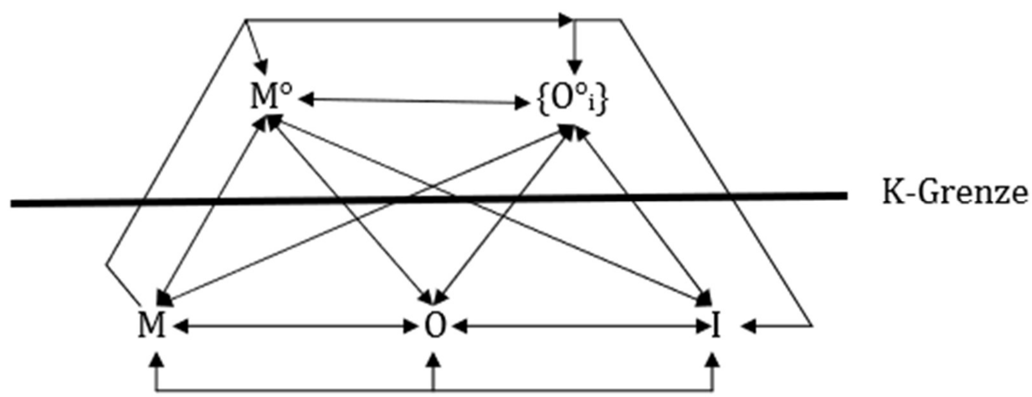
bei der ein reales Objekt (Ω) durch eine „Metaobjektivierung“ (Bense 1967, S. 9) genannte Transformation in ein Zeichen befördert wird, aber dabei ausserhalb des Zeichens bleibt. Mit anderen Worten: Zwischen

$\Omega \nrightarrow ZR$

verläuft eine Kontexturgrenze (||), so zwar, dass Ω dem „ontologischen Raum" und ZR dem „semiotischen Raum" angehört (Bense 1975, S. 65 f.). Dies ist jedoch bei

$2,3ZR = ((\{O°_i\}, M°), (M, O, I))$

entweder nicht der Fall, weil $(\{O°_i\}, M°)$ in den semiotischen Raum genommen wurde und als von (M, O, I) nicht durch eine Kontexturgrenze getrennt ist oder aber man muss davon ausgehen, dass sich zwischen $((\{O°_i\}, M°), (M, O, I))$ eine Kontexturgrenze befindet und dass dann $\alpha: ((\{O°_i\}, M°) \rightarrow (M, O, I))$ eine Abbildung ist, die das Diesseits, in dem sich $(\{O°_i\}, M°)$ befindet, mit dem Jenseits, in dem sich (M, O, I) befindet, verbindet. Der erste Fall ist also nur eine der vielen möglichen Formalisierung einer pansemiotischen Welt. Der zweite, weitaus interessantere Fall würde aber bedeuten, dass α ein Transoperator ist, wie sie von Kronthaler (1986) in die qualitative Mathematik eingeführt wurden. Im folgenden Bild ist die Kontexturgrenze in die Menge der 31 Partialrelationen von (2,3α) eingezeichnet:



3. Kommen wir zum Schluss nochmals auf den ersten möglichen Fall zurück, dass nämlich $2,3ZR = ((\{O°_i\}, M°), (M, O, I))$ dahingegend interpretiert wird, dass sowohl die erste als auch die zweite Subdyaden dem semiotischen Raum

angehören. Da sowohl das disponible Objekt O° als auch das disponible (vorselektierte) Mittel M° die reale Objektwelt insofern präsentiert, als entweder

$M° \leftarrow \mathcal{M} \subset \Omega$ (natürliche Zeichen)

$O° \leftarrow \mathcal{M} \subset \{\Omega_i\}$ (künstliche Zeichen)

(vgl. Toth 2011b) gilt, erübrigt sich im Grunde die Semiose: Die Objekte (und ihre Mittel) bedürfen quasi nur noch einer Art von „Nomenklatur" der Zeichen (M, O, I). Interessanterweise ist dies exakt die Position der nicht-arbiträren Zeichentheorie des Paracelsus (und wurde später u.a. von J.G. Hamann übernommen), vgl. Böhme (1988). Dieser immer wieder kritisierte „Pansemiotismus" führt jedoch nicht zum Hauptproblem, das uns die Zeichentheorie Peirce´s stellt und das gerne übersehen wird: Erstens verdoppelt diese nämlich die Welt, da bei der Metaobjektivierung $\Omega \twoheadrightarrow ZR$ das Zeichen in der realen Welt verbleibt und also nicht etwa durch das Zeichen substituiert wird. Dabei könnte man genauso gut argumentieren, das reale Objekt verschwinde bereits bei seiner Wahrnehmung in der Evidenz der Perzeption (ohne also einer eigentlichen, d.h. zur Apperzeption führenden Semiose zu bedürfen). Zweitens ist der semiotische Raum in der Peirceschen Semiotik nicht-apriorisch, nicht-transzendental und nicht-platonisch (vgl. Gfesser 1990, S. 133). Es gibt somit nichts anderes als ihn, et voilà der Peircesche Pansemiotismus. Dagegen wäre soweit nichts anzuwenden, auch wenn diese Form von Pansemiotismus bei weitem primitiver ist als derjenige des Paracelsus und seiner Nachfolger, aber hinzutritt nun, dass Peirce ja auf der Semiose besteht, wodurch reale Objekte AUSSERHALB seines „semiotischen Universums" (Bense) vorausgesetzt werden. Damit haben wir eine contradicito in adjecto. Wäre die Peircesche Semiotik wirklich ein logisches System, wäre sie schon längst in sich zusammengefallen. Realer Objektbegriff und Pansemiotismus sind nicht miteinander vereinbar.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Böhme, Hartmut, Natur und Subjekt. Frankfurt am Main 1988

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo, Zeichen von Zeichen für Zeichen. Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Zwischen innen und aussen: dyadisch-tetravalentes Zeichenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Die Partialrelationen der hexadischen Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Die vollständige Komposition von Subzeichen aus Primzeichen

1. Wie Rudolf Kaehr bereits in (2008), zuletzt aber ausführlich in einer soeben erschienenen Studie zum Vierfachen Anfang in quadralektischen Diamanten (2011), die man nicht anders als genial zu bezeichnen vermag, klargemacht hat, sind morphismische Abbildungen in der Semiotik nicht nur in der Zweitheit (z.B. $\alpha := 1 \rightarrow 2$) und in der Drittheit (z.B. $\alpha \rightarrow \beta \circ \beta \rightarrow \gamma = \alpha \rightarrow \gamma$) vertreten, sondern ebenfalls in der Erstheit. Diese vom klassischen Standpunkt aus völlig unvorstellbare Eigenschaft betrifft bedingt jedoch nicht nur eine Redefintion der Erstheit, sondern auch der Zweitheit und Drittheit, da im Zeichenmodell ja die doppelte Inklusion ZR = $(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$ gilt. Und da somit die Subzeichen betroffen sind, folgen Neudefinitionen aller höheren semiotischen relationalen Gebilde, in Sonderheit der Zeichenklassen und Realitätsthematiken.

2. Wegen

$1 = 1 \circ 1$

gilt:

$1. = 1. \circ 1.$ oder $1. \circ .1$

$.1 = .1 \circ .1$ oder $.1 \circ 1.$

Damit gilt also für konverse Subzeichen-Paare, wie z.B. $(1.2)° = (2.1)$:

$1.2 = .2 \circ 1.$ oder $.2\ .1$

$2.1 = .1 \circ 2.$ oder $.1 \circ .2$

und damit

$1.2 = [(.2 \circ .2\ /\ .2 \circ 2.) \circ [(1. \circ 1.\ /\ 1. \circ .1)\ /\ (.1 \circ .1\ /\ .1 \circ 1.)]]$

$2.1 = [(.1 \circ .1\ /\ .1 \circ 1.) \circ [(2. \circ 2.\ /\ 2. \circ .2)\ /\ (.2 \circ .2\ /\ .2 \circ 2.)]].$

Entsprechend erhalten wir z.B. für (3.1)

$3.1 = [(.1 \circ .1 \;/\; .1 \circ 1.) \circ [(3. \circ 3. \;/\; 3. \circ .3) \;/\; (.3 \circ .3 \;/\; .3 \circ 3.)]]$

und somit für die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.2):

$$\begin{aligned}
3.1\ 2.1\ 1.2 = \quad & [[(.1 \circ .1 \;/\; .1 \circ 1.) \circ [(3. \circ 3. \;/\; 3. \circ .3) \;/\; (.3 \circ .3 \;/\; .3 \circ 3.)]],\\
& [(.1 \circ .1 \;/\; .1 \circ 1.) \circ [(2. \circ 2. \;/\; 2. \circ .2) \;/\; (.2 \circ .2 \;/\; .2 \circ 2.)]],\\
& [(.2 \circ .2 \;/\; .2 \circ 2.) \circ [(1. \circ 1. \;/\; 1. \circ .1) \;/\; (.1 \circ .1 \;/\; .1 \circ 1.)]]].
\end{aligned}$$

Was nun die duale Realitätsthematik angeht, so bekommen wir

$$\begin{aligned}
\times(3.1\ 2.1\ 1.2) = (2.1\ 1.2\ 1.3) = & \\
& \times[[(.1 \circ .1 \;/\; .1 \circ 1.) \circ [(3. \circ 3. \;/\; 3. \circ .3) \;/\; (.3 \circ .3 \;/\; .3 \circ 3.)]],\\
& [(.1 \circ .1 \;/\; .1 \circ 1.) \circ [(2. \circ 2. \;/\; 2. \circ .2) \;/\; (.2 \circ .2 \;/\; .2 \circ 2.)]],\\
& [(.2 \circ .2 \;/\; .2 \circ 2.) \circ [(1. \circ 1. \;/\; 1. \circ .1) \;/\; (.1 \circ .1 \;/\; .1 \circ 1.)]]] =\\
& [[(.1 \circ .1 \;/\; .1 \circ 1.) \circ [(2. \circ 2. \;/\; 2. \circ .2) \;/\; (.2 \circ .2 \;/\; .2 \circ 2.)]],\\
& [(.2 \circ .2 \;/\; .2 \circ 2.) \circ [(1. \circ 1. \;/\; 1. \circ .1) \;/\; (.1 \circ .1 \;/\; .1 \circ 1.)]],\\
& [(.3 \circ .3 \;/\; .3 \circ 3.) \circ [(1. \circ 1. \;/\; 1. \circ .1) \;/\; (.1 \circ .1 \;/\; .1 \circ 1.)]]],
\end{aligned}$$

also strukturell keine direkt ablesbare Inversion der Ordnung der Subzeichen und der Primzeichen.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Sketch on Semiotics in Diamonds. http://www.thinkartlab.com/ pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds: Fourfoldness of Beginnings. Semiotic Studies with Toth´s “Theory of the Night”. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds.pdf 2011

Das statische Zeichen als „Still“ des dynamischen Zeichens

1. $ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

ist eine Abkürzung für (vgl. Bense 1979, S. 53)

$ZR = ((3.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.c))$

und dieses ist eine Abkürzung gemäss dem kategorietheoretischen Kompositionsgesetz von

$ZR = (3.a \rightarrow 2.b) \circ (2.b) \rightarrow (1.c)$.

2. Wir haben also

$3 = \text{const.}, 2 = \text{const.}, 1 = \text{const.}$

Für a, b, c gilt für das Teilsystem der $27\backslash 17 = 10$ „regulären“ Zeichenklassen die Ordnungsrelation

$a \leq b \leq c$,

d.h. es gibt also zwischen den Trichotomien nur zwei semiotische Abbildungen:

1. den identischen Morphismus $\leftrightarrow$

2. den „aufsteigenden“ Morphismus $\rightarrow$

Eine kurze Überlegung ($1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$, $1 \rightarrow 3$) zeigt uns, dass dieser in 3 Varianten auftaucht: $\rightarrow_{\alpha}$, $\rightarrow_{\beta}$, und komponiert als $\rightarrow_{\beta\alpha}$.

3. Wir können somit das Zeichen rein dynamisch, d.h. als Abbildung über Abbildungen, definieren als

$ZR = \{\leftrightarrow, \rightarrow_{x}\}$ mit $x \in \{\alpha, \beta, \beta\alpha\}$.

Da die Domäne sich aus den Konstanten und ihrer retrosemiosischen Ordnung zusammensetzt, besteht also die Isolierung eines statischen Zeichens gerade aus der Rekonstruktion der Trichotomien. (Aus diesem Grunde genügt die Angaben der Trichotomien, um ein Zeichen eindeutig zu identifizieren.)

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Der Zusammenhang zwischen systemtheoretischer und funktionaler Semiotik

In Walther (1979, S. 138 ff.) findet sich eine funktionale Einteilung der Zeichen in Formation (M), Information (M→O) und Kommunikation (M→O→I), die m.W. bisher nur in meiner semiotischen Dissertation (Toth 1992) Anwendung gefunden hat. Die Besonderheit dieser Klassifikation beruht darin, dass hier nicht den drei Korrelaten des Zeichens – etwa wie bei der bekannten Morrisschen Zuordnung von Syntaktik, Semantik und Pragmatik zu M, O und I -, sondern den drei Funktionen, d.h. der 1-stelligen M-Funktion, der 2-stelligen (M→O)-Funktion und der 3-stelligen (M→O→I)-Funktion des Zeichens Modelle zur Interpretation zugeordnet werden.

2. Um den Zusammenhang zur systemtheoretischen Semiotik (vgl. Toth 2011) herzustellen, ist es jedoch nötig, von der erweiterten tetradischen Zeichenrelation

4ZR = (.0., .1., .2., .3.),

welche die Peircesche Zeichenrelation und das eingebettete kategoriale Objekt als Qualität enthält. Man kann dann den vier Fundamentalkategorien wie folgt die entsprechenden systemtheoretischen Funktoren zuordnen:

.0. → OI → ∟

.1. → IO → ⌋

.2. → OO → ⌈

.3. → II → ⌉

Damit ergeben sich die folgenden Zusammenhänge zwischen der funktionalen und der systemtheoretischen Konzeption der Semiotik:

(.0. → OI → ∟) → Materie (i.S. der realen Objektwelt)

(.1. → IO → ⌟) → Formation

((.1. → .2.) → IO → OO → ⌟ → ⌜) → Information

((.1. → .2. → .3.) → IO → OO → II → ∟ → ⌟ → ⌜)) → Kommunikation

Bibliographie

Toth, Alfred, Elemente einer quadralektischen semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Elemente%20quadral.%20sem.%20Systemtheorie.pdf (2011)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Vervollständigung des semiotischen Zahlenschemas

1. Obwohl Bense (1981, S 17 ff.) die Einführung der Primzeichen in Anlehnung an die Einführung der natürlichen Zahlen durch Anwendung der Peano-Axiome, ausgehend von der linearen Relation PZ = (.1., .2., .3.), zu begründen suchte, hat er selber bereits früher die korrekte Relation in der Form

$ZR = (.1., ((.1. \rightarrow .2.), (.1. \rightarrow .2. \rightarrow .3.)))$,

d.h. als verschachelte Relation bzw. „triadisch gestufte Relation von Relationen" eingeführt.

2. In der Semiotik wird also „gestuft", d.h. nicht mono-linear, sondern poly-linear gezählt (Toth 2011):

$$\begin{array}{lll} & & 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \\ & 1 \rightarrow 2 \rightarrow \uparrow & \\ 1 \rightarrow \uparrow & & \end{array}$$

denn nur auf diese Weise kann der Tatsache Rechnung getragen werden, dass es nicht eine, sondern drei Arten von semiotischen Zahlen gibt, die sich durch ihre Ordnungsrelation unterscheiden:

1. Triadische Peirce-Zahlen: $1. < 2. < 3.$
2. Trichotomische Peirce-Zahlen: $.1 \leq .2 \leq .3$
3. Diagonale Peirce-Zahlen: $1.1 << 2.2 << 3.3.$

3. Zählt man linear, wie etwa bei den Peano-Zahlen, d.h.

1, 2, 3, ..., n,

wo sich das (n+1)-te Glied einfach durch Anwendung eines Sukzessionsoperator ($\sigma(n) = (n+1)$) ergibt, ohne dass irgendwo die Gefahr „flächiger Abweichung" (Rosser) besteht, dann stellt sich auch nicht das Problem, vor wessen Hintergrund gezählt wird. Sobald wir aber stattdessen von einer poly-linearen „layer-„Struktur ausgehen, entsteht nicht nur ein flächenartiges Zählschema, sondern wegen der triadischen „Verschachtelung“ entstehen auch lineare Leerräume vor und nach den semiotischen Zahlen. Man kann das wie folgt andeuten:

$\emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

$\emptyset \quad 1 \rightarrow 2 \rightarrow \uparrow \quad \emptyset \quad \emptyset$

$1 \rightarrow \ \uparrow \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset.$

Allerdings fehlen in dieser Darstellung die morphismischen Abbildungen zwischen den Leerstellen. Folgt man der obigen Definition des Zeichens, wie sie Bense (1979, S. 53, 67) gegeben hatte, gibt es nur eine Möglichkeit, dieses Zählschema sowohl durch Objekte wie auch durch die Abbildungen zwischen ihnen zu vervollständigen:

$$\begin{tikzcd}
\emptyset \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 \\
\emptyset \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[u, dashed] \arrow[r] & 2 \arrow[u] \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed] \\
1 \arrow[u, dashed] \arrow[r] & \emptyset \arrow[u] \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed]
\end{tikzcd} .$$

Damit gelten also u.a. folgende Beziehungen:

$(1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 1) = (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow 1)$

$(1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 1) \subset ((1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow 2) =$

$1 \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow 1 \rightarrow 2))$

Wir müssen dann die Nullstellen wie folgt interpretieren:

$$
\begin{tikzcd}
\emptyset \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 \\
\emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[u, dashed] \\
1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1, \arrow[u, dashed]
\end{tikzcd}
$$

so dass die Inklusionen sowohl in der Horizontalen wie in der Vertikalen erfüllt sind. Damit entsteht in der linken oberen Ecke eine interessante Dreicksmatrix von Nullheiten. Wenn wir horizontal die „layers" der poly-linearen Zählung berücksichtigen

$$
\begin{tikzcd}
\emptyset \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 & n+2 \\
\emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[u, dashed] & n+1 \\
1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[u, dashed] & n,
\end{tikzcd}
$$

dann bekommen wir also einerseits erwartungsgemäss

$(1^{n} \subset 2^{n+1})$

$(2^{n+1} \subset 3^{n+2})$

$(1^{n} \subset 3^{n+2})$,

andererseits aber auch

$((1^{n} \subset \emptyset^{n+1} \subset \emptyset^{n+2})$

$(1^{n} \subset 1^{n+1} \subset \emptyset^{n+2})$

$(1^{n} \subset 2^{n+1} \subset 1^{n+2})$

$(1^{n} \subset 2^{n+1} \subset 2^{n+2})$

$(1^{n} \subset 2^{n+1} \subset 3^{n+2})$.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Semiotisches Zählen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Das quadratische Wachstum der Anzahl von Subzeichen

1. Nach Ausweis der semiotischen Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

gelten folgende Teilmengen der vollständigen Zeichenrelation:

M = {1.1, 1.2, 1.3}

O = {2.1, 2.2, 2.3}

I = {3.1, 3.2, 3.3}.

Falls man triadische Haupt- und trichotomische Stellenwerte unterscheidet, überschneiden sich die entsprechenden Mengen:

$Tr_M = \{\underline{1.1}, 1.2, 1.3\}$ $Tt_M = \{\underline{1.1}, 2.1, 3.1\}$

$Tr_O = \{2.1, \underline{2.2}, 2.3\}$ $Tt_O = \{1.2, \underline{2.2}, 3.2\}$

$Tr_I = \{3.1, 3.2, \underline{3.3}\}$ $Tt_I = \{1.3, 2.3, \underline{3.3}\}$

(Auf diese Weise lassen sich die semiotischen Diagonalzahlen bilden.)

2. Allerdings setzen sowohl die semiotische Matrix als auch die oben gegebenen Mengen ein lienares Zeichenmodell

$ZR = (M \subset O \subset I)$

voraus, das dem nicht-linearen Modell

$ZR = (M \subset ((M \subset O) \subset (M \subset O \subset I))$,

das Bense (1979, S. 53) vorschwebte, zuwiderläuft.

Will man nun die Mengen der Subzeichen aufgrund der zuletzt gegebenen Zeichenrelation bilden, so erhält man ein interessantes Ergebnis:

$M = \{1.1\}$

$O = \{1.1, 1.2, 2.1, 2.2\}$

$I = \{1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 1.3, 3.1, 2.3, 3.2, 3.3\}$,

denn nach der Definition der Zeichenrelation als „Relation über Relationen" (Bense) stellt ja (1.2) das semiosisch geringste Objekt und (1.3) den semiosisch geringsten Interpretanten dar. Anders gesagt: In der monadischen Relation M nur die Erstheit erscheinen, in der dyadischen Relation O können nur Erst- und Zweitheit erscheinen, und erst in der triadischen Relation I des Zeichens selbst können Erstheit, Zweitheit und Drittheit erscheinen. Da wir somit

$\mathrm{card}(M) = 1$

$\mathrm{card}(O) = 4$

$\mathrm{card}(I) = 9$

haben, liegt für die 3-gliedrige semiotische Folge von ZR, d.h. für $n \in \{1, 2, 3\}$ mit $\mathrm{card}(n) = n^2$ quadratisches Wachstum vor.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Charakterisierung der Peirceschen Dualsysteme durch Variablen semiotischer Heteromorphismen

1. In Toth (2011) wurde gezeigt, daß es zu jedem semiotischen Dualsystem

DS = (3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3)

zwei (und nicht nur eine) Diamantendarstellung gibt, die man aus leicht einzusehenden Gründen den zeichentheoretischen Diamanten

$$\begin{array}{ccc} & (3.a\ 2.b) \quad \leftarrow & (b.2\ a.3) \\ & | & | \\ (3.a\ 2.b) \rightarrow & (2.b\ 1.c) \quad \circ & (c.1\ b.2) \rightarrow (b.2\ a.3) \\ & | & | \\ & (3.a\ 2.b) \quad \rightarrow & (b.2\ a.3) \end{array}$$

und den realitätstheoretischen Diamanten

$$\begin{array}{ccc} & (c.1\ b.2) \quad \leftarrow & (2.b\ 1.c) \\ & | & | \\ (c.1\ b.2) \rightarrow & (b.2\ a.3) \quad \circ & (3.a\ 2.b) \rightarrow (2.b\ 1.c) \\ & | & | \\ & (c.1\ b.2) \quad \rightarrow & (2.b\ 1.c), \end{array}$$

nennen kann.

Somit besitzt auch jedes semiotische Dualsystem zwei Heteromorphismen (und nicht nur einen)

(3.a 2.b) ← (b.2 a.3)

(c.1 b.2) ← (2.b 1.c),

die selbst wiederum dual zueinander sind.

×(3.a 2.b) = (b.2 a.3)

×(c.1 b.2) = (2.b 1.c).

2. In einem weiteren Schritt kann man nun für die Variablen a, b und c Werte aus der Menge S = (1, 2, 3) der Primzeichen einsetzen, so zwar, daß die Ordnungsrelation

Zkl = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

bzw.

Rth = (c.1 b.2 a.3) mit $c \leq b \leq a$

erfüllt ist. Da in einem semiotischen Dualsystem im folgenden unterstrichenen Primzeichen konstant sind

Zth = ($\underline{3}$.a $\underline{2}$.b $\underline{1}$.c) × (c.$\underline{1}$ b.$\underline{2}$ a.$\underline{3}$) = Rth,

genügt es natürlich, semiotische Dualsysteme allein durch ihre trichotomischen Stellenwerte zu charakterisieren. Diese Charakteristik (genauer: Abbildung) ist außerdem wegen der Ordnung ($a \leq b \leq c$) für Zkln bzw. ($c \leq b \leq a$) für Rthn umkehrbar eindeutig:

(111) × (111)

(112) × (211)

(113) × (311)

(122) × (221)

(123) × (321)

(133) × (331)

(222) × (222)

(223) × (322)

(233) × (332)

(333) × (333)

Wenn man nun nochmals die beiden Heteromorphismen pro Dualsystem betrachtet

(3.a 2.b) ← (b.2 a.3)

(c.1 b.2) ← (2.b 1.c)

erkennt man, daß folgende Gleichungen gelten.

Für Zeichenklassen:

(.a .b .c) = (3.a 2.b) ∪ (2.b 1.c)

Für Realitätsthematiken:

(c. b. a.) = (c.1 b.2) ∪ (b.2 a.3),

jeweils mit 1, 2, 3 = const.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Dualsysteme und Diamantenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Relationale Einbettungszahlen und Ordnungsrelationen

1. Die Ordnungsrelationen der Peirce-Bense-Semiotik sind von mir schon in Toth (1996) behandelt worden, vgl. auch Toth (2006/08, S. 64 ff.). Nach Toth (2012a) sind relationale Einbettungszahlen (REZ) definiert durch ein Paar

$RE = <m, {}_{n}]>$,

aus $m \in$ Peanozahlen und einem n-stufigen Einbettungsoperator, und eine ihrer auffälligsten Eigenschaften, wie bereits in Toth (2012b) bemerkt, besteht darin, daß bei ihnen im Gegensatz zu den Benseschen Relationszahlen (Bense 1981, S. 26 ff.) Dualia und Konversionen nicht zusammenfallen, vgl.

$\times(1.3) = (1.3)^0 = (3.1)$,

hingegen

$\times[1, 2] \neq [1_{-1}, 1]$

$\times[1, 3] \neq [1_{-2}, 1]$

$\times[2, 3] \neq [1_{-2}, 2]$.

Allgemein gilt also

$[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$

und daher

$\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$,

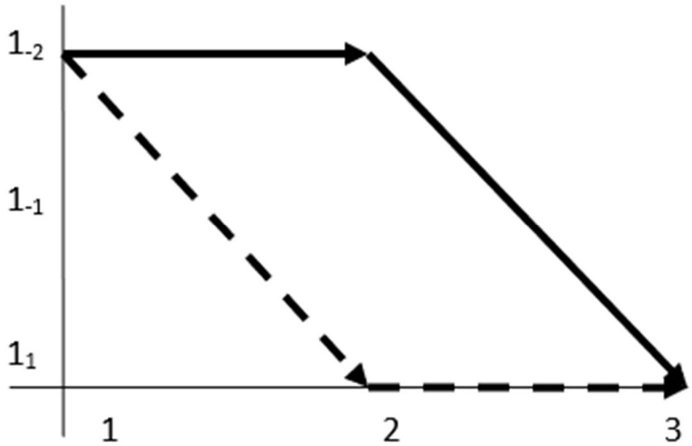
d.h. jede REZ ist eine Menge von zwei REZ

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$.

2. Nehmen wir als erstes Beispiel die Peirce-Bensesche Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) und deren duale Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3). In der entsprechenden REZ-Relation ausgedrückt:

$R_{REZ} = [[[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 2]], [1, 3]]$

$R_{REZ}{}^{\circ} = [[1_{-2}, 1], [[1_{1}, 2], [1_{1}, 3]]]$

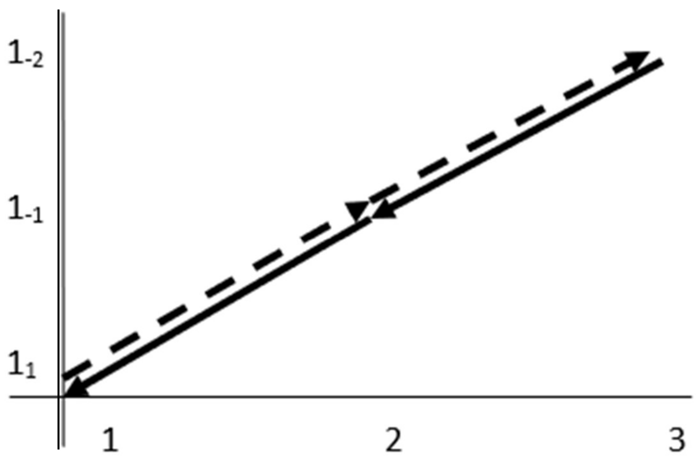


1_{-1}

Als zweites Beispiel stellen wir die Peircesche Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) und deren duale Kategorienthematik (1.1 2.2 3.3) dar. Als REZ-Relationen:

$R_{REZ} = [[[1_{-2}, 3], [1_{-1}, 2]], [1, 1]]$

$R_{REZ}{}^{\circ} = [[1, 1], [[1_{-1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$



Wie man bereits anhand dieser beiden Beispiele sieht, gibt es also in REZ-Ordnungsrelationen weder reflexive, noch symmetrische noch transitive Relationen, was das Verhältnis der beiden zueinander dualen Strukturen jeder REZ-Repräsentationsrelation anbelangt. Dieses Ergebnis mag auf den ersten Blick sehr überraschen, da REZ ja, ebenso wie Benses Relationszahlen, Relationen über Peanozahlen sind. Im Gegensatz zu den Relationszahlen sind jedoch die relationalen Einbettungszahlen, was ihre Peanozahl-Basis betrifft, hierarchisch gestuft, so daß z.B. keine Loops in den Graphen von Ordnungsrelationen auftreten können.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundriß einer ordnungstheoretischen Semiotik. : European Journal for Semiotic Studies 8, 1996, S. 503-526

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Konnexionen von Relationen aus relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen I

1. Bekanntlich hatte Bense die Peirceschen Kategorien der Erstheit oder M, der Zweitheit oder O, und der Drittheit oder I auf die Primzahlen (zuzüglich der 1), d.h. 1, 2, 3 abgebildet (1981, S. 17 ff.). Der Grund hierfür liegt zweifellos darin, daß Peirce ja die viel umfänglicheren Kategorientafeln seiner Vorgänger auf eine Tafel von nur 3 Kategorien reduziert hatte – und damit unterstellte, daß sich sämtliche weiteren Kategorien als Zusammensetzungen der drei Kategorien der Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit darstellen lassen. So erscheint bei Peirce z.B. die Qualität als (1.1), d.h. als Zusammensetzung der Möglichkeit mit sich selbst, die Quantität als (1.2), d.h. als Zusammensetzung der Möglichkeit mit der Wirklichkeit, und die Relation als (1.3), d.h. als Zusammensetzung der Möglichkeit mit der Notwendigkeit.

2. Wesentlich für uns ist hier aber die Abbildung der Zeichenbezüge auf die durch 1 erweiterten Primzahlen

(M, O, I) → {1, 2, 3}.

Daß keine Abbildungen auf die weiteren Primzahlen 5, 7, 11, ... vorgenommen werden, liegt wiederum an Peirce's Anspruch, alle weiteren Kategorien durch Zusammensetzung seiner drei Modalkategorien zu erklären.

Aus dieser Feststellung folgt also, daß die bereits von Peirce eingeführten "gebrochenen" Kategorien (vgl. Toth 2012) wie (1.1), (1.2), (1.3), (2.1) ... (3.3), da sie ja zusammengesetzte sind, nicht mehr auf die Primzahlen abbilden lassen. Da die Peircesche Arithmetik allerdings bei 3 aufhört, ist man im Grunde sehr überrascht, daß die nicht-primen natürlichen Zahlen, welche diese 9 paarweise zusammengesetzten Kategorien repräsentieren, nämlich

1, $\underline{2}$, 3, $\underline{4}$, $\underline{6}$, 9, von denen übrigens wegen $(1.2)^\circ = (2.1)$, $(1.3)^\circ = (3.1)$ und $(2.3)^\circ = (3.2)$ die unterstrichenen Zahlen doppelt aufscheinen, weit über die Zahl 3 hinausgehen. Schreibt man schließlich nicht nur die dyadischen Subzeichen, sondern auch die (vollständigen) triadischen Zeichenrelationen mittels natürlicher Zahlen

31 21 11 = (321)

31 21 12 = (322)

31 21 13 = (323)

31 22 12 = (342)

31 22 13 = (343)

32 22 12 = (642)

31 23 13 = (363)

32 22 13 = (643)

32 23 13 = (663)

33 23 13 = (963),

so erhält man Folgen natürlicher Zahlen, deren Produkte

6, 12, 18, 24, 36, 48, 54, 72, 108, 162

und deren zugehörige Intervallfolge

6, 6, 6, 12, 12, 6, 18, 36, 54

nicht nur weit über die Zahl 3 hinausgehen, sondern nach dem OEIS-Katalog beide keine bekannten arithmetischen Folgen darstellen.

Betrachtet man also die Peirce-Bense-Semiotik aus der Arithmetik, dann gilt die Triadizitätsbeschränkung nur für die drei "Fundamentalkategorien", aber keinesfalls für das als Triade behauptete Zeichen selbst, denn die den Dyaden sowie den Triaden und Trichotomien korrespondierenden natürlichen Zahlen lassen die Triadizität weit hinter sich. Vor allem aber besitzt die Peirce-Bense-

Semiotik offenbar eine höchst interessante arithmetische "Grundlagenschicht", deren Erforschung erst mit diesem Beitrag eingeleitet wurde.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Kategoriale Gebrochenheit und Monokontexturalität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen II

1. In Teil I dieser Untersuchung hatten wir uns mit dem kardinalen Aspekt der semiotischen Zahlen befaßt; hier wollen wir auf einige Probleme im Zusammenhang mit ihrer Ordinalität eingehen. Zuerst ist auf einen fundamentalen Widerspruch hinzuweisen: Zwar wurden die numerischen Entsprechungen der drei fundamentalen, d.h. im Peirceschen Sinne nicht-zusammengesetzten, Kategorien M, O und I (bzw. Erst-, Zweit- und Drittheit) von Bense (1981, S. 17 ff.) als "Primzeichen" eingeführt, weil auch die ersten drei (um die 1 erweiterten) Primzeichen, d.h. 1, 2, 3, mit den Kategorien das Merkmal der Unteilbarkeit teilen, aber da die Primzeichen nach Bense neben dem kardinalen und dem relationalen noch einen ordinalen Aspekt haben, sind sie somit gleichzeitig Primzahlen und keine Primzahlen.

2. Ferner folgt aus dem ordinalen Aspekt der Primzeichen, daß die in den Dyaden auftretenden gebrochenen Kategorien nicht nur, wie wir es in Toth (2012a) getan hatten, als ungeordnete, sondern nun auch als geordnete Mengen, d.h. Paare, definiert werden können. Wir haben also

<1, 1>, ..., <3, 3>.

Während also Primzeichen als Primzahlen darstellbar sind, handelt es sich bei den gleichzeitig kardinalen und ordinalen Subzeichen um rationale Zahlen. Wir bekommen somit

$$\begin{array}{lllll}
1 & > & \frac{1}{2} & > & \frac{1}{3} \\
\wedge & & \wedge & & \wedge \\
2 & > & 1 & > & \frac{2}{3} \\
\wedge & & \wedge & & \wedge \\
3 & > & 1\,\frac{1}{2} & > & 1.
\end{array}$$

Wie man sieht, gilt sowohl in den Triaden als auch in den Trichotomien die lineare Ordnung der Peanozahlen. Dyadische Subzeichen sind somit rationale Zahlen im Intervall [1, 3], allerdings ist deren Menge endlich, da nur bestimmte in diesem Intervall befindliche Zahlen als semiotische Zahlen definiert sind – es sind genau diejenigen, welche durch Abbildung der Peirceschen Kategorien auf Primzeichen in der Form gebrochener Kategorien darstellbar sind (vgl. Toth 2012b).

Nun gelten bekanntlich für rationale Zahlen die beiden elementaren Gesetze

$(a, b) + (c, d) = (a \cdot d + b \cdot c, b \cdot d)$

$(a, b) \cdot (c, d) = (a \cdot c, b \cdot d)$,

d.h. wir erhalten z.B.

$(1, 1) + (2, 2) = (4, 2)$ $\quad$ $(1, 1) \cdot (2, 2) = (2, 2)$

$(2, 2) + (3, 3) = (12, 6)$ $\quad$ $(2, 2) + (3, 3) = (6, 6)$

$(1, 1) + (3, 3) = (6, 3)$ $\quad$ $(1, 1) + (3, 3) = (3, 3)$.

Im Falle von Zeichenklassen und Realitätsthematiken, die als Paare von Dyaden darstellbar sind, erhalten wir z.B.

$(3, 1) + (2, 3) + (1, 3) = ((3.1) + (2, 3)) + ((2, 3) + (1, 3)) = (12, 3) + (9, 3) = (63, 9)$.

Somit gilt also nicht nur für den in Toth (2012a) dargestellten kardinalen Aspekt semiotischer Zahlen, sondern auch für deren ordinalen Aspekt, daß sie schon durch die Anwendung der Grundrechenarten weit über die durch die Peircesche Triadizitätsbeschränkung gesetzte Zahl 3 hinausgehen.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kategoriale Gebrochenheit und Monokontexturalität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen III

1. Nachdem in Teil I der kardinale und in Teil II der ordinale Aspekt semiotischer Zahlen behandelt wurde, geht es hier um die relationalen Zahlen, d.h. einen neuen Zahlentyp, den Bense (1981, S. 25 f.) gleichzeitig in die Semiotik und in die Arithmetik eingeführt hatte: "Eine Zahl gehört zum Typus der Relationalzahl, wenn sie weder den kardinalen Mengencharakter, noch den ordinalen Bezugscharakter, sondern auf der vorausgesetzten Basis beider (als Isomorphieklasse) eine relationale Kennzeichnung intendiert".

2. Als Relationalzahlen können besonders die in Toth (2012a) eingeführten semiotischen Vermittlungszahlen definiert werden. Innerhalb der triadischen Zeichenrelation gilt

$V(1) := (2, 3)$

$V(2) := (1, 3)$

$V(3) := (1, 2)$.

Damit bekommen wir die folgende relationale Vermittlungsmatrix

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2},

d.h. wir haben bereits auf der 1. Vermittlungsstufe neben Elementen auch Mengen von Elementen. Gehen wir zur 2. Vermittlungsstufe über, dann bekommen wir

$V^2(1, 1) = \{2, 3, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, 2) = \{3, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, 3) = \{2, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, \{1, 2\}) = \{2, 3, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, \{1, 3\}) = \{2, 3, \{1, 2\}, \{2, 3\}\}$

...

$V^2(\{2, 3\}, \{2, 3\}) = \{1, 2, 3, \{1, 2\}, \{1, 3\}\}$,

d.h. Mengen von Mengen von Elementen, usw., so daß wir also eine theoretisch unendliche Hierarchie ineinandergeschachtelter Mengen, ausgehend von der von Bense (1981, S. 17 ff.) definierten Menge von Primzeichen P = {1, 2, 3}, erhalten.

3. Was die dyadischen Subzeichen und die aus Paaren von ihnen zusammengesetzten triadischen Zeichenrelationen (sowie trichotomischen Realitätsthematiken) betrifft, so gilt für sie die Definition, die Bense (1979, S. 53) gegeben hatte

$ZR = (1.a \rightarrow ((1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.a \rightarrow 2.b \rightarrow 3.c)))$,

d.h. ZR ist (in Benses eigenen Worten) eine "Relationen über Relationen" bzw. eine "verschachtelte Relation", und sie hat somit die allgemeine mengentheoretische Form

$ZR = \{A \rightarrow \{\{B\} \rightarrow \{C\}\}\}$.

Da ZR ferner rekursiv definiert ist, bekommen wir auf den nächsten 3 ZR-Stufen

$ZR' = (1.a \rightarrow ((1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow 3.c)))$

$ZR'' = (1.a \rightarrow ((1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow 2.b)) \rightarrow 3.c)))$

$ZR''' = (1.a \rightarrow ((1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow 2.b))) \rightarrow 3.c)))$, usw.,

d.h. wir erhalten, wie bereits auf der Ebene monadischer Relationen, so auch auf derjenigen dyadischer und triadischer Relationen unendliche Hierarchien von relationalen, d.h. vermittelten und verschachtelten, Folgen natürlicher (Toth 2012b) sowie rationaler (Toth 2012c) Zahlen, z.B. für ZR ... ZR'''

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$,

$ZR' = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow 3)))$

$ZR'' = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2)) \rightarrow 3)))$

$ZR''' = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))) \rightarrow 3)))$, usw.

Diese Einbettungen von Mengen theoretisch unendlichen Grades heben nun zwar nicht wie die in Toth (2012a, b) behandelten kardinalen und ordinalen semiotischen Zahlen die Peircesche Triadizitätsbeschränkung allgemeiner Relationen auf, ersetzen aber die ursprüngliche Dreiheit der Semiosen, d.h. der Partialrelationen dieser triadischen Relationen, durch Folgen unendlich vermittelter sowie unendlich verschachtelter zusätzlicher Partialrelationen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Vermittlung von Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

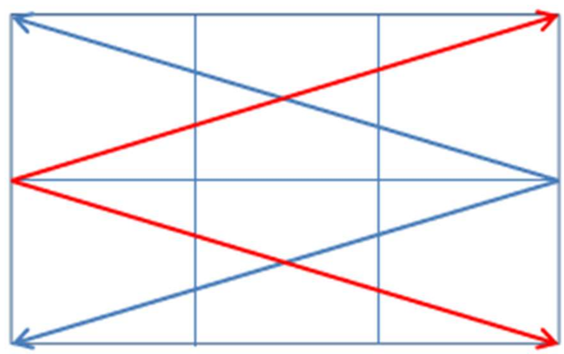
Toth, Alfred, Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a, b

Konverse Zeichenfunktionen

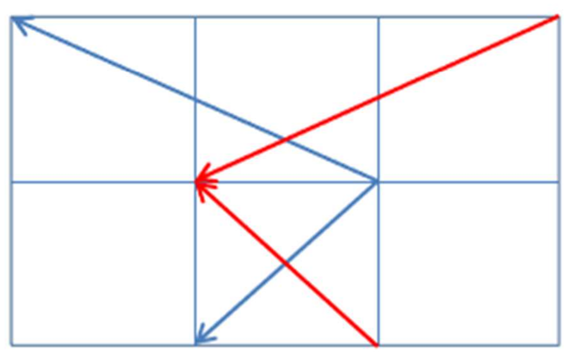
1. Auch im vorliegenden Beitrag wird die herkömmliche Konzeption der auf dem relationalen Zeichenmodell gründenden Peirce-Bense-Semiotik (vgl. Bense 1979, S. 53, 67) ersetzt durch die in Toth (2012a) eingeführte funktionale Konzeption im Sinne der bereits von Bense selbst angedeuteten, die "Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein überbrückenden" (1975, S. 16) Zeichenfunktion als zweistelliger Funktion mit "Welt und Bewußtsein" bzw. Objekt und Subjekt als Domänen und den in Toth (2012b) eingeführten Repräsentationsklassen statt Dualsystemen von Zeichenklassen und Realitätsthematiken als Codomäne.

2. Als inverse Zeichenfunktionen definieren wir informell aus je zwei Teilfunktionen zusammengesetzte Abbildungen, bei denen Domänen und Codomänen ausgetauscht sind. Sie haben somit keinerlei Ähnlichkeit mit den in Toth (2012c) besprochenen komplementären Zeichenfunktionen.

$Rkl(I.M, O.M, M.M) := (Z^4, O^1, S^1)$

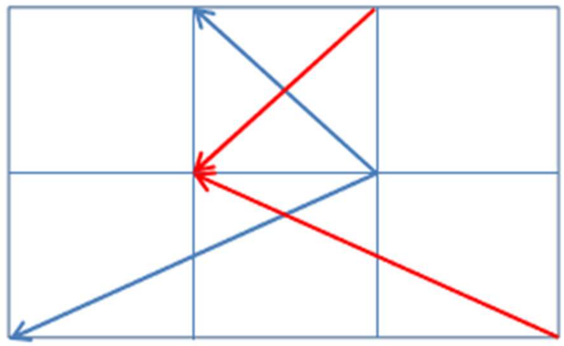


$Rkl(I.M, O.M, M.O) := (Z^3, O^2, S^1)$

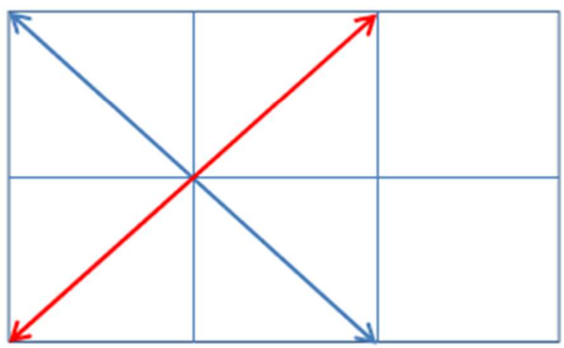


$O.M, M.I) := (Z^3, O^1, S^2)$

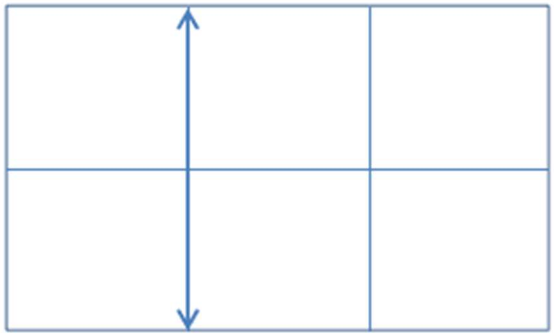
Rkl(I.M, O.M, M.I) := (Z^{3}, O^{1}, S^{2})



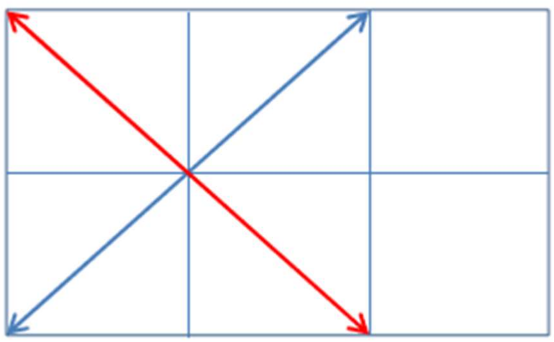
Rkl(I.M, O.O, M.O) := (Z^{2}, O^{3}, S^{1})



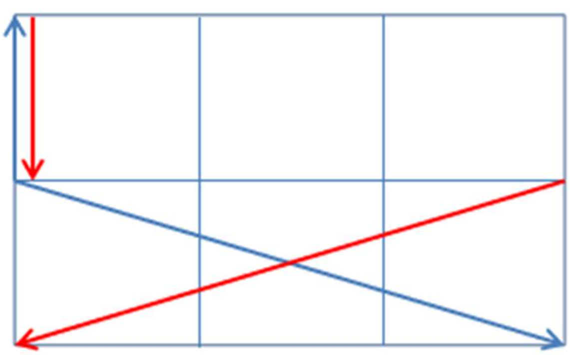
Rkl(I.M, O.O, M.I) := (Z^{2}, O^{2}, S^{2})



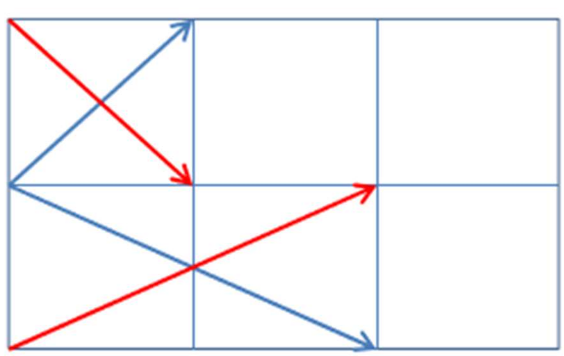
Rkl(I.M, O.I, M.I) := (Z^2, O^1, S^3)

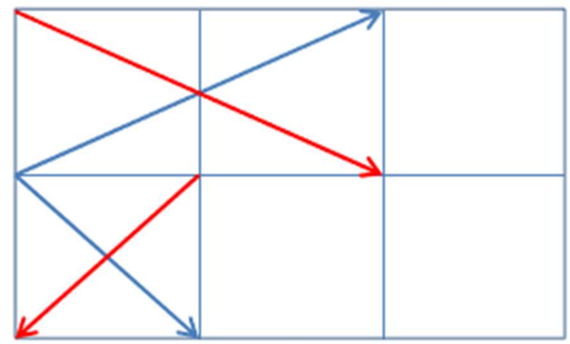


Rkl(I.O, O.O, M.O) := (Z^1, O^4, S^1)

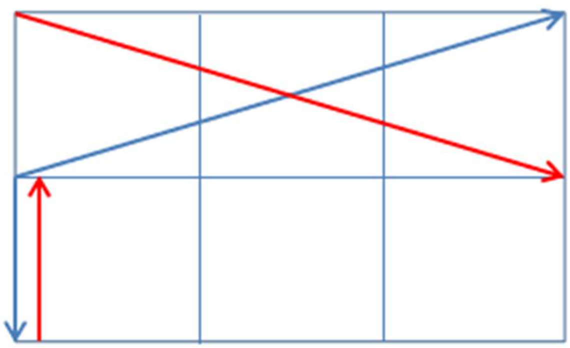


Rkl(I.O, O.O, M.I) := (Z^1, O^3, S^2)





Rkl(I.I, O.I, M.I) := (Z^1, O^1, S^4).



Der Funktionsgraph von Rkl(I.M, O.O, M.I) := (Z^2, O^2, S^2) ist somit selbst-invers, eine Eigenschaft, welche diese Zeichenfunktion mit der Selbstdualität der eigenrealen Zeichenklasse teilt (vgl. Bense 1992). Man beachte in Sonderheit, das die letzten vier konversen Zeichenfunktionen, d.h. genau die Teilmenge der dicentischen sowie der argumentischen Zeichenklassen, unzusammenhängende Funktionsgraphen haben.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979f

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Die Vollständigkeit der Subjekt-Objekt-Vermittlung durch das Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Repräsentationsdifferenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Komplementäre Zeichenfunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

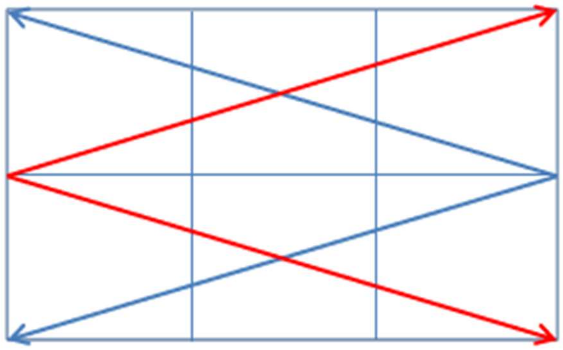
Konverse Repräsentationsklassen und Realitätsthematiken

1. Der Ersatz des relationalen durch ein funktionales Zeichenmodell aufgrund des Vorschlags von Bense, daß die Zeichenfunktion "die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein überbrückt" (1975, S. 16) und die daraus folgende Konsequenz, daß das Zeichen aus seinem "semiotischen Universum" (Bense) befreit und statt zu den vermittelten Kategorien Objektbezug und Interpretantenbezug zu den unvermittelten Kategorien Objekt und Subjekt in Abhängigkeit gesetzt wird, hat, wie bereits in Toth (2012a-c) festgestellt, u.a. zur Aufgabe der von Bense durch Dualisation aus den Zeichenklassen konstruierten Realitätsthematiken geführt. Man mache sich bewußt, daß in dem verdoppelten semiotischen Repräsentationsschema die Zeichenklasse den Subjektpol und die Realitätsthematik den Objektpol der zeichenhaften Vermittlung der Realität thematisiert. Das ist die Voraussetzung für Benses bekannten Satz: "Gegeben ist, was repräsentierbar ist" (1981, S. 11). Dies ist ein modernes Credo für ein nicht nur semiotisches, sondern für ein pansemiotisches Universum, das weder ein objektales noch ein subjektales Universum, weder einen ontischen noch einen erkenntnistheortischen Raum neben sich duldet, zwischen denen es vermitteln könnte.

2. Nichtsdestotrotz kann es auch in einer Semiotik, welche als Basismodell eine Zeichenfunktion, die zwischen Ontik und Meontik oder Epistemik vermittelt, den Realitätsthematiken vergleichbare Funktionen geben, und zwar die in Toth (2012d) eingeführten konversen Repräsentationsfunktionen. Wie man aus der folgenden formalen Gegenüberstellung von konversen Repräsentationsfunktionen und Realitätsthematiken ersehen wird, gibt es die ersteren allerdings nur für sechs von zehn triadischen Repräsentationsfunktionen, da die Funktionsgraphen der letzten vier unzusammenhängend sind.

2.1. Rkl(I.M, O.M, M.M) := (Z^4, O^1, S^1)

KRkl = $(Z^4, O^1, S^1)^{-1} = (Z^1, O^4, S^4)$

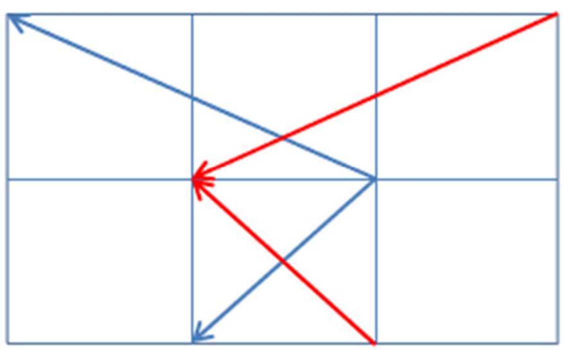


Zkl(3.1, 2.1, 1.1)

Rth = ×(3.1, 2.1, 1.1) = (1.1, 1.2, 1.3)

2.2. Rkl(I.M, O.M, M.O) :=(Z^3, O^2, S^1)

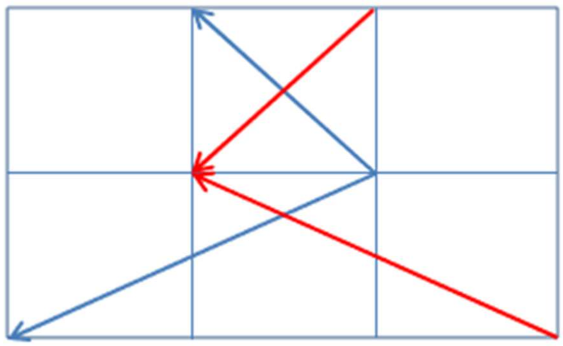
KRkl = $(Z^3, O^2, S^1)^{-1} = (Z^2, O^3, S^4)$



Zkl(3.1, 2.1, 1.2)

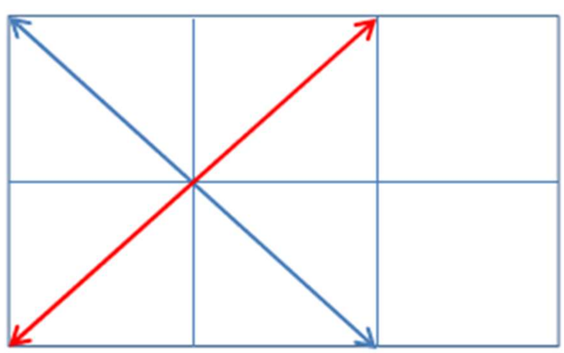
Rth = ×(3.1, 2.1, 1.2) = (2.1, 1.2, 1.3)

2.3. Rkl(I.M, O.M, M.I) := (Z^3, O^1, S^2)
KRkl = (Z^3, O^1, S^2) $^{-1}$ = (Z^2, O^4, S^3)



Zkl(3.1, 2.1, 1.3)
Rth = ×(3.1, 2.1, 1.3) = (3.1, 1.2, 1.3)

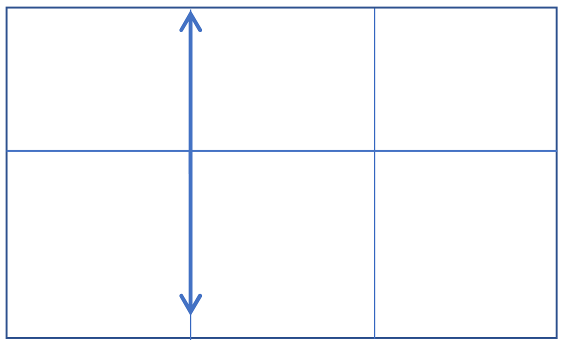
2.4. Rkl(I.M, O.O, M.O) := (Z^2, O^3, S^1)
KRkl = (Z^2, O^3, S^1) $^{-1}$ = (Z^2, O^1, S^3)



Zkl(3.1, 2.2, 1.2)
Rth = ×(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1, 2.2, 1.3)

2.5. Rkl(I.M, O.O, M.I) := (Z^2, O^2, S^2)

KRkl = $(Z^2, O^2, S^2)^{-1} = (Z^2, O^2, S^2)$

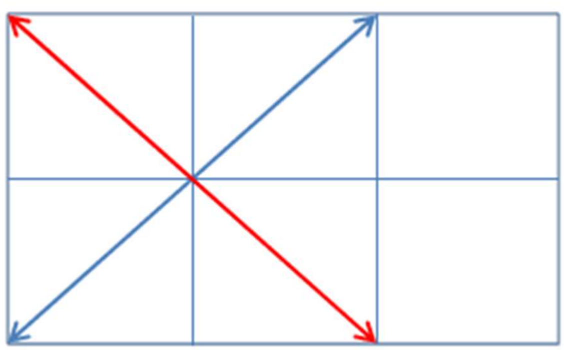


Zkl(3.1, 2.2, 1.3)

Rth = ×(3.1, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 1.3)

2.6. Rkl(I.M, O.I, M.I) := (Z^2, O^1, S^3)

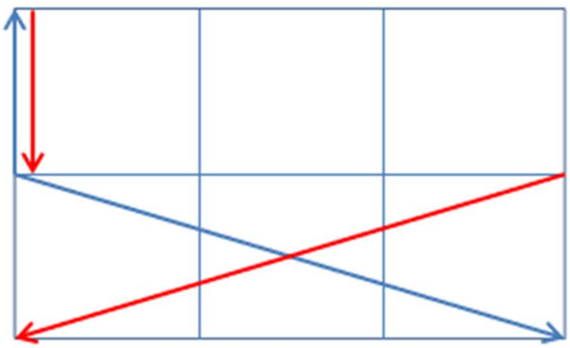
KRkl = $(Z^2, O^1, S^3)^{-1} = (Z^2, O^3, S^1)$



Zkl(3.1, 2.3, 1.3)

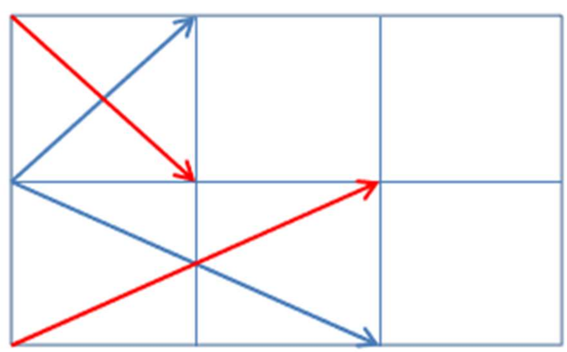
Rth = ×(3.1, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2, 1.3)

2.7. $Rkl(I.O, O.O, M.O) := (Z^1, O^4, S^1)$
$KRkl = (Z^1, O^4, S^1)^{-1} = (S^1, Z^1), (Z^4, O^1)$



Zkl(3.2, 2.2, 1.2)
Rth = ×(3.2, 2.2, 1.2) = (2.2, 2.2, 2.3)

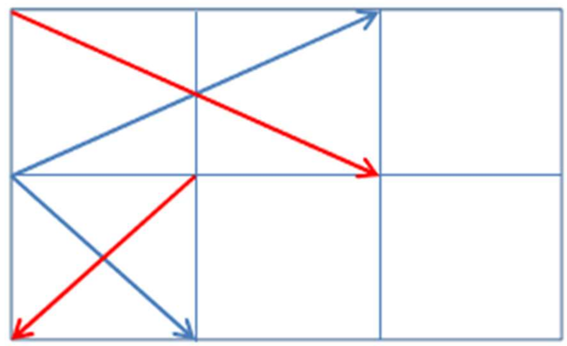
2.8. $Rkl(I.O, O.O, M.I) := (Z^1, O^3, S^2)$
$KRkl = (Z^1, O^3, S^2)^{-1} = (S^1, Z^2), (O^1, Z^3)$



Zkl(3.2, 2.2, 1.3)
Rth = ×(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 2.3)

2.9. $Rkl(I.O, O.I, M.I) := (Z^1, O^2, S^3)$

$KRkl = (Z^1, O^2, S^3)^{-1} = (S^1, Z^3) (Z^2, O^1)$

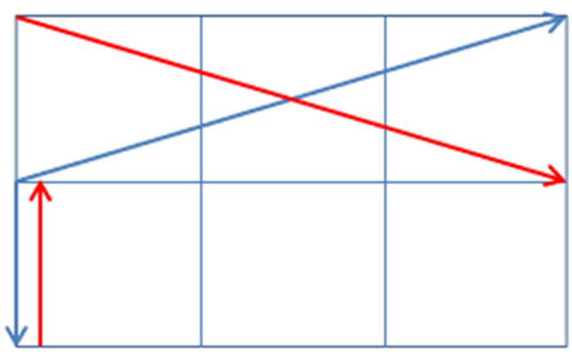


$Zkl(3.2, 2.3, 1.3)$

$Rth = \times(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.3)$

2.10. $Rkl(I.I, O.I, M.I) := (Z^1, O^1, S^4)$

$KRkl = (Z^1, O^1, S^4)^{-1} = (S^1, Z^4), (S^1, Z^1)$



$Zkl(3.3, 2.3, 1.3)$

$Rth = \times(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2, 3.3)$

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zum erkenntnistheoretischen Status des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Objekt- und Subjektvermittlung des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Repräsentationsdifferenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Konverse Zeichenfunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Zwei eigenreale Relationstypen bei REZ-Relationen

1. Eine REZ ist allgemein definiert als (vgl. Toth 2012)

$RE = \langle m, {}_{n}] \rangle$,

wobei gilt

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$.

Allgemein gilt also

$[1_{-a}, b]^{0} = [b, a(+1)]$,

und speziell im Mittelbezug (da $\times[1, 1]$ natürlich dualidentisch ist)

$\times[1, 2] = [1_{-1}, 1]$

$\times[1, 3] = [1_{-2}, 1]$.

2. Sehen wir uns nun die beiden Relationstypen der Eigenrealitätsklasse sowie der Kategorienklasse an. Bense hatte zu letzterer ja bemerkt, sie stelle Eigenrealität „schwächerer Repräsentation“ dar (1992, S. 40):

$$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1, 3]]] \quad (1)$$

$$[[[1_{-2}, 3] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 1]] \quad \times \quad [[1, 1] \rightarrow [[1_{-1}, 2] \rightarrow [1_{-2}, 3]]] \quad (2)$$

Wir wollen bei (1) von Relationstyp A und bei (2) bei Relationstyp B sprechen. Diese Abtrennung von Relations-Typen von den eigentlichen Relationen ist deswegen notwendig, weil in der Peano-Darstellung der entsprechenden Peirce-Bense-Relationen

$ER = (3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$

$KR = (3.3\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.2\ 3.3)$

duale und konverse Subzeichen ja zusammenfallen, d.h. es gilt hier $\times(a.b) = (a.b)^0 = (b.a)$, wogegen im REZ-System diese Regel nur für die beiden oben genannten Fälle des Mittelbezugs gilt, da anonsten die zu einer REZ-Relation konverse Relationen gar nicht definiert ist; vgl. z.B. $[1_{-1}, 3]^0 \neq [3, 1_{-1}]$. Das bedeutet nun folgendes: Zwar haben sowohl die REZ- als auch die Peirce-Bense-Darstellungen von ER und KR jeweils die gleichen Relationstypen, aber Chreoden gibt es nur dort, wo a priori identische Partialrelationen vorliegen, d.h. wo diese nicht erst (wie bei Peirce-Bense) durch Konversion entstehen! Die Transformationen zwischen REZ-ER und REZ-KR sind somit

$$\begin{array}{llllllll}
\mathrm{ER} & [1_{-2}, 1] & & [1, 3] & & [1_{-2}, 1] & & [1, 3] \\
 & \updownarrow & \mathrm{O} = \mathrm{const.} & \updownarrow & & \updownarrow & \mathrm{O} = \mathrm{const.} & \updownarrow \\
\mathrm{KR} & [1_{-2}, 3] & & [1,1] & & [1_{-2}, 3] & & [1,1]
\end{array}$$

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Permutationen von Realitätsthematiken

1. Wie wir in Toth (2012) festgestellt hatten, treten bei der Notation triadischer Ordnungsrelationen als geordnete Paar die beiden folgenden Strukturen auf:

$ZR^3_{1,1} = <<1.a, 2.b>, 3.c>$

$ZR^3_{2,1} = <1.a, <2.b, 3.c>>$.

Hinzu kommen dann je 5 weitere permutationelle Ordnungen

$ZR^3_{2,2} = <1.a, <3.c, 2.b>>$	$ZR^3_{1,2} = <<1.a, 3.c>, 2.b>$
$ZR^3_{2,3} = <2.b, <1.a, 3.c>>$	$ZR^3_{1,3} = <<2.b, 1.a>, 3.c>$
$ZR^3_{2,4} = <2.b, <3.c, 1.a>>$	$ZR^3_{1,4} = <<2.b, 3.c>, 1.a>$
$ZR^3_{2,5} = <3.c, <1.a, 2.b>>$	$ZR^3_{1,5} = <<3.c, 1.a>, 2.b>$
$ZR^3_{2,6} = <3.c, <2.b, 1.a>>$	$ZR^3_{1,6} = <<3.c, 2.b>, 1.a>$.

2. Die Verdoppelung sowohl zeichen- als auch realitätsthematischer Strukturen einerseits sowie deren je sechsfache Permutabilität andererseits hat nun enorme Konsequenzen für eine (längst ausstehende) Theorie der Peirce-Benseschen "strukturellen" oder "entitätischen" Realitäten, denn diese sind ja seit jeher im Gegensatz zu den Zeichenklassen nicht triadisch, sondern dyadisch definiert, nicht eingeschlossen die triadische sowie dreifach thematisierte Realität des Zeichen selbst.

Rth1 = $<1.1, <1.2, 1.3>>$	Rth6 = $<3.1, <2.2, 2.3>>$
Rth2 = $<2.1, <1.2, 1.3>>$	Rth7 = $<<3.1, 3.2>, 1.3>$
Rth3 = $<<2.1, 2.2>, 1.3>$	Rth8 = $<<3.1, 3.2>, 2.3>$
Rth4 = $<2.1, <2.2, 2.3>>$	Rth9 = $<3.1, <3.2, 3.3>>$
Rth5 = $<3.1, <1.2, 1.3>>$	$Rth_1 10 = <<3.1, 2.2>, 1.3>$
	$Rth_2 10 = <3.1, <2.2, 1.3>>$.

Wie man nun nämlich leicht erkennt, kann man jede Realitätsthematik um die ihr fehlende alternative Thematisationsstruktur ergänzen. Man erhält dann

$Rth_1 1 = <1.1, <1.2, 1.3>>$	$Rth_2 1 = <<1.1, 1.2>, 1.3>$
$Rth_1 2 = <2.1, <1.2, 1.3>>$	$Rth_2 2 = <<2.1, 1.2>, 1.3>$
$Rth_1 3 = <<2.1, 2.2>, 1.3>$	$Rth_2 3 = <2.1, <2.2, 1.3>>$
$Rth_1 4 = <2.1, <2.2, 2.3>>$	$Rth_2 4 = <<2.1, 2.2>, 2.3>$
$Rth_1 5 = <3.1, <1.2, 1.3>>$	$Rth_2 5 = <<3.1, 1.2>, 1.3>$
$Rth_1 6 = <3.1, <2.2, 2.3>>$	$Rth_2 6 = <<3.1, 2.2>, 2.3>$
$Rth_1 7 = <<3.1, 3.2>, 1.3>$	$Rth_2 7 = <3.1, <3.2, 1.3>>$
$Rth_1 8 = <<3.1, 3.2>, 2.3>$	$Rth_2 8 = <3.1, <3.2, 2.3>>$
$Rth_1 9 = <3.1, <3.2, 3.3>>$	$Rth_2 9 = <<3.1, 3.2>, 3.3>$

Wie bereits gesagt, besitzt die eigenreale Zeichenthematik bereits beide Strukturen

$Rth_1 10 = <<3.1, 2.2>, 1.3>$ $\qquad$ $Rth_2 10 = <3.1, <2.2, 1.3>>$.

3. Wenn wir jedoch Rth10 betrachten, so finden wir, daß hier im Gegensatz zu allen übrigen Repräsentationssystemen die in den Subdyaden befindlichen komplexen Relationen nicht dem gleichen triadischen Zeichenbezug angehören, d.h. während inhomogene Thematisate bereits unter den übrigen neun Repräsentationssystemen auftreten, treten sie nur im Falle von Rth10 auch innerhalb der Thematisanten auf. Wir können somit von den bisher gültigen Thematisationsstrukturen (mit paarweise verschiedenen a ... e)

$Rth_1 = <a.b, <c.d, c.e>>$ $\qquad$ $Rth_2 = <<a.b, a.d>, c.e>$

übergehen zu den verallgemeienerten Strukturen

$Rth_1 = <a.b, <c.d, e.f>>$ $\qquad$ $Rth_2 = <<a.b, c.d>, e.f >$.

Z.B. haben wir also anstatt wie bisher

$Rth_{1,1} 7 = <<3.1, 3.2>, 1.3>$ $\qquad$ $Rth_{2,1} 7 = <3.1, <3.2, 1.3>>$

nun neu

$Rth_{1,1}7 = <<3.1, 3.2>, 1.3>$ $Rth_{2,1}7 = <3.1, <3.2, 1.3>>$

$Rth_{1,1}7 = <<3.1, 1.3>, 3.2>$ $Rth_{2,1}7 = <3.1, <1.3, 3.2>>$

$Rth_{1,1}7 = <<3.2, 3.1>, 1.3>$ $Rth_{2,1}7 = <3.2, <3.1, 1.3>>$

$Rth_{1,1}7 = <<3.2, 1.3>, 3.1>$ $Rth_{2,1}7 = <3.2, <1.3, 3.1>>$

$Rth_{1,1}7 = <<1.3, 3.1>, 3.2>$ $Rth_{2,1}7 = <1.3, <3.1, 3.2>>$

$Rth_{1,1}7 = <<1.3, 3.2>, 3.1>$ $Rth_{2,1}7 = <1.3, <3.2, 3.1>>$

Wenn die in Toth (2012) formulierte These korrekt ist, daß es die sog. Realitätsthematiken und nicht die Zeichenthematiken sind, welche die Bausteine der Semiotik darstellen und daß die Zeichenthematiken die Bausteine einer semiotischen Handlungstheorie darstellen, wobei die Austauschrelationen von Subjekt zu Objekt zu den folgenden subjektiv-objektiven Korrelate führen: Mittelbezug – Instrument, Objektbezug – Subjektbezug, Bedeutung – Absicht (bzw. Intension – Intention), dann würde dies bedeuten, daß die zwei Mal sechs Strukturvarianten jeder Realitätsthematik in Bezug auf die Tätigkeiten, welche ein Subjekt an Objekten ausübt, zu deuten wären. Die verzwölffachte Theore der strukturellen bzw. entitätischen Realitäten wäre dann eine in den Grenzen der triadisch-trichotomischen Semiotik vollständige semiotische Handlungstheorie.

Bibliographie

Toth, Alfred, Triaden als geordnete Paare. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Zur Bestimmung gerichteter Objekte

1. Gerichtete Objekte (vgl. Toth 2012a) können im Rahmen der elementaren Systemtheorie durch

$S_o = [\mathfrak{o}_1, \mathfrak{o}_2]$

definiert werden. Dadurch ergibt sich eine systemische Isomorphie zur Definition von Zeichen als

$S_z = [z, \mathfrak{o}]$,

d.h. es gilt $S_o \cong S_z = [\mathfrak{o}_1, \mathfrak{o}_2] \cong [z, \mathfrak{o}]$.

2. Zeichen sind also nur hinsichtlich der von ihnen bezeichneten Objekte selber vermittelte Objekte. Hingegen können gerichtete Objekte entweder unvermittelt, d.h. in der Form S_o, oder vermittelt als

$S_{ov} = [\mathfrak{o}_1, \mathfrak{o}_3, \mathfrak{o}_2]$

auftreten. Für S_o gilt dann also $\mathfrak{o}_3 = 0$, d.h. zwischen den beiden gerichteten Objekten liegt ein Null-Objekt.

3. Objekte kommen in verschiedenen Einbettungsstufen vor (vgl. Toth 2012b). Ein Vorläufer dieser Idee ist die phänomenologische Unterscheidung von Art, Gattung und Familie. Dadurch wird ein System S in Subsysteme zerlegt

$S_n = [S_1, [S_2, [S_3, \ldots [S_n,$

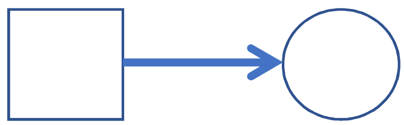
wobei die systemischen Einschachtelungen formal den kumulativen Mengen-Hierarchien entsprechen, d.h. es gilt

$[S_1, [S_2, [S_3, \ldots [S_n = [S_n \supset [S_{n-1}, [S_{n-2}, \ldots [S_1.$

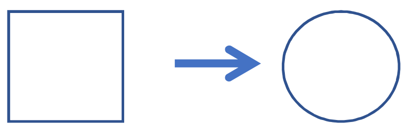
4. Der sog. Einbettungsgrad eines Objektes als Teilsystem bzw. in ein Teilsystem beantwortet also die Frage, WO ein Objekt liegt. Auf die Frage, WIE ein Objekt liegt, antwortet die Theorie der Objektabbildungen (vgl. Toth 2012c), wobei die drei Hauptabbildungstypen Exessivität, Adessivität und Inessivität wie folgt definiert sind

Exessivität: $\omega_1 \in \{\omega_1\} \rightarrow \omega_2 \in \{\omega_1\}$

Adessivität: $\omega_1 \rightarrow \omega_2$



Inessivität: $\{\omega_1\} \rightarrow \{\omega_2\}$



Da man Einzelobjekte als gerichtete Objekte einführen kann, indem man sie als Abbildungen der Domänen auf sich selbst definiert, kann also jedes Objekt als exessiv betrachtet werden, wenn es in einem anderen Objekt eingebettet ist, als adessiv, wenn es ein anderes berüht, und als inessiv, wenn es frei steht. Damit wird die Theorie der Objektabbildungen isomorph zur Theorie der semiotischen Objektbezüge.

5. Da Paare gerichteter Objekte (und man kann bekanntlich jedes n-tupel in ein geordnetes Paar umformen) entweder extrinsisch oder intrinsisch bzw. "symphysisch" oder nicht-"symphysisch" zusammenhängen, wobei sich eine "stärkere" oder "schwächere" Verbindung zwischen ihnen ergibt, wurden in Toth (2012d) die beiden Eigenschaften der materialen Detachierbarkeit (δ) und der objektalen Objektabhängigkeit (ω) eingeführt.

Z.B. ist ein Hausnummernschild zwar detachierbar, aber objektabhängig, da es nur ein einziges Referenzobjekt besitzt, an dem es angebracht ist. Hingegen ist eine Busnummer zwar ebenfalls von seinem Träger, dem Bus, detachierbar, sie ist jedoch nicht von ihm objektabhängig, da nicht der Bus, sondern die bestimmte, von einem Bus mit der entsprechenden Nummer befahrene Fahrstrecke oder Linie ihr Referenzobjekt ist.

Die beiden Objekteigenschaften δ und ω sind daher parametrisierbar, und dementsprechend sind also die vier Kombination $[+\delta +\omega]$, $[+\delta -\omega]$, $[-\delta +\omega]$ und $[-\delta -\omega]$ zu unterscheiden.

6. Die in Toth (2012e) eingeführten Objektsorten beziehen sich auf das Material (sowie dessen Struktur), aus dem ein Objekt besteht:

$\mathfrak{o} = \{m_1, ..., m_1\}$,

wobei sich die Struktur durch Ordnungsrelationen definieren läßt. Allerdings liegt nicht nur den Objekten selber, sondern auch ihrem Material eine kumulative Mengenhierarchie zugrunde

$m_i, \{m_i\}, \{\{m_i\}\}, ...$

denn der Begriff der Objektsorte muß ja für Objekte aller Abstraktionsstufen, d.h. für

$\mathfrak{o}, \{\mathfrak{o}\}, \{\{\mathfrak{o}\}\}, ...$

anwendbar sein, wobei die kumulative Objekt-Hierarchie natürlich derjenigen der Zeichen (vgl. Bense 1971, S. 53 isomorph ist). Zudem kann bei Objektsorten zwischen (sich überschneidenden) Klassen von Objekten unterschieden werden, die spezifisch extra-, ad- oder intersystemisch auftreten.

So wird z.B. zwischen Haus- und Gartenmöbeln unterschieden. Gewisse Spielgeräte (z.B. Sandkästen, Kletterbäume, Baumhäuser) tauchen ebenfalls nur in den Umgebungen des Systems Wohnhaus auf, dagegen ist die Objektsorte Schwimmbad material differenziert, je nachdem, ob sie intra- oder extrasystemisch auftritt (Planschbecken vs. Swimming Pool). Adsystemische

Türen (z.B. Hauseingänge) unterscheiden sich fast immer von intrasystemischen (Wohnungstüren) oder extrasystemischen (Türen von Gartenschuppen, Gattern usw.).

7. Die Theorie der Stufigkeit von Objekten (die oft mit deren Sortigkeit zusammenängt, vgl. Toth 2012f) ist noch wenig entwickelt. Z.B. gibt es in der Architektur charakteristische Unterschiede zwischen Systemen gleicher Einbettungsstufe, aber verschiedener Stufigkeit (z.B. Wohnungen pro Etage vs. Keller vs. Estrich, oder selbst zwischen den Wohnungen pro Etage). Ferner ist die Stufigkeit von Objekten häufig wertassoziiert, insofern z.B. Häuser, die auf Anhöhen liegen, sozial als höherwertig eingestuft werden als solche, die in Niederungen stehen.

8. Objekte können unvermittelt oder vermittelt zugänglich sein (vgl. Toth 2012g). Z.B. sind Wohnungen innerhalb von Wohnblocks immer durch Treppenhäuser sowie Eingangsbereiche mit der Umgebung des Systems Wohnblock vermittelt. Die Vermittlung kann ferner von Objektsorten abhängig sein. Z.B. sind Ufer seeseitig nur durch schwimmende Fahrzeuge, Schienenwege nicht von Personen oder Autos, Autostraßen nicht durch Schienenfahrzeuge, usw. zugänglich. Außerdem sind sehr tiefe Einbettungsstufen meist nicht Subjekten, sondern nur Objekten zugänglich, z.B. Schränke, sofern sie keine Walk-in Closets sind, Warenlifte, Wandsafes, usw.

Bemerkung: Reichlich Material zu allen hier besprochenen Hauptpunkten der Theorie gerichteter Objekte und Weiteres findet man in der 22-teiligen Typologie in Toth (2012h).

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Einbettungen von Teilsystemen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Die Lage von Objekteinbettungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Detachierbarkeit und Objektabhängigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Gemischtsortige Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Toth, Alfred, Gestufte Sortigkeit und gesortete Stufigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012f

Toth, Alfred, Objektrestringierte Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012g

Toth, Alfred, Typengerichteter Objekte I-XXII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012h

Durch Objekte und Zeichen gerichtete Systeme

1. Die beiden Seiten von Systemen können durch (evtl. leere) Ränder vermittelt sein (vgl. Toth 2012a-c)

$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$

mit $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$ oder $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$,

denn S und U stehen in einer Austauschrelation

$S \rightleftarrows U$

und nicht in einer Ordnungsrelation, welche die Existenz einer Kontexturgrenze voraussetzt wie dies z.B. bei Zeichen und Objekt der Fall ist

$\mathfrak{Z} \parallel \mathfrak{O}$,

denn zwar hängt das, was in einem System S* Außen und das was Innen ist, von der Perspektive des Beobachters ab, nicht aber das, was in einer logischen Dichotomie Zeichen bzw. Subjekt und was Objekt ist. Wären Subjekt und Objekt ebenso perspektivisch-austauschbar und nicht dichotomisch-kontextural geschieden wie Außen und Innen, dann würde in letzter Konsequenz der Zeichenbegriff sich auflösen, da Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar wären.

2. Somit gilt für Systeme

$S_1 = [A, [I]]$

$S_2 = [I, [A]]$

mit $S^* = [S_1 \cup S_2]$.

Für logische Dichotomien jedoch gilt

$S_1 = [\mathfrak{O} \parallel \mathfrak{Z}]$

$S_2 = [\mathfrak{Z} \parallel \mathfrak{O}]$

mit $S^* \neq [S_1 \cup S_2]$.

Vielmehr können sowohl Objekte als auch Zeichen in Systemen enthalten sein, d.h. es gibt die je zwei Möglichkeiten

$x \in [A, [I]]$

$x \in [I, [A]]$.

Wegen $S^* = [S_1 \cup S_2]$ gilt dann natürlich auch

$x \in S^*$.

Das bedeutet aber, daß jedes $x \in \{\mathfrak{o}, \mathfrak{z}\}$ zunächst unabhängig von der Perspektivität eines Systems ist (das seinerzeit aber wohl abhängig von der Beobachterperspektive ist). Noch prägnanter gesagt: Ein Objekt sowohl als auch ein Zeichen verändern sich nicht, ob sie S_1 oder S_2 angehören, denn es kümmert sie die Relativität des Außen und Innen von Systemen keineswegs. Andererseits aber treten sie aber sekundär sowohl mit den Systemen oder Teilsystemen, in denen sie liegen, bzw. mit anderen Objekten und Zeichen, die in den gleichen Teilsystemen liegen, im Sinne gerichteter Objekte in n-tupel-Relationen.

3. Aus diesen Überlegungen folgt nun aber, daß nicht nur – wie Bense sagte – Zeichen, sondern daß auch Objekte als "Raumstörungen" aufgefaßt werden können, insofern sie die Systeme bzw. Teilsysteme, denen sie angehören, in Paare von Teilsystemen partitionieren, welche der nächst tieferen Einbettungsstufe angehören. Es gilt somit für jedes $x \in \{\mathfrak{o}, \mathfrak{z}\}$ und jede Einbettungsstufe n

$x \in S_n \rightarrow S_n = [S^1{}_{n-1} \cup S^2{}_{n-1}]$.

Z.B. zerlegt ein in ein Zimmer gestellter Tisch dieses Zimmer vom Einbettungsgrad 3 in zwei Teilräume des Einbettungsgrades 4, nämlich den Tisch selbst und den Rest des Teilsystems, dem er angehört. Ebenso zerlegt z.B. ein Hausnummernschild die Hausfassade, an der es angebracht ist, in zwei Teilsysteme des Einbettungsgrades 2 des Adystems $[U, S_1]$, usw. Auch in diesem

Fall der "Raumstörung" durch Objekte und Zeichen führt also die Partitionierung der Teilsysteme nicht etwa zu deren logischer Dichotomisierung, d.h. auch die partitionierten Teilsysteme tieferen Einbettungsgrades stehen zueinander immer noch – oder besser gesagt: wiederum – in perspektivischer Austausch- und nicht in kontextureller Ordnungsrelation.

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zeichen mit Rändern

1. In Toth (2012a) hatten wir ein elementares System durch

$S^* = [S_i, S_j]$,

definiert, wobei i und j nicht adjazent sein müssen, d.h. daß nicht notwendig i = j, i < j oder i > j gelten muß. Da S^* eine Austausch- und keine Ordnungsrelation ist, können wir perspektivische Systeme der Form S^* auf zwei Arten definieren

$S^{\lambda *} = [S_i, [S_j]]$

$S^{\rho *} = [S_j, [S_i]]$.

2. $S^{\lambda *}$ und $S^{\rho *}$ sind jedoch sog. randlose Systeme, die in der Objekttheorie (Toth 2012b-d) keine Entsprechungen haben. Z.B. gehört eine Hauswand nach topologischer Auffassung zum System des Hauses und nur zu diesem. Sie liefert also keine den realen Gegebenheiten adäquate Formalisierung von Objekten wie z.B. Türen, Fenstern und Balkonen. Wir hatten deshalb Systeme mit Rand eingeführt und durch

$S^{**} = [S_i, \mathcal{R}[S_i, S_j], [S_j]]$

mit $\mathcal{R}[S_i, S_j] = \emptyset$ oder $\mathcal{R}[S_i, S_j] \neq \emptyset$

definiert.

(Die Klausel dient u.a. dazu, Zero-Raumteilungen nicht aus der Systemdefinition auszuschließen, d.h. randlose Systeme sind Spezialfälle von Systemen mit Rand.)

2. In der Definition von S^{**} gibt es also für einen Rand drei Möglichkeiten: a) er ist die Menge der zwischen zwei adjazenten Teilsystemen bestehenden partizipativen Austauschrelationen, b) er gehört zur Umgebung, und c) er gehört zum System. Den Fall a) definiert bereits S^{**}; die Fälle b) und c) können wie folgt definiert werden:

$S^{\lambda**} = [[S_i, \mathcal{R}[S_i, S_j]], S_j]$

$S^{\rho**} = [S_i, [\mathcal{R}[S_i, S_j], S_j]]$

(Man bemerkt, daß eine gesonderte Einbettung desjenigen Teilsystems, zu dem der Rand gehört, nunmehr natürlich entfällt.)

Da man ferner nach Toth (2012b) auch Kombinationen mit perspektivisch vertauschten Rändern annehmen kann ("um die Ecke gucken"), haben wir wir außerdem

$S^{\lambda1**} = [[S_i, \mathcal{R}[S_i, S_j]], S_j]$ $\quad$ $S^{\lambda2**} = [[S_j, \mathcal{R}[S_i, S_j]], S_i]$

$S^{\lambda3**} = [[S_i, \mathcal{R}[S_j, S_i]], S_j]$ $\quad$ $S^{\lambda4**} = [[S_j, \mathcal{R}[S_j, S_i]], S_i]$

sowie

$S^{\rho1**} = [S_i, [\mathcal{R}[S_i, S_j], S_j]]$ $\quad$ $S^{\rho2**} = [S_j, [\mathcal{R}[S_i, S_j], S_i]]$

$S^{\rho3**} = [S_i, [\mathcal{R}[S_j, S_i], S_j]]$ $\quad$ $S^{\rho4**} = [S_j, [\mathcal{R}[S_j, S_i], S_i]]$,

d.h. für jedes System S* 8 Basissysteme aus je 2 Teilsystemen mit Rändern.

3. Wegen der bereits in Toth (2012e) sowie in weiteren Arbeiten aufgezeigten Objekt-Zeichen-Isomorphie ist es naheliegend, ein dem obigen 8er-System für Objekte korrespondierendes 8er-System für Zeichen zu definieren. Als semiotische Entsprechung des objektalen (ontischen) Randes dient natürlich der semiotischen Mittelbezug. Hingegen können für die paarweisen Teilsysteme sowohl der Objekt- als auch der Interpretantenbezug eingesetzt werden. Damit bekommen wir

3.1. mit $O =: S_i$ und $I =: S_j$

$S^{\lambda1**} = [[O, \mathcal{R}[O, I]], I]$ $\quad$ $S^{\lambda2**} = [[I, \mathcal{R}[O, I]], O]$

$S^{\lambda3**} = [[O, \mathcal{R}[I, O]], I]$ $\quad$ $S^{\lambda4**} = [[I, \mathcal{R}[I, O]], O]$

$S^{\rho1**} = [I, [\mathcal{R}[O, I], O]]$ $\quad$ $S^{\rho2**} = [O, [\mathcal{R}[O, I], I]]$

$S^{\rho3**} = [I, [\mathcal{R}[I, O], O]]$ $\quad$ $S^{\rho4**} = [O, [\mathcal{R}[I, O], I]]$

3.2. mit I =: S_i und O=: S_j

$S^{\lambda 1**} = [[I, \mathcal{R}[I, O]], O]$ $\quad$ $S^{\lambda 2**} = [[O, \mathcal{R}[I, O]], I]$

$S^{\lambda 3**} = [[I, \mathcal{R}[O, I]], O]$ $\quad$ $S^{\lambda 4**} = [[O, \mathcal{R}[O, I]], I]$

$S^{\rho 1**} = [O, [\mathcal{R}[I, O], I]]$ $\quad$ $S^{\rho 2**} = [I, [\mathcal{R}[I, O], O]]$

$S^{\rho 3**} = [O, [\mathcal{R}[O, I], I]]$ $\quad$ $S^{\rho 4**} = [I, [\mathcal{R}[O, I], O]]$

3.3. Zeichen-Zusammenhänge in S** können somit auf drei Arten, nämlich von beiden Relata, d.h. Einbettungsgraden, sowie von beiden Positionen der Einbettungen aus bewerkstelligt werden, vgl. das folgende arbiträre Beispiel:

$[[S_1], S_2]$

$[S_3, [S_4]]$ ——— $[S_5, [S_6]]$

$[S_7, [S_8]]$.

Bibliographie

Toth, Alfred, Perspektivische Austauschrelationen I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Zur Isomorphie von Objekt und Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 20123

Objektive Subjekte und subjektive Objekte

1. Wir waren zuletzt in Toth (2012a, b) von den folgenden dreifachen Objekt-Zeichen-Isomorphieschema mit Vermittlung ausgegangen

x	≅	[x, y]	≅	y
{x}	≅	{[x, y]}	≅	{y}
{{x}}	≅	{{[x, y]}}	≅	{{y}}
{{{x}}}	≅	{{{[x, y]}}}	≅	{{{y}}}
{{{{x}}}}	≅	{{{{[x, y]}}}}	≅	{{{{y}}}}
{{{{{x}}}}}	≅	{{{{{[x, y]}}}}}	≅	{{{{{y}}}}}
{{{{{{x}}}}}}	≅	{{{{{{[x, y]}}}}}}	≅	{{{{{{y}}}}}}.

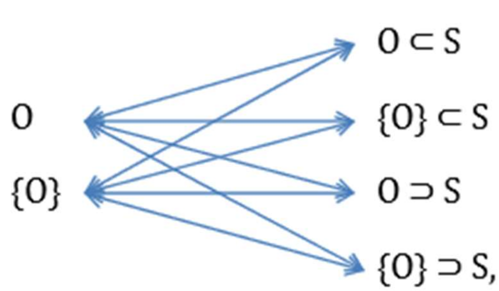
Danach kann man Objekte und Zeichen in systemischer Abhängigkeit

S = [obj. Obj., subj. Obj.]

definieren und also die Differenz von Ontik und Semiotik selbst auf den Systembegriff zurückführen:

	objektive Objekte	subjektive Objekte
1. Abstraktionsklasse	O	$O \subset S$
2. Abstraktionsklasse	{O}	$\{O\} \subset S$

2. Diese 4 systemischen Glieder sind jedoch Teil eines symmetrischen Systems



d.h. wir benötigen ferner das zum obigen konverse Paar

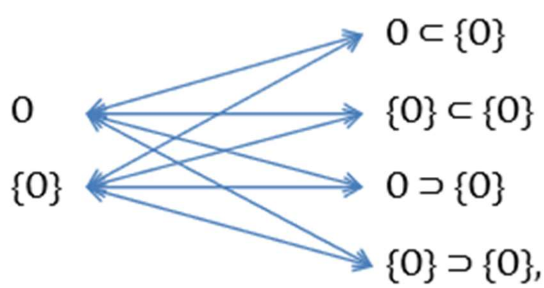
$O \supset S$

$\{O\} \supset S$.

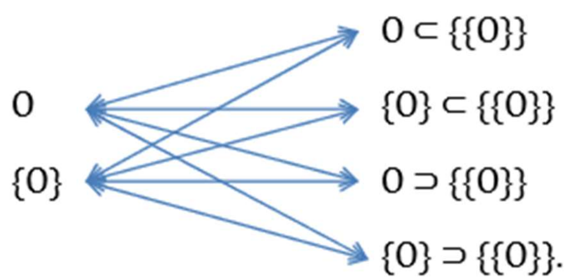
Da nun gemäß dem Isomorphieschema

Z = {O}

gilt, d.h. das Zeichen als Abstraktionsklasse oder Invariante eines Objektes eingeführt wird, können wir diese Invarianten als *wahrgenommene Objekte* bestimmen und sie von den Zeichen als *erkannte Objekte* trennen. Mit anderen Worten: Wir akzeptieren nur explizit, d.h. thetisch eingeführte Objekte als Zeichen und schließen uns damit z.B. Joedicke (1985, S. 10) an. Zeichen gehören als zur Erkenntnistheorie, wahrgenommene Objekte hingegen zur Wahrnehmungstheorie. Die letzteren können allerdings insofern als präsemiotisch aufgefaßt werden, als sie zwischen den Objekten als "facta bruta" und den metaobjektiven Zeichen vermitteln (vgl. auch Bense 1981, S. 28 ff.). Damit haben wir zunächst



allerdings dürfte dieses Zwischenergebnis wegen des im Isomorphieschema involvierten Stufensystems falsch sein, denn man kann natürlich nicht nur Objekte, sondern auch die gesamte Hierarchie ihrer Invarianten, d.h. Repräsentationsklassen, zu Zeichen erklären! Das obige Schema liefert somit nur die Verhältnisse für die 1. Stufe. Für die 2. Stufe ergibt sich somit



Diese verdoppelten objektiven Subjekte und subjektiven Objekte (auf der rechten Seite) teilen sich nunmehr somit in die beiden Teilklassen

	subjektive Objekte	objektive Subjekte
1. Abstraktionsklasse	$0 \subset \{0\}$	$0 \supset \{0\}$
2. Abstraktionsklasse	$0 \subset \{\{0\}\}$	$0 \supset \{\{0\}\}$
3. Abstraktionsklasse	$\{0\} \subset \{0\}$	$\{0\} \supset \{0\}$
4. Abstraktionsklasse	$\{0\} \subset \{\{0\}\}$	$\{0\} \supset \{\{0\}\}$,

und wir dürfen uns fragen, welche Realität denn die objektiven Subjekte repräsentieren. Werfen wir dazu einen Blick auf die folgende Tabelle aus Klaus (1965, S. 49):

	Abbilder	Abgebildetes
Gedanken *A*	Sprache *Z*	Objekte *O*
Begriffe	Wörter Syntagmen	Dinge Eigenschaften Beziehungen
Aussagen	Aussagesätze	Sachverhalte

Klarerweise sind die Abbilder Zeichen, denn die Sprache als Ganze ebenso wie ihre Wörter, Syntagmen, Aussagesätze usw. sind sprachliche und somit metasemiotische Gebilde. Noch klarer ist, daß Klaus Objekte mit den unseren übereinstimmen. Dagegen nehmen wahrgenommene Objekte aber eine Mittelstellung zwischen Objekten und Zeichen ein, denn wenn wir Objekte wahrnehmen, bilden wir sie ja noch nicht auf sprachliche Zeichen ab, sondern auf Invarianten, und diese sind ja zunächst immer noch Teile der Objekte selbst, da man z.B. nicht mit den Invarianten von Tischen Stühle wahrnehmen kann. Wenn wir gewisse Objekte als anziehend empfinden, dann handelt es sich zweifellos um eine subjektive Interpretationen dieser Objekte, aber dadurch ändert sich an den Objekten selbst nichts, da Subjekte die Eigenschaften von Objekten per definitionem nicht verändern können (vgl. auch Bense 1975, S. 39 ff.) und es somit eben die Objekte und nicht die Subjekte sind, die attraktiv sind. Als Subjekte sind wir somit Teil dieser Objekte, solange wir diese nur wahrnehmen. Erkennen wir sie aber, d.h. machen wir uns Abbilder von ihnen in der Form von Zeichen, dann kehrt sich das Teil-Ganzes-Verhältnis um, und die Objekte werden Teil der Subjekte. Man beachte übrigens, daß die natürlichen Sprachen diesen Unterschied zwischen wahrgenommenen und erkannten Objekten sehr genau machen, wie die folgenden Grammatizitätskontraste beweisen:

a) Dieser Kuchen sieht aber lecker aus!

b) *Dieser Kuchen sieht für mich aber lecker aus!

c) *Ich scheine diesem Kuchen aber lecker!

In der b)-Variante schleicht sich das Subjekt qua Restriktion einer Objektseigenschaft ein – der Satz ist bereits auf dieser Zwischenstufe ungrammatisch. Erst recht ungrammatisch wird er in der c)-Variante, wo das Objekt-Subjekt-Verhältnis konvertiert wird. Man beachte, daß c) nicht deswegen ungrammatisch ist, weil dem Kuchen als Objekte keine Gefühle von Subjekten zugebilligt werden, sondern weil die Eigenschaft der Leckerheit in diesem Satz eine solche des Objektes und nicht des Subjektes ist! Aus dem selben Grunde ist der folgende d)-Satz im Gegensatz zum e)-Satz nur humoristisch akzeptabel, denn d) betrifft eine Objekt-, e) jedoch eine Subjekteigenschaft:

d) Dieser Kuchen zieht mich magisch an.

e) Diese Frau zieht mich magisch an.

Wir dürfen damit die objektiven Subjekte als wahrgenommene Objekte und die subjektiven Objekte wie anfänglich bestimmt weiterhin als erkannte Objekte, d.h. als Zeichen bestimmen:

	Zeichen	wahrgenommene Objekte
1. Abstraktionsklasse	$O \subset \{O\}$	$O \supset \{O\}$
2. Abstraktionsklasse	$O \subset \{\{O\}\}$	$O \supset \{\{O\}\}$
3. Abstraktionsklasse	$\{O\} \subset \{O\}$	$\{O\} \supset \{O\}$
4. Abstraktionsklasse	$\{O\} \subset \{\{O\}\}$	$\{O\} \supset \{\{O\}\}$.

Das bedeutet nun aber, daß Zeichen und wahrgenommene Objekte perspektivische Systeme darstellen, d.h. daß sie die Basis-Austauschrelation zwischen einem System und seiner Umgebung

$[S \rightleftarrows U(S)]$

auf ontisch-semiotischer Ebene wiederholen. Zeichen und wahrgenommene Objekte sind somit nicht wie die Basis-Dichotomie von Objekt und Zeichen kontexturell getrennt

$[O \perp Z]$

und stehen nicht in Ordnungsrelation zueinander. Als temptatives genetisches Schema ergibt sich somit

$$0 \quad \perp \quad \{0\}$$

$$\begin{array}{ccc}
\swarrow & & \searrow \\
0 \subset \{0\} & \rightleftarrows & 0 \supset \{0\} \\
0 \subset \{\{0\}\} & \rightleftarrows & 0 \supset \{\{0\}\} \\
\{0\} \subset \{0\} & \rightleftarrows & \{0\} \supset \{0\} \\
\{0\} \subset \{\{0\}\} & \rightleftarrows & \{0\} \supset \{\{0\}\}.
\end{array}$$

Bibliographie

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Toth, Alfred, Objekt, Idee, Bild. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das Zeichen als Funktion von Objekt und Subjekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Objekte, Subjekte und Ränder

1. In Toth (2012a) hatten wir gezeigt, daß sich Zeichen und Objekte auf subjektive Objekte und objektive Subjekte im Rahmen der Fundierung von Semiotik und Ontik auf die Systemtheorie zurückführen lassen, wobei die die Kontexturgrenzen zwischen Objekt und Zeichen etablierenden Ordnungs-reltionen durch perspektivische Austauschrelationen ersetzt werden

	objektive Objekte	subjektive Objekte
1. Abstraktionsklasse	0	$0 \subset S$
2. Abstraktionsklasse	$\{0\}$	$\{0\} \subset S$.

2. Da man nicht nur Objekte, sondern auch Abstraktionsklassen, d.h. Invari-anten, zu Zeichen erklären kann, läßt sich die obige Tabelle auf zunächst vier Stufen erweitern:

	Zeichen	wahrgenommene Objekte
1. Abstraktionsklasse	$0 \subset \{0\}$	$0 \supset \{0\}$
2. Abstraktionsklasse	$0 \subset \{\{0\}\}$	$0 \supset \{\{0\}\}$
3. Abstraktionsklasse	$\{0\} \subset \{0\}$	$\{0\} \supset \{0\}$
4. Abstraktionsklasse	$\{0\} \subset \{\{0\}\}$	$\{0\} \supset \{\{0\}\}$.

Als temptatives ontisch-semiotisches genetisches Schema ergab sich

$$\begin{array}{ccc}
 & 0 \quad \perp \quad \{0\} & \\
\swarrow & & \searrow \\
0 \subset \{0\} & \rightleftarrows & 0 \supset \{0\} \\
0 \subset \{\{0\}\} & \rightleftarrows & 0 \supset \{\{0\}\} \\
\{0\} \subset \{0\} & \rightleftarrows & \{0\} \supset \{0\} \\
\{0\} \subset \{\{0\}\} & \rightleftarrows & \{0\} \supset \{\{0\}\}.
\end{array}$$

2. Nun hatten wir bereits zuvor, in Toth (2012b), die verdoppelte und isomorphe Objekt-Zeichen-Hierarchie mit Vermittlungssystem

x	≅	[x, y]	≅	y
{x}	≅	{[x, y]}	≅	{y}
{{x}}	≅	{{[x, y]}}	≅	{{y}}
{{{x}}}	≅	{{{[x, y]}}}	≅	{{{y}}}
{{{{x}}}}	≅	{{{{[x, y]}}}}	≅	{{{{y}}}}
{{{{{x}}}}}	≅	{{{{{[x, y]}}}}}	≅	{{{{{y}}}}}
{{{{{{x}}}}}}	≅	{{{{{{[x, y]}}}}}}	≅	{{{{{{y}}}}}}

ihrerseits auf vermittelte Objekt-Zeichen-Systeme zurückgeführt, zwar für beide perspektivischen Teilsysteme:

1. mit $S_1 := O$, $S_2 := Z$

$S^{\lambda 1**} = [[O, \mathcal{R}[O, Z]], Z]$ $\quad$ $S^{\lambda 2**} = [[Z, \mathcal{R}[O, Z]], O]$

$S^{\lambda 3**} = [[O, \mathcal{R}[Z, O]], Z]$ $\quad$ $S^{\lambda 4**} = [[Z, \mathcal{R}[Z, O]], O]$

$S^{\rho 1**} = [Z, [\mathcal{R}[O, Z], O]]$ $\quad$ $S^{\rho 2**} = [O, [\mathcal{R}[O, Z], Z]]$

$S^{\rho 3**} = [Z, [\mathcal{R}[Z, O], O]]$ $\quad$ $S^{\rho 4**} = [O, [\mathcal{R}[Z, O], Z]]$

2. mit $S_1 := Z$, $S_2 := O$

$S^{\lambda 1**} = [[Z, \mathcal{R}[Z, O]], O]$ $\quad$ $S^{\lambda 2**} = [[O, \mathcal{R}[Z, O]], Z]$

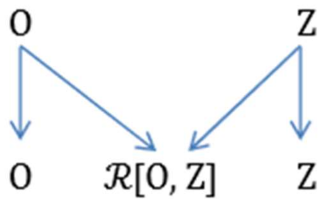
$S^{\lambda 3**} = [[Z, \mathcal{R}[O, Z]], O]$ $\quad$ $S^{\lambda 4**} = [[O, \mathcal{R}[O, Z]], Z]$

$S^{\rho 1**} = [O, [\mathcal{R}[Z, O], Z]]$ $\quad$ $S^{\rho 2**} = [Z, [\mathcal{R}[Z, O], O]]$

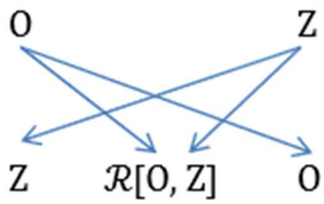
$S^{\rho 3**} = [O, [\mathcal{R}[O, Z], Z]]$ $\quad$ $S^{\rho 4**} = [Z, [\mathcal{R}[O, Z], O]]$

3. Damit kann man nun diese 2 mal 8 Systeme auf nur 4 perspektiveninvariante Basis-Systeme zurückführen

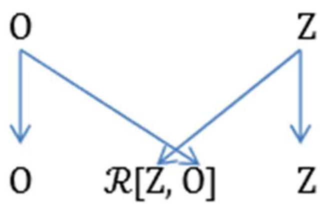
1. $S^{\lambda 1**} = S^{\rho 2**} = S^{\lambda 4**} = S^{\rho 3**} = [[O, \mathcal{R}[O, Z]], Z]$



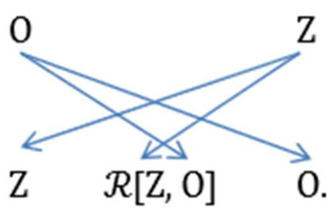
2. $S^{\lambda 2**} = S^{\rho 1**} = S^{\lambda 3**} = S^{\rho 4**} = [[Z, \mathcal{R}[O, Z]], O]$



3. $S^{\lambda 3**} = S^{\rho 4**} = S^{\lambda 2**} = S^{\rho 1**} = [[O, \mathcal{R}[Z, O]], Z]$



4. $S^{\lambda 4**} = S^{\rho 3**} = S^{\lambda 1**} = S^{\rho 2**} = [[Z, \mathcal{R}[Z, O]], O]$



Diese 4 Basissysteme sind somit die abstraktesten Repräsentanten von Rändern zwischen Objekten und Zeichen und damit die Strukturen der Objektinvarianten, d.h. der von uns so genannten wahrgenommenen Objekte, welche ja die zwischen Objekten und Zeichen mediierenden Entitäten sind.

Bibliographie

Toth, Alfred, Objektive Subjekte und subjektive Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zeichen mit Rändern I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Systeme, Teilsysteme und Objekte

0. Es ist an der Zeit, die v.a. in Toth (2012a-c) sowie in nachfolgenden Arbeiten präsentierten Ergebnisse zum vorläufigen Stand einer systemischen Objekttheorie, welche bekanntlich der Zeichentheorie zur Seite gestellt wird, selbst zu systematisieren. Während die traditionelle Semiotik (vgl. z.B. Bense 1967) das Objekt sozusagen nur als notwendiges Übel bzw. als conditio sine qua non betrachtet und sich ausschließlich mit dem als Metaobjekt definierten Zeichen befaßt, d.h. die wahrgenommene und erkannte ebenso wie die hergestellte Welt als ein pansemiotisches Universum betrachtet, kann aus unseren bisherigen Arbeiten gefolgert werden, daß sich die Objekte völlig verschieden von den Zeichen verhalten und daß demzufolge auch die Abbildungen von Objekten auf Zeichen, d.h. die bensesche Metaobjektivation oder Zeichengenese, wesentlich verschieden ist von dem, was bisher (wegen des völligen Fehlens einer Objekttheorie notwendig in rudimentärster Weise) über sie bekannt war (vgl. z.B. Bense 1975, S. 40 ff., S. 65 f.).

1. Wir unterscheiden zwischen Systemform und System (mit Teilsystemen und Objekten). Aus einer Systemform entsteht ein System durch Belegung. Durch Belegungswechsel können Spuren entstehen. So wie jedes Objekt mindestens einer Objektsorte angehört (vgl. 3.1.), gehört jedes System einem Thema an, wobei wir im Falle von mehreren Themata von (thematischen) Amalgamationen sprechen. Meine "Bildbeiträge" liefern hierzu – wie auch zu sämtlichen im folgenden zu definierenden Begriffen – reichliches Material.

1.1. Systeme mit und ohne Ränder

System-Definition

$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$

mit $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$ oder $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$.

Vermöge der Unterscheidung zwischen Systemform und System (0.), ist es möglich, statt von einem System $S^* = [S, (\mathcal{R}[S, U],) U]$ von einer Systemform der Gestalt

$S^* = [x/y, U]$ mit $x, y \in \{S_1, ..., S_n\}$

auszugehen, wobei x/y die Substitutionsrelation eines Systems, Teilsystems oder Objekts x durch ein ebensolches y bezeichnet. Zur Illustration stehe ein Modell für Systembelegung mit zweifachem Belegungswechsel und anschließender Entfernung der Belegung:

$S^* = [U, S_k]$ mit $U = [x_i/y_j]$ und $y_j \to x_i$

mit den drei Teilprozessen

$S_1^* = [[x_1 \leftarrow y_1], S_1] = [S_1, U_1]$

$S_2^* = [[x_{1,2} \leftarrow y_2], S_2] = [S_2, U_1]$

$S_1^* = [[x_{1,2,3} \leftarrow y_3], S_3] = [S_3, U_1]$.

1.2. Teilsysteme

Zur Illustration stehe das Modell architektonischer Systeme, das in meinem Arbeiten benutzt wurde. Die Pfeilnotation verweist auf die in 4.3. behandelten Lagerelationen von Einbettungen von Teilsystemen bzw. Objekten.

U	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	...
Garten o.ä.	Haus	Treppenh.	Wohnung	Zimmer	Kasten o.ä.	
0	$1\leftarrow$	$1_{-1}\leftarrow$	$1_{-2}\leftarrow$	$1_{-3}\leftarrow$	$1_{-3}\leftarrow$	...
0	1	1_{-1}	1_{-2}	1_{-3}	1_{-3}	...
0	$1\rightarrow$	$1_{-1}\rightarrow$	$1_{-2}\rightarrow$	$1_{-3}\rightarrow$	$1_{-3}\rightarrow$	...

2. Materialität und Strukturalität

Nur Objekte können natürlich material sein, wobei sich in diesem Fall ihre Strukturalität als Ordnungsrelation über den materialen Repertoires definieren läßt. Dagegen können Systeme und Teilsysteme hinsichtlich ihrer Strukturalität bestimmt werden, wobei diese in diesem Fall mittels Ordnungsrelationen über den objektalen Repertoires definiert wird.

3. Objektalität

3.1. Sortigkeit

Jedes Objekt $\mathfrak{o}$ oder $\mathfrak{z}$ gehört mindestens einer Objektsorte an, wobei sich je nach der Anzahl der Objekte Stufen unterscheiden lassen.

3.1.1. Stufe 1

$\mathfrak{z}_i = \mathfrak{z}_j$ oder $\mathfrak{z}_i \neq \mathfrak{z}_j$

$\mathfrak{o}_i = \mathfrak{o}_j$ oder $\mathfrak{o}_i \neq \mathfrak{o}_j$

3.1.2. Stufe 2

$[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] = [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}]$ oder $[[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] \neq [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}]$

$[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}] = [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{z}_{j2}]$ oder $[[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}] \neq [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{z}_{j2}]$

$[\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] = [\mathfrak{o}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}]$ oder $[[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}] \neq [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{z}_{j2}]$, usw.

3.2. Stabilität/Variabilität

Unter stabilen Objekten, Systemen und Teilsystemen verstehen wir solche, die entweder nicht aus Bestandteilen bestehen oder deren Bestandteile fixiert sind, während bei variablen Objekten das Gegenteil der Fall ist. Es handelt sich also im Gegensatz zu der unter 3.7. zu behandelnden Konnexivität bei Stabilität/Variabilität um die Eigenschaft eines und nicht mehrerer Objekte. Z.B. stellen neuere Küchen konnexive Teilsysteme dar, sog. Einbaumöbel, aber Teile davon sind natürlich variabel, z.B. die Tür des Backofens, die Schubladen und Schiebetüren der Schränke, usw.

3.3. Mobilität/Immobilität (lokal)

3.4. Ambulanz/Stationarität (temporal)

Während z.B. Häuser natürlich immobile und stationäre Systeme darstellen, stellen z.B. Zirkusse, Jahrmärkte oder Platzkonzerte mobile Systeme dar, die zudem meistens gleichzeitig ambulant sind. Wesentlich ist, daß die beiden Bestimmungspaare nicht notwendig zusammenfallen, d.h. es gibt mobile Systeme, die stationär sind (z.B. Vergnügungs- und Freizeitparks) sowie immobile Systeme, die ambulant sind (z.B. nur in bestimmten Jahreszeiten geöffnete Restaurants).

3.5. Reihigkeit

Während wir mit Reihigkeit die horizontale Adjunktion von Systemen, Teilsystemen und Objekten bezeichnen, bezeichnen wir die vertikalen Adjunktion mit Stufigkeit (vgl. 3.6.).

$<[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}], [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}]>, <[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}], [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}]>, <[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}], [\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}]>$

$<[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}], [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}]>, <[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}], [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}]>, <[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}], [\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}]>$

$<[\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}], [\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}]>, <[\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}], [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}]>, <[\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}], [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}]>$

3.6. Stufigkeit

$[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] < [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}], [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] = [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}], [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] > [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}]$

$[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}] < [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{z}_{j2}], [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}] = [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{z}_{j2}], [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}] > [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{z}_{j2}]$

$[\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] < [\mathfrak{o}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}], [\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] = [\mathfrak{o}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}], [\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] > [\mathfrak{o}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}]$

3.7. Konnexivität (Relationalität)

Wie bereits unter 3.3. erwähnt, ist Konnexivität (Relationalität) eine Eigenschaft mehrerer Objekte, während Stabilität und Variabilität Eigenschaften eines einzigen Objektes sind. Systeme und Teilsysteme können daher, vermöge der in ihnen eingebetteten Objekte, zugleich instabil/variabel und konnexiv sowie stabial/invariabel und nicht-konnexiv sein.

3.8. Detachierbarkeit

Unter Detachierbarkeit wird die physische Ablösbarkeit von Objekten verstanden. Vorwegnehmend sei darauf hingewiesen, daß die Detachierbarkeit von der in 3.9. zu behandelnden Objektabhängigkeit streng zu scheiden ist. Z.B. ist eine Hausnummer vom Haus als ihrem direkten Referenzobjekt objektabhängig, aber sie ist natürlich von ihm gleichzeitig detachierbar. Umgekehrt ist eine Treppenstufe von ihrer Treppe nicht-detachierbar, aber auch nicht objektabhängig, da Treppenstufen auch ohne Treppen vorkommen, z.B. bei Wohnungen mit Teilsystemen (Zimmern) unterschiedlicher Stufigkeit, bei Podesten, Sockeln usw.

$\mathfrak{z}_{i1} \cup \mathfrak{o}_{j1} \neq [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}]$ oder $\mathfrak{z}_{i1} \cup \mathfrak{o}_{j1} = [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}]$

$\mathfrak{z}_{i1} \cup \mathfrak{z}_{j1} \neq [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}]$ oder $\mathfrak{z}_{i1} \cup \mathfrak{z}_{j1} = [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}]$

$\mathfrak{o}_{i1} \cup \mathfrak{o}_{j1} \neq [\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}]$ oder $\mathfrak{o}_{i1} \cup \mathfrak{o}_{j1} = [\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}]$

3.9. Objektabhängigkeit

$[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] \Longrightarrow [\mathfrak{z}_{i1} \rightarrow \mathfrak{o}_{j1}]$ oder $[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] \nRightarrow [\mathfrak{z}_{i1} \rightarrow \mathfrak{o}_{j1}]$

$[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}] \Longrightarrow [\mathfrak{z}_{i1} \rightarrow \mathfrak{z}_{j1}]$ oder $[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}] \nRightarrow [\mathfrak{z}_{i1} \rightarrow \mathfrak{z}_{j1}]$

$[\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] \Longrightarrow [\mathfrak{o}_{i1} \rightarrow \mathfrak{o}_{j1}]$ oder $[\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] \nRightarrow [\mathfrak{o}_{i1} \rightarrow \mathfrak{o}_{j1}]$

3.10. Vermitteltheit

Objekte, Teilsysteme und Systeme können vermittelt oder nicht-vermittelt sein. Z.B. ist die Vermittelheit von Zimmern untereinander, also nicht vom Flur her, oder die Vermitteltheit von Zimmern in Zimmern (sog. gefangene Räume) gegenüber ihrer Unvermitteltheit selten. Ferner interagiert Vermitteltheit von Systemen und Teilsystemen oft mit Reihigkeit und Stufigkeit, insofern die Präsenz zwischen oder übergeschalteter Objekte zu relativer Unvermitteltheit führen.

$[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] \Longrightarrow [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{k1}, \mathfrak{o}_{j1}]$ oder $[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{k1}, \mathfrak{o}_{j1}]$

$[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}] \Rightarrow [\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{k1}, \mathfrak{z}_{j1}]$ oder $[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{k1}, \mathfrak{z}_{j1}]$

$[\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] \Rightarrow [\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{k1}, \mathfrak{o}_{j1}]$ oder $[\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{z}_{k1}, \mathfrak{o}_{j1}]$

3.11. Zugänglichkeit

Wesentlich ist die Scheidung von Zugänglichkeit und der in 3.10. behandelten Vermitteltheit, denn zugängliche Objekte können sowohl vermittelt (z.B. Estriche durch Treppen und Leitern) als auch unvermittelt sein, und nicht-zugängliche Objekte können ebenfalls sowohl unvermittelt (z.B. Räume hinter blinden Türen) als auch vermittelt sein.

$[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] \Rightarrow [\mathfrak{z}_{i1} \rightarrow \mathfrak{o}_{j1}] = \langle\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}\rangle$

$[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}] \Rightarrow [\mathfrak{z}_{i1} \rightarrow \mathfrak{z}_{j1}] = \langle\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}\rangle$

$[\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}] \Rightarrow [\mathfrak{o}_{i1} \rightarrow \mathfrak{o}_{j1}] = \langle\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}\rangle$

3.12. Orientiertheit

Neben linearer sind orthogonale Orientiertheit, und, ausgehend von der Windrose, durch fortschreitende Approximation sämtliche Intervallstufen zwischen beiden zu unterscheiden.

3.13. Geordnetheit (ordnende/geordnete Objekte)

Objekte können sowohl ordnend als auch geordnet auftreten, und zwar in Paaren gerichteter Objekte (vgl. Toth 2012a). Dagegen sind in der Hierarchie von Objekten, Teilsystemen und Systemen i.d.R. die jeweils höheren Systeme die ordnenden und die jeweils tieferen die geordneten, wobei allerdings auch das Umgekehrte auftritt, wobei die entscheidenden Kriterien die Eigenschaften der Stabilität/Variabilität und der Mobilität/Immobilität sowie ferner der Ambulanz/Stationarität der übergeordneten Systeme sind.

4. Eingebettetheit

4.1. Einbettungsform

An Einbettungsformen sind der koordininative (z.B. Windfänge und andere sog. Türräume) und der subordinative Typ (z.B. Tiefgaragen) zu unterscheiden, wobei die Ränder (z.B. in Form von Treppen oder Rampen) besondere Beachtung verdienen.

4.2. Einbettungsstufe

Wie bereits aus dem in 1.2. vorgestellten Modell ersichtlich ist, gehören sowohl das System als auch seine Teilsysteme verschiedenen Einbettungsstufen an.

4.2.1. Stufe 1

$S_1 = [\mathfrak{z}_i, \mathfrak{o}_j]$

$S_2 = [\mathfrak{z}_i, \mathfrak{z}_j]$

$S_3 = [\mathfrak{o}_i, \mathfrak{o}_j]$

4.2.2. Stufe 2

$S'_1 = [\mathfrak{z}_i, \mathfrak{o}_j]' = [[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}], [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}], [\mathfrak{z}_{i3}, \mathfrak{o}_{j3}], ... [\mathfrak{z}_{jn}, \mathfrak{o}_{jn}]]$

$S'_2 = [\mathfrak{z}_i, \mathfrak{z}_j]' = [[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}], [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{z}_{j2}], [\mathfrak{z}_{i3}, \mathfrak{z}_{j3}], ... [\mathfrak{z}_{jn}, \mathfrak{z}_{jn}]]$

$S'_3 = [\mathfrak{o}_i, \mathfrak{o}_j]' = [[\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}], [\mathfrak{o}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}], [\mathfrak{o}_{i3}, \mathfrak{o}_{j3}], ... [\mathfrak{o}_{jn}, \mathfrak{o}_{jn}]]$

4.2.3. Stufe 3

Von hier an verzweigen sich die Möglichkeiten pro Stufen in "Typen"

$S''_{1a} = \{[[\mathfrak{z}_{i1}, [\mathfrak{z}_{j1}, \mathfrak{o}_{k1}]], [\mathfrak{z}_{i2}, [\mathfrak{z}_{j2}, \mathfrak{o}_{k2}]], [\mathfrak{z}_{i3}, [\mathfrak{z}_{j3}, \mathfrak{o}_{k3}]], ... [\mathfrak{z}_{im}, [\mathfrak{z}_{jm}, \mathfrak{o}_{km}]]\}$

$S''_{1b} = \{[[\mathfrak{z}_{i1}, [\mathfrak{o}_{j1}, \mathfrak{o}_{k1}]], [\mathfrak{z}_{i2}, [\mathfrak{o}_{j2}, \mathfrak{o}_{k2}]], [\mathfrak{z}_{i3}, [\mathfrak{o}_{j3}, \mathfrak{o}_{k3}]], ... [\mathfrak{z}_{im}, [\mathfrak{o}_{jm}, \mathfrak{o}_{km}]]\}$

$S''_{1c} = \{[[\mathfrak{z}_{i1}, [\mathfrak{z}_{j1}, \mathfrak{z}_{k1}]], [\mathfrak{z}_{i2}, [\mathfrak{z}_{j2}, \mathfrak{z}_{k2}]], [\mathfrak{z}_{i3}, [\mathfrak{z}_{j3}, \mathfrak{z}_{k3}]], ... [\mathfrak{z}_{im}, [\mathfrak{z}_{jm}, \mathfrak{z}_{km}]]\}$, usw.

4.3. Lagerelationen

Die im folgenden unterschiedenen Typen exessiver, adessiver und inessiver Relationen können ferner extra-, ad- und intrasystemisch auftreten, also z.B. im Garten eines Hauses, an seiner Fassade und innerhalb des Hauses.

4.3.1. Exessivität

$x \in \mathcal{R}[S, U]$

4.3.2. Adessivität

$x \cap \mathcal{R}[S, U] \neq Ø$

4.3.3. Inessivität

$x \in S$

Zu spezifischen Objekteigenschaften, welche ganz oder weitgehend unabhängig von den Systemen sind, in welche Objekte eingebettet sind, vgl. Toth (2012d).

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Weitere Objektcharakteristiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Die Einheit von Zeichen und Objekt als System

1. Der Fundamentalsatz der Arithmetik lautet wie folgt: "Jede von Eins verschiedene natürliche Zahl ist als Produkt endlich vieler Primzahlen darstellbar; diese Darstellung ist eindeutig, wenn man die in ihr vorkommenden Primzahlen der Größe nach ordnet" (Bundschuh 1996, S. 7).

2. Nach Bense (1981, S. 17 ff.) sind die drei (1-, 2- und 3-stelligen) Subrelationen der triadisch-trichotomischen (3-stelligen) Zeichenrelation im Sinne von "Zeichenzahlen" (Bense 1981, S. 17) als Primzeichen einführbar

ZR = (.1., .2., .3.).

Vermöge Bense (1979, S. 53, 67) gilt somit

ZR = (.1. → ((.1. → .2.) → (.1. → .2. → .3.)))

und daher

(.1.) = (.1.)

(.2.) = (.1. → .2.)

(.3.) = (.1. → .2. → .3.).

Sei K eine beliebige Kategorie. Dann können wir die Primzeichen wie folgt neu definieren

(.1.) = (K \ (.2.), (.3.))

(.2.) = (K \ (.3.))

(.3.) = K,

d.h. es genügt das Primzeichen (.3.), um die beiden anderen Primzeichen damit zu definieren. Daraus kann man auf direktem Wege die beiden Vermutungen von Peirce ableiten, daß 1. eine n-adische Relation mit $n < 3$ kein Zeichen ist, und daß 2. jede n-adische Relation mit $n > 3$ auf eine triadische Relation reduzierbar ist (vgl. Walther 1989, S. 298 u. Toth 2007, S. 173 ff.).

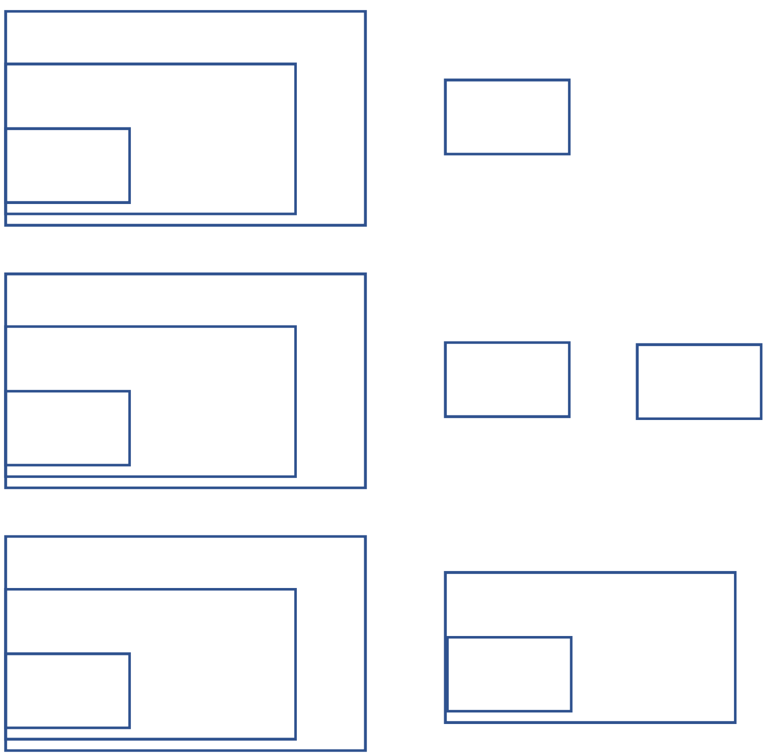
3. Für n-adische Relationen mit n > 3 ergeben sich damit folgende Möglichkeiten.

R^4 = ((1, 2, 3), 1)

R^5 = ((1, 2, 3), 1, 1), ((1, 2, 3), 2)

R^6 = ((1, 2, 3), (1, 2, 3)), usw.,

d.h. es gibt grundsätzlich zwei Typen: Entweder enthält eine solche Relation eine oder zwei 1-stellige Relationen, oder sie enthält eine 2-stellige Relation, welche der semiotischen Vermittlung dienen. Man kann diese drei Möglichkeiten wie folgt schematisch darstellen.



Da 1- und 2-stellige Relationen nicht selbständig existieren können, erhebt sich die Frage, wie diese drei Möglichkeiten der semiotischen Vermittlung funktionieren. Für 3-stellige Relationen ergeben sich folgende Möglichkeiten.

Die 1. Gruppe umfaßt zwei Typen der zeichen-externen Vermittlung

((1, 2, 3), □),(□, (1, 2, 3).

Die 2. Gruppe umfaßt drei Typen der zeichen-internen Vermittlung

(1, ☐, 2, 3), (1, 2, ☐, 3), (1, ☐, 3, 2).

Das Problem der Vermittlung dieser vermittelnden Relationen stellt sich somit nur bei den $R^{3+2(n)}$ für $n \in \{1, 2, 3, ...\}$. Hierfür kommen also sämtliche kombinatorischen Möglichkeiten in Frage.

Wir können einen "semiotischen Fundamentalsatz" wie folgt formulieren: Jede semiotische n-stellige Relation mit $n > 3$ läßt sich in Form von m 3-stelligen Relationen sowie (n-m) Vermittlungsrelationen darstellen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bundchuh, Peter, Einführung in die Zahlentheorie. 3. Aufl. Berlin 1996

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce. Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Eine Möglichkeit der Formalisierung der Brücke zwischen Objekt und Zeichen

1. Wie bereits in Toth (2012a) gezeigt, können Objekte nicht direkt auf Zeichen abgebildet werden, denn die in Toth (2012b) definierte Objektrelation als geordnetes Paar über zwei geordneten Paaren, den gerichteten Objekten und den gerichteten Subjekten

$O = [[\Omega_i, \Omega_j], [\Sigma_k, \Sigma_l]]$,

sowie ihre zugehörige Aspektrelation über den ontischen Kategorien der Materialität, Objektsortigkeit und Funktionalität

$O = [\mathfrak{M}, \mathfrak{O}, \mathfrak{F}]$

stellen ganz verschiedene Ordnungsrelationen dar als es die Peirce-Bensesche Zeichenrelation (vgl. Bense 1979, S. 53)

$ZR = (M, O, I) = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$

tut, die bekanntlich eine gestufte "Relation über Relationen" darstellt (vgl. auch Bense 1979, S. 67).

2. Allerdings ist es möglich, die in Toth (2012c) eingeführte Definition eines Systems als System von Teilsystemen

$S^* = [S_1, [S_2, [S_3, ..., _{n-2}]_{n-1}]_n]$

mithilfe der in Toth (2012d) eingeführten Relationalzahlen zu definieren. Um zu zeigen, worum es hier geht, sei von der bereits früher von dem von uns bereits früher benutzten gestuften System über Teilsystemen

U	‖	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5 ...
Garten o.ä.		Haus	Treppenh.	Wohnung	Zimmer	Kasten o.ä.

ausgegangen. Dieses architektonische Beispiel weist also die systemische Ordnungsrelation

$S = [U, [S_1, [S_2, [S_3, [S_4, [S_5]]]]]]$

auf. Will man z.B. den Zugang zwischen dem Garten eines Hauses und der Haustür definieren, kann man dies wie folgt tun

Zugang := $[U, S_1]$.

Die Definition der Haustüre erfolgt durch Filterung, d.h. durch eine nächste Stufe der Verschachtelung (Einbettung)

Haustür := $[[U, S_1], S_1]]$.

Dagegen wäre die Definition einer Wohnungstür (der im Haus befindlichen Wohnungen)

Wohnungstür := $[[S_2, S_3], S_3]]$,

und der Zugang zur Wohnungstür, also der Treppenabsatz davor, wäre

Treppenabsatz := $[S_2, S_3]$.

Entsprechend gilt z.B. für eine Kastentür

Kastentür := $[[S_4, S_5], S_5]]$,

z.B. dann, wenn der Kasten exessiv in eine Nische eingebettet ist; ansonsten (bei Adessivität) haben wir einfach $[S_4, S_5]$, usw.

Wir können also von das obige System von Teilsystemen S auf die arithmetische Folge

$S = [x^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n]$

abbilden durch somit einfach durch

$S = x^i{}_j$

definieren, wobei für i und j keineswegs unmittelbare Peano-Vorgänger bzw. –Nachfolger sein müssen, denn z.B. finden wir für das Treppenhaus als Verbindung von Haustür und Wohnungstüren

Treppenhaus = $[[[[0, x^2{}_1], x^2{}_1]], [[[0, x^2{}_1], x^2{}_1]], [[x^3{}_2, x^4{}_3], x^4{}_3]]]] = [[x^2{}_1, [x^3{}_2]]$.

Perspektivische Relationen, wie z.B. der Blick vom Garten aus durch die Haustüre ins Vestibül sowie der Blick vom Vestibül durch die Haustüre in den Garten, können somit als zu S duale Relationen eingeführt werden, d.h. wir haben

$\times S = [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]_n],$

und als vollständiges perspektivisches System über Teilsystemen ergibt sich also

$S \quad = \quad [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n]$

$\times S \;=\; [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]_n].$

3. Nun kann man das Zeichen nach Toth (2010) mit Hilfe der surrealen Conway-Zahlen definieren:

$1 := (0 \mid 2) = (0 \mid 3) = (0 \mid 4) ...$

$2 := (1 \mid 3) = (1 \mid 4) = (1 \mid 5) ...$

$3 := (2 \mid 4) = (2 \mid 5) = (2 \mid 6) ... ,$

daraus erhalten wir aber sofort

$1 := (0 \mid 2)$

$2 := ((0 \mid 2) \mid 3)$

$3 := (((0 \mid 2) \mid 3) \mid 4),$

d.h. die Progression der surrealen Zahlen zeigt genau die Ordnungsstruktur der oben definierten dualen Systemstruktur. Umgekehrt kann man also Systeme von Teilsysteme mit Hilfe von dualen surrealen Zahlen definieren. Z.B. kann man $S = [x^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n]$ in der arithmetischen Form

$S = [0, [1, [2, [3, [4, [5]]]]]] = [[0 \mid 1] \mid 2] \mid 3 \mid 4 \mid 5]]]$

notieren.

4. Wenn wir zusammenfassen, dann können die Objektrelation und ihre zugehörige Aspektrelation in der Form von verschachtelten Systemen notiert

werden, diese aber weisen die Ordnung dualer surrealer Zahlen auf. Umgekehrt weist die Zeichenrelation die Ordnung surrealer Zahlen auf. Nun können aber die in Toth (2012d) eingeführten Relationalzahlen

$REZ = [x, [_{-n}]$ mit $x \in \mathbb{N}$, $n \in \{0\} \cup \mathbb{N}$

auch dual in der Form

$\times REZ = [[_{-n}, x]$

notiert werden, da mit ihrer Hilfe ja sowohl Zeichenklassen als auch Realitätsthematiken formalisiert werden können. Somit vermitteln also die Relationalzahlen zwischen den surrealen Zahlen der Semiotik und den dualen surrealen Zahlen der Ontik, d.h. sie bilden die Brücke zwischen Zeichen und Objekt.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Kann man die Peircezahlen mit Hilfe der surrealen Zahlen begründen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Die Abbildungen von Objekten auf Zeichen I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Objekt-Aspekt-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Die Einheit von Zeichen und Objekt als System I

1. Eine Semiotik, die über keine Objekttheorie verfügt, ist defizitär und darüber hinaus explizit oder implizit pansemiotisch und wiederspricht somit nicht nur der alltäglich feststellbaren Differenz zwischen Objekten und Zeichen (z.B. Taschentuch als Gebrauchsgegenstand und verknotetes Taschentuch als Zeichen), sondern v.a. auch der seit der Antike wohlbekannten Unterscheidung zwischen einem wahrgenommenen Objekt und einem Zeichen eines Objektes. Alle überhaupt wahrnehmbaren Objekte sind eben wahrgenommene Objekte, damit aber noch lange keine Zeichen. Dies dürfte hinter der oft mißverstandenen Bemerkung de Saussures liegen: "La langue est pour ainsi dire une algèbre qui n'aurait que des termes complexes (1916, S. 175). Mit Hilfe von oppositiven Termen ("entre eux [les signes] il n'y a qu' opposition", de Saussure 1916, S. 172) wurde daher in Toth (2012a) auch das Objekt als wahrgenommenes Objekt

$O = [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]]$,

sowie ihre zugehörige Aspektrelation über den ontischen Kategorien der Materialität, Objektsortigkeit und Funktionalität

$A = [\mathfrak{M}, \mathfrak{O}, \mathfrak{F}]$

definiert. Ohne die Aspektrelation könnte man Objekte gar nicht wahrnehmen. Die Definition O führt Objekte nicht wie so oft auf Zeichen zurück (um dann Zeichen wiederum rekursiv aus Objekten zu definieren), sondern auf den allgemeinen Systembegriff, und zwar setzt sie voraus, daß Objekte zu Objekten sowie Subjekte zu Subjekten in Opposition stehen. Wir sprechen also statt von Objekten von gerichteten Objekten und statt von Subjekten von gerichteten Subjekten. "Einer allein hat immer unrecht. Zu Zweien beginnt die Wahrheit", heißt es in Nietzsches Briefen. Geht man nämlich von wahrgenommenen anstatt von "absoluten" Objekten aus, so werden sie wie die Zeichen de Saussures in Opposition zueinander, d.h. negativ, definiert, und wir könnten dann nicht nur das Zeichen, sondern auch das Objekt als komplexe Zahl definieren, das Objekt allerdings im Gegensatz zum Zeichen als bikomplexe Zahl (auch Tessarine oder besser Segre-Zahl genannt, vgl. Segre 1892). Damit kann Benses Metaobjektivation (Bense 1967, S. 9) als Abbildung von komplexen auf bikomplexe Zahlen im Rahmen einer geeigneten hyperkomplexen Algebra behandelt werden.

2. Diese Abbildungen von zusammengesetzten Zahlen aus einer komplexen in eine bikomplexe Algebra genügen, wie in Toth (2012b) gezeigt, der Definition des dualen Systems über Systemen

$S^* \;=\; [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, \ldots, [x^{n+1}{}_n]_{\,n}]$

$\times S^* = \; [[x^{n+1}{}_n], \ldots, [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]_{\,n}].$

mit

$S^* = [S_1, [S_2, [S_3, \ldots, {}_{n\text{-}2}]_{\,n\text{-}1}]_{\,n}],$

d.h. entsprechend der Einführung des Objektes als gerichtetes Objekt, ist auch S* als geordnetes Paar über geordneten Paaren definiert. Führt man also den Begriff des Objektes auf den Begriff des Systems zurück, dann ist nicht nur das Objekt als geordnetes Paar über geordneten Paaren definierbar, sondern das Zeichen ebenfalls, denn für dieses gilt bereits seit Bense (1979, S. 53)

$ZR = (M, O, I) = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)),$

d.h. man kann das Zeichen als geordnetes Paar aus einem Mittelbezug als erstem und der Abbildung des Objekt- auf den Interpretantenbezug als zweitem Glied auffassen, wobei dieses zweite Glied selbst wiederum ein Paar ist, und zwar ein solches, das mit seinem ersten Glied auch das erste Glied des übergeordnetes Paares von ZR enthält. Damit stellt also nicht nur das Zeichen eine "verschachtelte" Relation bzw. eine "Relation über Relationen" dar (Bense 1979, S. 67), sondern dies gilt auch für das Objekt, und insofern, aber nur insofern, sind Zeichen und Objekt, wie dies die dialektische Semiotik (vgl.- Klaus 1973) behauptet hatte, tatsächlich isomorph.

3. Da Zeichen und Objekt bezüglich ihrer jeweiligen Ordnungsrelationen isomorph sind, insofern sich beide mit Hilfe einer Mengentheorie ohne Fundierungsaxiom, d.h. entsprechend dem "La vache qui rit"- oder Droste-Effekt formalisieren lassen (vgl. Toth 2009), sind sie selbst als die beiden perspektivisch geschiedenen Seiten eines Systems

$S = [O, Z]$

darstellbar, und an die Stelle einer Kontexturengrenze zwischen O und Z tritt nun vermöge

$S^* = [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n]$

$\times S^* = [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]_n]$

mit entweder $S^* = O$ und $\times S^* = Z$ oder umgekehrt, eine perspektivische Austauschrelation, d.h. das Zeichen, vom Objekt aus betrachtet oder das Objekt, vom Zeichen aus betrachtet, sind erkenntnistheoretisch dasselbe wie z.B. ein Hauseingang vom Garten aus betrachtet oder ein Garten vom Hauseingang aus betrachtet. Wie bereits z.B. in Toth (2012c) mitgeteilt, kann man Systeme allgemein und somit auch Objekte und Zeichen mit Hilfe einer speziellen Art von Zahlen beschreiben, die ich relationale Einbettungszahlen (REZ) genannt hatte. Eine solche REZ besteht aus zwei Gliedern, einer komplexen Zahl z sowie deren Einbettungsgrad $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$REZ = [z, [-_n]$

Z.B. kann die natürliche Zahl 1 in den Formen ihrer Einbettungsgrade durch

$1 := [1_{-0}, [1_{-1}, [1_{-2}, ..., [1_{-n}]$

definiert werden. Auf der Seite der Objekttheorie hätten wir z.B. einen Stuhl im Garten, im Hauseingang, auf dem Absatz eines Treppenhaus, im Wohnungseingang und in einem Zimmer. Wie man leicht erkennt, unterscheiden sich also REZ und die Teilsysteme von $S^*/\times S^*$ lediglich durch die Indizierung der letzteren; diese ist aber selbstverständlich weglaßbar, solange es sich, wie in unserem Beispiel, um eine konstante Zahl mit variablen Einbettungsgraden handelt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

de Saussure, Ferdinand, Cours de linguistique générale. Paris 1916

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 3. Aufl. München 1973

Segre, Corrado, The real representation of complex elements and hyperalgebraic entities. In: Math. Ann. 40 (1892), S. 413-467

Toth, Alfred, Systeme, Droste effect in semiotics. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 50/3, 2009, S. 139-145

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Eine Möglichkeit der Formalisierung der Brücke zwischen Objekt und Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Die Einheit von Zeichen und Objekt als System II

1. Im Anschluß an Teil I (vgl. Toth 2012a) gehen wir aus von der Objektrelation

$O = [[\Omega_i, \Omega_j], [\Sigma_k, \Sigma_l]]$,

sowie ihrer zugehörigen Aspektrelation über den ontischen Kategorien der Materialität, Objektsortigkeit und Funktionalität

$A = [\mathfrak{M}, \mathfrak{O}, \mathfrak{F}]$,

welche auf allgemeine Systeme der perspektivischen Form

$S^* = [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n]$

$\times S^* = [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]_n]$.

mit

$S^* = [S_1, [S_2, [S_3, ..., {}_{n-2}]_{n-1}]_n]$

abbildbar sind. Das bedeutet nun, daß wir zwei Typen komplexer Relationen konstruieren können, die wir durch OA und AO bezeichnen und wie folgt definieren, ohne zunächst die Einbettungsgrade von S* bzw. ×S* zu berücksichtigen

$OA = [[\Omega_i\ \mathfrak{M}_j], [\Omega_i\ \mathfrak{O}_j], [\Omega_i\ \mathfrak{F}_j]]$

$AO = [[\mathfrak{M}_i\ \Omega_j], [\mathfrak{O}_i\ \Omega_j], [\mathfrak{F}_i\ \Omega_j]]$.

Mit Einbettungsgraden bekommen wir also zweimal sechs Möglichkeiten

$OA_1 = [[\Omega_i\ \mathfrak{M}_j], [[\Omega_i\ \mathfrak{O}_j], [\Omega_i\ \mathfrak{F}_j]]]$ $\quad AO_1 = [[\mathfrak{M}_i\ \Omega_j], [[\mathfrak{O}_i\ \Omega_j], [\mathfrak{F}_i\ \Omega_j]]]$

$OA_2 = [[\Omega_i\ \mathfrak{M}_j], [[\Omega_i\ \mathfrak{F}_j], [\Omega_i\ \mathfrak{O}_j]]]$ $\quad AO_2 = [[\mathfrak{M}_i\ \Omega_j], [[\mathfrak{F}_i\ \Omega_j], [\mathfrak{O}_i\ \Omega_j]]]$

$OA_3 = [[\Omega_i\ \mathfrak{O}_j], [[\Omega_i\ \mathfrak{M}_j], [\Omega_i\ \mathfrak{F}_j]]]$ $\quad AO_3 = [[\mathfrak{O}_i\ \Omega_j], [[\mathfrak{M}_i\ \Omega_j], [\mathfrak{F}_i\ \Omega_j]]]$

$OA_4 = [[\Omega_i\ \mathfrak{O}_j], [[\Omega_i\ \mathfrak{F}_j], [\Omega_i\ \mathfrak{M}_j]]]$ $\quad AO_4 = [[\mathfrak{O}_i\ \Omega_j], [[\mathfrak{F}_i\ \Omega_j], [\mathfrak{M}_i\ \Omega_j]]]$

$OA_5 = [[\Omega_i\ \mathfrak{F}_j], [[\Omega_i\ \mathfrak{M}_j], [\Omega_i\ \mathfrak{O}_j]]]$ $\quad AO_5 = [[\mathfrak{F}_i\ \Omega_j], [[\mathfrak{M}_i\ \Omega_j], [\mathfrak{O}_i\ \Omega_j]]]$

$OA_6 = [[\Omega_i\ \mathfrak{F}_j], [[\Omega_i\ \mathfrak{O}_j], [\Omega_i\ \mathfrak{M}_j]]]$ $\quad AO_6 = [[\mathfrak{F}_i\ \Omega_j], [[\mathfrak{O}_i\ \Omega_j], [\mathfrak{M}_i\ \Omega_j]]]$

2. Wegen der Isomorphie von Objekt und Zeichen (vgl. Toth 2012b) bekommen wir vermöge Benses Definition (Bense 1979, S. 53) für das Zeichen

$ZR = (M, O, I) = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$

sogleich

$Z_1 = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$

$Z_2 = (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O))$

$Z_3 = ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$

$Z_4 = ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M))$

$Z_5 = ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O))$

$Z_6 = ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M))$.

Sowohl Objekt als auch Zeichen folgen also der Ordnung der allgemeinen arithmetischen Folge

$F = [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n],$

speziell

$F_{0,Z} = (1, (2, (3)))$

bzw. der zugehörigen konversen Folge

$F^\circ = [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]_n],$

speziell

$F^\circ{}_{0,Z} = (((3, (2, (1).$

Nun sind aber F und F° Teilsysteme von S* und ×S, d.h. die letzteren repräsentieren tatsächlich sowohl Objekt als auch Zeichen auf einer noch tieferen Ebene und ersetzen dabei, wie bereits verschiedentlich erwähnt und begründet, die kontexturelle Ordnungsrelation der aristotelischen Objekt-Zeichen-Dichotomie durch eine perspektivische Austauschrelation der allgemeinen Systemtheorie.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Die Einheit von Zeichen und Objekt als System (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Isomorphievermittelnde Thematisationsstrukturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Homomorphie und Isomorphie von Objekten und Zeichen

1. In meinen letzten Arbeiten (vgl. Toth 2012a-c) hatte ich darauf hingewiesen, daß die bereits in Toth (2012d, e) festgestellte Isomorphie von Zeichen und Objekt sich nicht einfach in einer hierarchischen parallelen Struktur von Zeichen und Objekt offenbart, wie dies die dialektische Semiotik von Georg Klaus (vgl. Klaus 1973) sowie die Semiotik von Albert Menne (vgl. Menne 1992) vorausgesetzt hatten (und als deren gemeinsames ausschlaggebendes Axiom wohl das dialektische Wiederspiegelungsaxiom anzusehen ist), sondern daß diese ontisch-semiotische Isomorphie letztlich auf die Tatsache zurückzuführen ist, daß sowohl Zeichen als auch Objekt auf das perspektivische Struktursystem

$S^* = [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n]$

$\times S^* = [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]_n]$

zurückgeführt werden können. Allerdings wird diese Isomorphie quasi überlagert durch die weitere Tatsache, daß die Subjektinteraktionen im Falle des Objektes qua wahrgenommenes Objekt und im Falle des Zeichens qua Interpretantenbezug je so verschieden wie nur denkbar sind. In Toth (2012c) waren deshalb alle möglichen Objekt-Subjekt-Interaktionsschemata in der Form von systemischen Relationen über Relationen (analog zu Benses Einführung des Zeichens als einer "verschachtelten" Relation über Relationen, vgl. Bense 1979, S. 63, 67) dargestellt worden. Nun gibt es unter diesen Metaobjektivationstypen neben isomorphen Fällen, d.h. solchen, bei denen die Ordnungsrelation eines Objektes strukturerhaltend auf die Ordnungsrelation eines Zeichens abgebildet wird, jeweils weitere Fälle, bei denen man von metaobjektiven Homomorphien sprechen können. Da die triadische Zeichenrelation auf sechs Arten permutiert werden kann und sie sich somit als sechsfache Relation über ihren Teilrelationen darstellen läßt, ergeben sich unter der Annahme einer ebenfalls dreistelligen Objektrelation bei jedem Metaobjektivationstyp 1 isomorphe und 5 homomorphe Objekt-Zeichen-Abbildungen.

2.1. Abbildungen von Objekten ohne Subjekt-Objekt-Interaktion

$$f_{1a} = [[\Omega_i, \Omega_j], [\Sigma_k, \Sigma_l]] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$f_{a1} = [[\Sigma_k, \Sigma_l], [\Omega_i, \Omega_j]] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$f_{1b} = [[\Omega_i, \Omega_j], [\Sigma_l, \Sigma_k]] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$f_{b1} = [[\Sigma_l, \Sigma_k], [\Omega_i, \Omega_j]] \to \begin{cases} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{cases}$$

$$f_{1c} = [[\Omega_j, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]] \to \begin{cases} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{cases}$$

$$f_{c1} = [[\Sigma_k, \Sigma_l], [\Omega_j, \Omega_i]] \to \begin{cases} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{cases}$$

$$f_{1d} = [[\Omega_j, \Omega_i], [\Sigma_l, \Sigma_k]] \to \begin{cases} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{cases}$$

$$f_{d1} = [[\Sigma_l, \Sigma_k], [\Omega_j, \Omega_i]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

2.2. Abbildungen von Objekten mit Subjekt-Objekt-Interaktion

2.2.1. Konstante Einbettungen

$$f_{2a} = [[\Omega_i, \Sigma_k], [\Omega_j, \Sigma_l]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$f_{a2} = [[\Omega_j, \Sigma_l], [\Omega_i, \Sigma_k]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$f_{2b} = [[\Omega_i, \Sigma_k], [\Sigma_l, \Omega_j]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$f_{b2} = [[\Sigma_l, \Omega_j], [\Omega_i, \Sigma_k]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$f_{2c} = [[\Omega_i, \Sigma_l], [\Omega_j, \Sigma_k]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$f_{c2} = [[\Omega_j, \Sigma_k], [\Omega_i, \Sigma_l]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$f_{2d} = [[\Omega_i, \Sigma_l], [\Sigma_k, \Omega_j]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$f_{d2} = [[\Sigma_k, \Omega_j], [\Omega_i, \Sigma_l]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)). \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

2.2.2. Variable Einbettungen

$$O_{1a} = [[\Omega_i, \Omega_j, \Sigma_k], \Sigma_l]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{a1} = [\Sigma_k, [\Sigma_l, \Omega_i, \Omega_j]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{1a} = [[\Omega_i, \Omega_j], [\Sigma_k, \Sigma_l]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{a1} = [[\Sigma_k, \Sigma_l], [\Omega_i, \Omega_j]] \to \left\{ \begin{array}{l} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{array} \right.$$

$$O_{1a} = [\Omega_i, \Omega_j, \Sigma_k, [\Sigma_l]] \to \left\{ \begin{array}{l} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{array} \right.$$

$$O_{a1} = [[\Sigma_k], \Sigma_l, [\Omega_i, \Omega_j] \to \left\{ \begin{array}{l} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{array} \right.$$

$$O_{1b} = [[\Omega_i, \Omega_j, \Sigma_l], \Sigma_k]] \to \left\{ \begin{array}{l} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{array} \right.$$

$$O_{b1} = [\Sigma_l, [\Sigma_k, \Omega_i, \Omega_j]] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$O_{1b} = [[\Omega_i, \Omega_j], [\Sigma_l, \Sigma_k]] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$O_{b1} = [[\Sigma_l, \Sigma_k], [\Omega_i, \Omega_j]] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$O_{1b} = [\Omega_i, \Omega_j, \Sigma_l, [\Sigma_k]] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$O_{b1} = [[\Sigma_l], \Sigma_k, \Omega_i, \Omega_j] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$O_{1c} = [[\Omega_j, \Omega_i, \Sigma_k], \Sigma_l] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$O_{c1} = [\Sigma_k, [\Sigma_l, \Omega_j, \Omega_i]] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$O_{1c} = [[\Omega_j, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$O_{c1} = [[\Sigma_k, \Sigma_l], [\Omega_j, \Omega_i]] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$O_{1c} = [\Omega_j, \Omega_i, \Sigma_k, [\Sigma_l]] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$O_{c1} = [[\Sigma_k], \Sigma_l, \Omega_j, \Omega_i] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$O_{1d} = [[\Omega_j, \Omega_i, \Sigma_l], \Sigma_k]] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{array} \right.$$

$$O_{d1} = [\Sigma_l, [\Sigma_k, \Omega_j, \Omega_i]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{1d} = [[\Omega_j, \Omega_i], [\Sigma_l, \Sigma_k]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{d1} = [[\Sigma_l, \Sigma_k], [\Omega_j, \Omega_i]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{1d} = [\Omega_j, \Omega_i, \Sigma_l, [\Sigma_k]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{d1} = [[\Sigma_l]\ \Sigma_k, \Omega_j, \Omega_i] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{2a} = [[\Omega_i, \Sigma_k, \Omega_j], \Sigma_l] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{a2} = [\Omega_j, [\Sigma_l, \Omega_i, \Sigma_k]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{2a} = [[\Omega_i, \Sigma_k], [\Omega_j, \Sigma_l]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{a2} = [[\Omega_j, \Sigma_l], [\Omega_i, \Sigma_k]] \to \left\{ \begin{array}{l} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{array} \right.$$

$$O_{2a} = [\Omega_i, \Sigma_k, \Omega_j, [\Sigma_l]] \to \left\{ \begin{array}{l} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{array} \right.$$

$$O_{a2} = [[\Omega_j], \Sigma_l, \Omega_i, \Sigma_k] \to \left\{ \begin{array}{l} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{array} \right.$$

$$O_{2b} = [[\Omega_i, \Sigma_k, \Sigma_l], \Omega_j] \to \left\{ \begin{array}{l} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{array} \right.$$

$$
O_{b2} = [\Sigma_l, [\Omega_j, \Omega_i, \Sigma_k]] \rightarrow \begin{cases}
(M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\
(M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\
((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\
((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\
((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\
((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M))
\end{cases}
$$

$$
O_{2b} = [[\Omega_i, \Sigma_k], [\Sigma_l, \Omega_j]] \rightarrow \begin{cases}
(M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\
(M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\
((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\
((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\
((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\
((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M))
\end{cases}
$$

$$
O_{b2} = [[\Sigma_l, \Omega_j], [\Omega_i, \Sigma_k]] \rightarrow \begin{cases}
(M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\
(M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\
((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\
((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\
((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\
((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M))
\end{cases}
$$

$$
O_{2b} = [\Omega_i, \Sigma_k, \Sigma_l, [\Omega_j]] \rightarrow \begin{cases}
(M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\
(M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\
((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\
((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\
((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\
((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M))
\end{cases}
$$

$$O_{b2} = [[\Sigma_l], \Omega_j, \Omega_i, \Sigma_k] \to \left\{ \begin{array}{l} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{array} \right.$$

$$O_{2c} = [[\Omega_i, \Sigma_l, \Omega_j], \Sigma_k] \to \left\{ \begin{array}{l} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{array} \right.$$

$$O_{c2} = [\Omega_j, [\Sigma_k, \Omega_i, \Sigma_l]] \to \left\{ \begin{array}{l} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{array} \right.$$

$$O_{2c} = [[\Omega_i, \Sigma_l], [\Omega_j, \Sigma_k]] \to \left\{ \begin{array}{l} (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)) \\ (M \to ((M \to O \to I) \to (M \to O)) \\ ((M \to O) \to (M \to (M \to O \to I)) \\ ((M \to O) \to ((M \to O \to I) \to M)) \\ ((M \to O \to I) \to (M \to (M \to O)) \\ ((M \to O \to I) \to ((M \to O) \to M)) \end{array} \right.$$

$$O_{c2} = [[\Omega_j, \Sigma_k], [\Omega_i, \Sigma_l]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{2c} = [\Omega_i, \Sigma_l, \Omega_j, [\Sigma_k]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{c2} = [[\Omega_j], \Sigma_k, \Omega_i, \Sigma_l] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{2d} = [[\Omega_i, \Sigma_l, \Sigma_k], \Omega_j] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{d2} = [\Sigma_k, [\Omega_j, \Omega_i, \Sigma_l]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{2d} = [[\Omega_i, \Sigma_l], [\Sigma_k, \Omega_j]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{d2} = [[\Sigma_k, \Omega_j], [\Omega_i, \Sigma_l]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{2d} = [\Omega_i, \Sigma_l, \Sigma_k, [\Omega_j]] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

$$O_{d2} = [[\Sigma_k], \Omega_j, \Omega_i, \Sigma_l] \rightarrow \begin{cases} (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ (M \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)) \\ ((M \rightarrow O) \rightarrow ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow M)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ ((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow M)) \end{cases}$$

Die homorphen Metaobjektivationstypen sind also genau diejenigen, bei welchen Objekt und Zeichen nicht in den Einbettungstypen ihrer Teilsysteme entsprechen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Die Einheit von Zeichen und Objekt als System I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Gerichtete Objekt-Subjekt-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Metaobjektive Abbildungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Menne-Semiotik, I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Isomorphievermittelnde Thematisationsstrukturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Perspektive versus Kontexturgrenze

1. Die in Toth (2012a) vorgeschlagene Definition eines allgemeinen Systems

$S^* = [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, ..., [x^{n+1}_n]_n]$

$\times S^* = [[x^{n+1}_n], ..., [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n]$

stellt nicht nur eine Selbstabbildung des Systems in der Form seiner Teilsysteme dar, sondern es handelt sich um eine perspektivische Relation, d.h. sie involviert einen Beobachterstandpunkt, von dem aus betrachtet die Differenz zwischen Außen und Innen, Vorn und Hinten, Oben und Unten usw. formal relevant wird. Diese Systemdefinition ist so allgemein, wie in Toth (2012b, c) gezeigt, dass mit ihrer Hilfe sowohl die Objektrelation

$O = [[\Omega_i, \Omega_j], [\Sigma_k, \Sigma_l]]$

als auch die Zeichenrelation (vgl. Bense 1979, S. 53)

$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

tiefergelegt werden können, d.h. wir haben die beiden folgenden Abbildungen bzw. Transformationen

t_1: $O \rightarrow S^*/\times S^* = [[\Omega_i, \Omega_j], [\Sigma_k, \Sigma_l]] \rightarrow$

$S^* = [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, ..., [x^{n+1}_n]_n]$

$\times S^* = [[x^{n+1}_n], ..., [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n]$

t_2: $Z \rightarrow S^*/\times S^* = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))\rightarrow$

$S^* = [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, ..., [x^{n+1}_n]_n]$

$\times S^* = [[x^{n+1}_n], ..., [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n]$.

2. Nun fallen aber nicht nur Zeichen und Objekt, die in nicht-systemischer Sicht durch eine Kontexturgrenze voneinander geschieden sind, unter die Definition des allgemeinen perspektivischen Systems, sondern dies gilt natürlich auch für

die durch Bense erweiterte Zeichendefinition im Sinne eines Dualsystems, bestehend aus Zeichenthematik und Realitätsthematik, d.h.

$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

$\times Z = (((I \rightarrow O \rightarrow M) \rightarrow (O \rightarrow M)) \rightarrow M)$.

Daraus folgt jedoch, daß wir die weitere Transformation

$$\begin{array}{ll} t_3: & Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))) \\ & \times Z = (((I \rightarrow O \rightarrow M) \rightarrow (O \rightarrow M)) \rightarrow M) \\ & \qquad\qquad\downarrow \\ & S^* = [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, ..., [x^{n+1}_n]_n] \\ & \times S^* = [[x^{n+1}_n], ..., [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n] \end{array}$$

haben, die somit der Objekt-Abbildung

$$\begin{array}{lll} t_1: & O \rightarrow S^*/\times S^* = & [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]] \rightarrow \\ & & S^* = [x_0^1, [x^2_1, [x^3_2, [x^4_3, [x^5_4, [x^6_5, ..., [x^{n+1}_n]_n] \\ & & \times S^* = [[x^{n+1}_n], ..., [x^6_5, [x^5_4, [x^4_3, [x^3_2, [x^2_1, [x^1_0]_n] \end{array}$$

gegenübersteht. Während nun t_1 keine Schwierigkeiten bereitet, wenigstens nicht, solange es sich um eine Objektrelation ohne subjektive Interaktion handelt (vgl. dazu Toth 2012d), ist t_3 mit einer Strukturveränderung von der Zeichen- auf die Systemrelation verbunden, die arithmetisch der folgenden Abbildung entspricht:

$(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))) \rightarrow (1 \Lsh 2 \Lsh 3)$

und was man mengentheoretisch wie folgt ausdrücken könnte

$\{\{1\} \subset \{\{\{1\}, 2\} \subset \{\{\{1\}, \{\{\{1\}, 2\}, 3\}\}\} \rightarrow \{\{1\} \supset \{\{\{1\}, 2\} \supset \{\{\{1\}, \{\{\{1\}, 2\}, 3\}\}\}$,

d.h. durch Konversion der Inklusionsrelationen. Das ist allerdings noch nicht alles, denn da die Zeichenrelation vermöge ihrer 3-stelligkeit in insgesamt 6 Ordnungen auftreten kann, haben wir neben $(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$ noch die weiteren 5 Permutationen

$(1 \to ((1 \to 2 \to 3) \to (1 \to 2)))$

$((1 \to 2) \to (1 \to (1 \to 2 \to 3)))$

$((1 \to 2) \to ((1 \to 2 \to 3) \to 1)))$

$((1 \to 2 \to 3) \to (1 \to (1 \to 2)))$

$((1 \to 2 \to 3) \to ((1 \to 2) \to 1)))$,

in denen also, wie leicht ersichtlich ist, die Relationen zwischen den Teilrelationen der Zeichenrelation paarweise gleichzeitig im Ober- und im Untermengenverhältnis stehen können.

3. Es dürfte somit klar sein, daß die Zurückführung sowohl der Objekt- als auch der Zeichenrelation auf die allgemeine Systemrelation die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und Objekt im allgemeinen und zwischen Zeichenthemtik und Realitätsthematik im besonderen zugunsten einer Perspektivitätsrelation suspendiert. Um es etwas flapsig auszudrücken: Wenn Günther in seiner wissenschaftlichen Selbstbiographie (Günther 1975) sagte, vom Standpunkt der Polykontexturalitätstheorie aus betrachtet sei der Abgrund zwischen zwischen Leben und Tod im wesentlichen derselbe wie der Abyss zwischen Ich und Du, so könnte man vor dem Hintergrund der Suspendierung der kontexturellen Ordnungsrelation durch die nicht-kontexturelle Perspektivitätsrelation sagen: Die Differenz, die sich daraus ergibt, daß ich entweder vom Garten aus in den Hauseingang schaue oder vom Hauseingang in den Garten, ist systemisch gesehen genau dieselbe wie die Differenz zwischen Diesseits und Jenseits, Subjekt und Objekt oder eben Zeichen und Objekt.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J. (Hrsg.), Philosophie in Selbstdarstellungen. Bd. 2. Hamburg 1975, S. 1-76

Toth, Alfred, Gerichtete Objekt-Subjekt-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Metaobjektive Abbildungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Homomorphie und Isomorphie von Objekten und Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Subjektivität in Objekt- und Zeichen-Systemen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Bi-Objekte für die systemtheoretische Objekttheorie

1. Es ist eine bekannte Tatsache, daß System- und Objektgrenzen in doppelter Hinsicht qualitativ sind (vgl. bereits Toth 2012a): Zum einen sind sie selbst qualitativ geschieden, je nachdem, was durch sie getrennt wird. So sind etwa die Grenzen zwischen einem Grundstück und einem Nachbargrundstück verschieden von den Grenzen zwischen der Außen- und der Innenseite des Hauses, das auf diesem Grundstück steht, und beide Grenzen sind wiederum verschieden von denjenigen zwischen zwei Zimmern in diesem Haus oder von der Außen- und Innenseite eines Kasten, der sich in einem dieser Zimmer befindet. Zum andern bedeutet es einen Unterschied, auf welcher Seite einer Grenze man steht, und folglich sind Hin- und Rückweg zwischen zwei durch eine Grenze getrennten Punkten somit ebenfalls qualitativ verschieden. Nun lassen sich aber beide qualitativen Unterscheidungen, diejenigen der Grenzen selbst sowie des durch sie Abgegrenten, mit Hilfe perspektivischer Relationen unter einen Hut bringen. Jedes Haus sieht von jeder Seite verschieden aus, und die qualitativen Unterschiede in diesen Perspektiven sind z.B. "größer", wenn man die Frontseite mit dem Dach oder mit der Rückseite vergleicht, als wenn man das Haus z.B. von vorne links oder von vorne rechts betrachtet.

2. Offenbar gelten also für Systeme keine kontexturellen Ordnungsrelationen, sondern kontextuierte Austauschrelationen. Zur Definition perspektivischer Relationen gehen wir wie in Toth (2012b) aus von der Definition der Objektrelation

$O = [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]]$

sowie der Zeichenrelation (vgl. Bense 1979, S. 53)

$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$.

Wegen der in Toth (2012c) dargelegten ontisch-semiotischen Isomorphie haben wir damit sogleich die beiden

tiefergelegt werden können, d.h. wir haben die beiden folgenden Transformationen

t_1: $O \to S^*/{\times}S^* = \quad [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]] \to$

$S^* = [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]\ {}_n]$

${\times}S^* = \quad [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]\ {}_n]$

t_2: $Z \to S^*/{\times}S^* = \quad (M \to ((M \to O) \to (M \to O \to I)))\to$

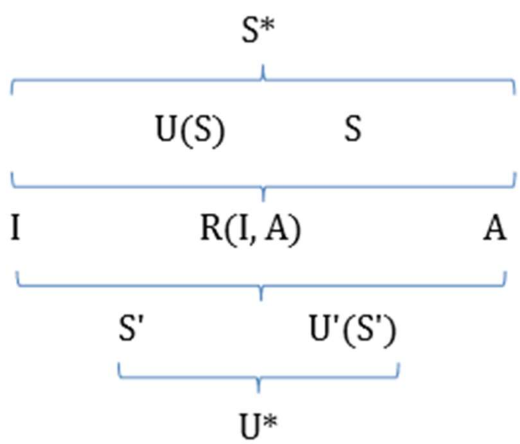
$S^* = [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]\ {}_n]$

${\times}S^* = \quad [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]\ {}_n]$.

3. Nun hatten wir in Toth (2012d) gezeigt, daß man nicht nur Zeichen-, sondern auch Objektrelationen im Sinne der von Kaehr (2007) vorgeschlagenen "saltarialen" Diamanten-Modelle formal darstellen kann. Sei ein System mit Rand definiert durch

$S^* = [A, \mathcal{R}[A, I], I]$,

dann haben wir für den Fall $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$ den 2-stufigen Diamanten



und für den Fall $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$

den 3-stufigen Diamanten

$$U(S) \leftarrow S$$

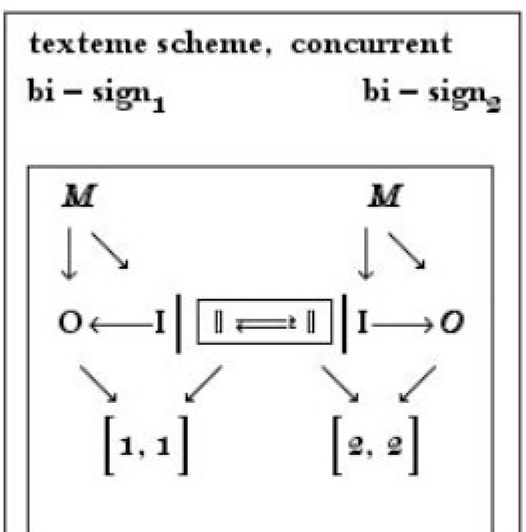
$$R(I, A) \leftarrow U(S) \qquad\qquad R(I, A) \leftarrow S$$

$$I \rightarrow R(I, A) \circ R(I, A) \qquad \rightarrow \qquad A \rightarrow R(I, A)$$

$$U(S) \rightarrow R(I, A) \qquad\qquad S \rightarrow R(I, A)$$

$$S \rightarrow U(S)$$

denn Diamanten sind, semiotisch interpretiert, nichts anderes als Systeme aus Zeichen mit ihren Umgebungen, und diese lassen sich nach Kaehr (2008) auch als Strukturen von sog. Bi-Zeichen darstellen:



Da man dieses semiotische Schema vermöge der Zeichen-Objekt-Isomorphie natürlich auch als objektales Schema interpretieren kann, folgt, daß man perspektivische System- und Objektrelationen wie die oben definierten Transformationen als "Bi-Objekte" darstellen kann.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. Glasgow 2008

Toth, Alfred, Systemische Perspektive und kategoriale Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Perspektive vs. Kontexturgrenze. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Isomorphie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Systeme mit Rändern als 3-stufige Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Gibt es einen Fundamentalsatz der Semiotik?

1. Der Fundamentalsatz der Arithmetik lautet wie folgt: "Jede von Eins verschiedene natürliche Zahl ist als Produkt endlich vieler Primzahlen darstellbar; diese Darstellung ist eindeutig, wenn man die in ihr vorkommenden Primzahlen der Größe nach ordnet" (Bundschuh 1996, S. 7).

2. Nach Bense (1981, S. 17 ff.) sind die drei (1-, 2- und 3-stelligen) Subrelationen der triadisch-trichotomischen (3-stelligen) Zeichenrelation im Sinne von "Zeichenzahlen" (Bense 1981, S. 17) als Primzeichen einführbar

$ZR = (.1., .2., .3.)$.

Vermöge Bense (1979, S. 53, 67) gilt somit

$ZR = (.1. \rightarrow ((.1. \rightarrow .2.) \rightarrow (.1. \rightarrow .2. \rightarrow .3.)))$

und daher

$(.1.) = (.1.)$

$(.2.) = (.1. \rightarrow .2.)$

$(.3.) = (.1. \rightarrow .2. \rightarrow .3.)$.

Sei K eine beliebige Kategorie. Dann können wir die Primzeichen wie folgt neu definieren

$(.1.) = (K \setminus (.2.), (.3.))$

$(.2.) = (K \setminus (.3.))$

$(.3.) = K$,

d.h. es genügt das Primzeichen (.3.), um die beiden anderen Primzeichen damit zu definieren. Daraus kann man auf direktem Wege die beiden Vermutungen von Peirce ableiten, daß 1. eine n-adische Relation mit $n < 3$ kein Zeichen ist, und daß 2. jede n-adische Relation mit $n > 3$ auf eine triadische Relation reduzierbar ist (vgl. Walther 1989, S. 298 u. Toth 2007, S. 173 ff.).

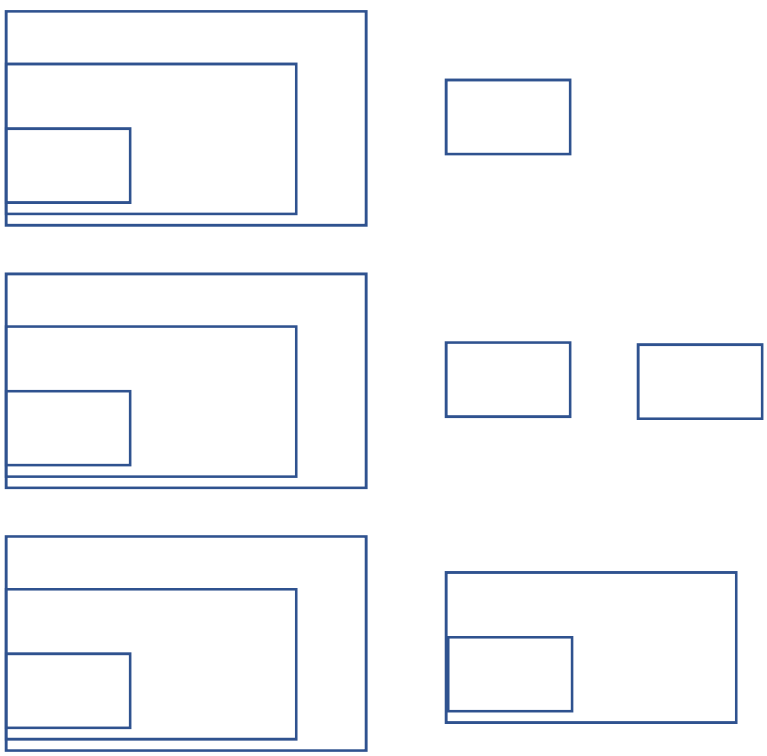
3. Für n-adische Relationen mit n > 3 ergeben sich damit folgende Möglichkeiten.

$R^4 = ((1, 2, 3), 1)$

$R^5 = ((1, 2, 3), 1, 1), ((1, 2, 3), 2)$

$R^6 = ((1, 2, 3), (1, 2, 3))$, usw.,

d.h. es gibt grundsätzlich zwei Typen: Entweder enthält eine solche Relation eine oder zwei 1-stellige Relationen, oder sie enthält eine 2-stellige Relation, welche der semiotischen Vermittlung dienen. Man kann diese drei Möglichkeiten wie folgt schematisch darstellen.



Da 1- und 2-stellige Relationen nicht selbständig existieren können, erhebt sich die Frage, wie diese drei Möglichkeiten der semiotischen Vermittlung funktionieren. Für 3-stellige Relationen ergeben sich folgende Möglichkeiten.

Die 1. Gruppe umfaßt zwei Typen der zeichen-externen Vermittlung

((1, 2, 3), □),(□, (1, 2, 3).

Die 2. Gruppe umfaßt drei Typen der zeichen-internen Vermittlung

(1, ☐, 2, 3), (1, 2, ☐, 3), (1, ☐, 3, 2).

Das Problem der Vermittlung dieser vermittelnden Relationen stellt sich somit nur bei den $R^{3+2(n)}$ für $n \in \{1, 2, 3, ...\}$. Hierfür kommen also sämtliche kombinatorischen Möglichkeiten in Frage.

Wir können einen "semiotischen Fundamentalsatz" wie folgt formulieren: Jede semiotische n-stellige Relation mit $n > 3$ läßt sich in Form von m 3-stelligen Relationen sowie (n-m) Vermittlungsrelationen darstellen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bundchuh, Peter, Einführung in die Zahlentheorie. 3. Aufl. Berlin 1996

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce. Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Horizontale und vertikale Ordnung von Objekten

1. Eine Grenze besteht im elementaren Fall aus drei Komponenten: Zwei Objekten, zwischen denen eine Grenze besteht sowie der Grenze selbst. Wenn wir von einem Paar von gerichteten Objekten ausgehen (vgl. Toth 2013), dann gibt es folgende 4 objekttheoretische Strukturen von Grenzen

$$\begin{array}{ccc} [X\,|_{X,Y}\,Y] & \neq & [X\,|_{Y,X}\,Y] \\ \neq & & \neq \\ [Y\,|_{X,Y}\,X] & \neq & [Y\,|_{Y,X}\,X] \end{array}$$

mit

$R_{X,Y} = \{[X\,|_{X,Y}\,Y], [X\,|_{Y,X}\,Y], [Y\,|_{X,Y}\,X], [Y\,|_{Y,X}\,X]\}$

als Rand. Der Rand kann somit im Rahmen der der Objekttheorie übergeordneten Systemtheorie als Menge alle perspektivischen Relationen definiert werden, die für eine Grenze möglich sind. Selbstverständlich gilt somit

$G \subset R \subset [S, U]$,

denn z.B. partizipiert der Rand eines Hauses zugleich an dessen Umgebung, also etwa dem Garten, der zu ihm gehört oder der Straße, von der er es abgrenzt.

2. Mit dieser Definition von Grenzen als Teilmengen von Rändern als Teilmengen selbstenthaltender Systeme ($S^* = [S, U]$) ist es jedoch nicht möglich, zu bestimmen, ob X oder Y einander super- oder subordiniert sind, d.h. ob z.B. eine Treppe von der Straße zum Hauseingang hoch oder zu ihm hinunter führt. Wenn wir als Zeichen für Koordination "=", für Subordination "<" und für Superordination ">" einführen, erhalten wir die folgenden 12 möglichen Strukturen von Grenzen, die wir als Paare von Ungleichungen darstellen.

$[X\,|_{X<Y}\,Y] \quad \neq \quad [X\,|_{Y<X}\,Y]$

$[X\,|_{X>Y}\,Y] \quad \neq \quad [X\,|_{Y>X}\,Y]$

$[X\,|_{X\,=\,Y}\,Y] \quad \neq \quad [X\,|_{Y\,=\,X}\,Y]$

$[Y\,|_{X\,<\,Y}\,X] \quad \neq \quad [Y\,|_{Y\,<\,X}\,X]$

$[Y\,|_{X\,>\,Y}\,X] \quad \neq \quad [Y\,|_{Y\,>\,X}\,X]$

$[Y\,|_{X\,=\,Y}\,X] \quad \neq \quad [Y\,|_{Y\,=\,X}\,X]$

3. Die bisherigen formalen Typen von Grenzen betreffend jedoch gemäß Definition nur Paare gerichteter Objekte, d.h. wir sind bislang außer Stande, die objekttheoretischen Ordnungsrelationen mehr als eines Systems zu formalisieren. Allerdings ermöglicht uns die Rekursivität der Definition selbstenthaltender Systeme ($S^* = [S, U]$), ein Paar gerichteter Objekte als Teilmenge einer Menge von gerichteten Systemen einzuführen, d.h. wir haben

$[X_i\,|_{Xi,Yj}\,Y_j] \subset S^*$.

Im minimalen Fall gibt es für eine Menge von zwei Paaren gerichteter Objekte

$[[X_1\,|_{X1,Y2}\,Y_2], [X_3\,|_{X3,Y4}\,Y_4]] \subset S^*$

als Teilmenge eines n-tupels von gerichteten Objekten die folgenden 9 Möglichkeiten von Typen objekttheoretischer Grenzen

$[[X_1\,|_{X1\,<\,Y2}\,Y_2] \,\square\, [X_3\,|_{X3\,<\,Y4}\,Y_4]]$

$[[X_1\,|_{X1\,<\,Y2}\,Y_2] \,\square\, [X_3\,|_{X3\,>\,Y4}\,Y_4]]$

$[[X_1\,|_{X1\,<\,Y2}\,Y_2] \,\square\, [X_3\,|_{X3\,=\,Y4}\,Y_4]]$

$[[X_1\,|_{X1\,>\,Y2}\,Y_2] \,\square\, [X_3\,|_{X3\,<\,Y4}\,Y_4]]$

$[[X_1\,|_{X1\,>\,Y2}\,Y_2] \,\square\, [X_3\,|_{X3\,>\,Y4}\,Y_4]]$

$[[X_1\,|_{X1\,>\,Y2}\,Y_2] \,\square\, [X_3\,|_{X3\,=\,Y4}\,Y_4]]$

$[[X_1\,|_{X1\,=\,Y2}\,Y_2] \,\square\, [X_3\,|_{X3\,<\,Y4}\,Y_4]]$

$[[X_1\,|_{X1\,=\,Y2}\,Y_2] \,\square\, [X_3\,|_{X3\,>\,Y4}\,Y_4]]$

$[[X_1 |_{X1 = Y2} Y_2] \square [X_3 |_{X3 = Y4} Y_4]]$,

wobei gilt: $\square \in \{<, >, =\}$.

Bibliographie

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Zeichen und Transzendenz, das Huhn und das Ei

1. Wir gehen aus von der Definition des elementaren Systems als Basis der der Zeichentheorie an die Seite gestellten Objekttheorie (vgl. Toth 2012a-c)

$S := [A \mid I]$,

darin steht $\mid$ für die perspektivische Austauschrelation, d.h. wir haben

$f: A \rightarrow I$

$g: A \leftarrow I$

und somit

$p = A \leftrightarrow I$.

2.1. Dagegen haben wir für ein aus einem Objekt O und einem Zeichen Z bestehenden elementaren System

$\underline{S} := [O \mid Z]$

mit

$\underline{f}: O \rightarrow Z$

$\underline{g}: O \leftarrow Z$

und also

$\underline{f}\,\underline{g} \neq \underline{g}\underline{f}$

und damit

$p \neq O \leftrightarrow Z$.

2.2. Es ist somit

$(\neg A := I) \Rightarrow (\neg I = A)$,

d.h. aber

$f(A) = I$

$f(I) = A$,

denn eine Negation ist eine Abbildung, und somit gilt trans(A) = I

trans(I) = A.

Die Ersetzung einer perspektivischen Relation durch eine Ordnungsrelation und die dadurch bedingte Ersetzung einer bijektiven durch eine nicht-bijektive Abbildung führt zur wechselseitigen Transzendenz von Abzubildendem und Abgebildetem und etabliert somit die Transzendenz. Diese Ersetzungen finden also beim Übergang vom ontischen zum semiotischen Raum (vgl. Bense 1975, S. 39 ff., S. 64 ff.) statt. Wir kommen daher zum Schluß: Transzendenz ermöglicht die Zeichenbildung, aber die Möglichkeit, ein Objekt zum Zeichen zu erklären, erschafft gleichzeitig erst die Transzendenz.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zur Bildung von Dualsystemen über der großen semiotischen Matrix

1. Die von Bense (1975, S. 105) eingeführte große semiotische Matrix besteht nicht wie die entsprechende kleine Matrix aus dyadischen Subrelationen in der Form kartesischer Produkte von Primzeichen, sondern aus solchen von wiederum dyadischen Subzeichen, d.h. die Matrixeinträge haben die Form

$(a.b) \times (c.d) = ((a.b), (c.d))$.

Es gibt somit 9 mal 9 = 81 dyadische Subrelationen, die selbst wiederum Paare von Subrelationen sind. Damit stellt sich die Frage nach den semiotischen Relationen zwischen diese Paaren von Dyaden. Je nachdem, ob $a = c$ oder $a \neq c$ und ob $b = d$ oder $b \neq d$ sind, gibt es jeweils genau 5 Möglichkeiten

$(a.b) = (c.d)$

$(a.b) < (c.d)$

$(a.b) > (c.d)$

$(a.b) \leftarrow (c.d)$

$(a.b) \rightarrow (d.d)$,

wobei die Symbole $<$ und $>$ für Selektions- und die Symbole $\leftarrow$ und $\rightarrow$ für Zuordnungsoperationen stehen (vgl. Toth 2008, S. 12 ff.).

2. Die in der Stuttgarter Schule immer wieder diskutierte Frage nach der Bildung von Zeichenklassen (vgl. bes. Steffen 1981, S. 8 ff.) über der großen Matrix kann auf die 5 Arten semiotischer Relationen zurückgeführt werden, die innerhalb der erweiterten, d.h. über der großen Matrix gebildeten Dualsysteme bestehen. Hier sind v.a. drei grundsätzliche Möglichkeiten zu erwähnen.

2.1. Man läßt sowohl generative als auch degenerative semiosische Prozesse innerhalb der Dyaden-Paare zu. Damit werden also Relationen der Form

$((a.b), (c.d))$ mit $c < a$

$((a.b), (c.d)$ mit $d > b$

zugelassen.

2.2. Man überträgt die inklusive semiosische Ordung, wie sie zwischen den Primzeichen ihrer kartesischen Produkte, d.h. den über der kleinen Matrix gebildeten Subrelationen bestehen, auf die Ordnung zwischen den Paaren von Subrelationen, die über der großen Matrix gebildet werden. Dann folgt automatisch

$((a.b), (c.d))$ mit $a < d$ und $d \geqq c$.

2.3. Viel größere Konsequenzen als diejenigen eines Kompromisses zwischen den beiden Möglichkeiten 2.1. und 2.2. stellen die beiden Bedingungen

$((a.b), (c.d))$ mit $a = c$ und $b <=> d$

dar, denn hieraus folgt sofort, daß jedes Paar von Subrelationen aus einer Subrelation besteht, die thematisiert wird und einer, die thematisiert, d.h. wir bekommen dann thematische relationale bzw. ordnungstheoretische Strukturen, die von den durch die Realitätsthematiken präsentierten entitätischen Realitäten der über der kleinen Matrix gebildeten Dualsysteme bekannt sind, d.h. bivalente Strukturen innerhalb triadisch-trichotomischer Relationen. Daraus folgt weiter, daß in einem Dualsystem der Form

$$DS = (((a.b), (c.d)), ((e.f), (g.h)), ((i.j), (k.l)))$$
$$\times(((l.k), (j.i)), ((h.g), (f.e)), ((d.c), (b.a)))$$

die Teilklasse

$$DS_{tn} = ((c.d), (g.h), (k.l)) \times ((l.k), (h.g), (d.c))$$

vollständig in die Teilklasse

$$DS_{tt} = ((a.b), (e.f), (i.j)) \times ((j.i), (f.e), (b.a))$$

eingebettet ist. Anders ausgedrückt, wenn

$$DS = ((a \leftarrow b), (c \leftarrow d), (e \leftarrow f))$$

gilt, dann gilt weiter

$(b, d, f) \subset (a, c, e)$.

Informell ausgedrückt, bedeutet also der Übergang von den über der kleinen Matrix gebildeten Dualsystemen zu den erweiterten, über der großen Matrix gebildeten die Erzeugung von bivalenten Thematisationsordnungen durch Übertragung der Verschachtelungsstruktur von den Trichotomien auf die Triaden. Bereits Bense (1979, S. 53, 67) hatte ja als kategorietheoretische Definition der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

vorgeschlagen, d.h. für die Subrelationen von ZR gilt damit

$ZR = (1 \subset ((1 \subset 2) \rightarrow (1 \subset 2 \subset 3)))$.

Abschließend seien zur Illustration die Erweiterungen der 1. Haupt-Zeichenklasse Zkl = (3.1, 2.1, 1.1) gegeben

((3.1, 3.1), (2.1, 2.1), (1.1, 1.1))

((3.1, 3.1), (2.1, 2.1), (1.1, 1.2))

((3.1, 3.1), (2.1, 2.1), (1.1, 1.3))

((3.1, 3.1), (2.1, 2.2), (1.1, 1.2))

((3.1, 3.1), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))

((3.1, 3.1), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))

((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.2))

((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))

((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))

((3.1, 3.3), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3)).

Da jede Zeichenklasse sowohl als thematisierte als auch als thematisierende auftreten kann, bekommt also jede der 10 über der kleinen Matrix gebildeten regulären Zeichenklassen eine 10fache Ausdifferenzierung, d.h. wir bekommen eine Gesamtzahl von 100 erweiterten semiotischen Dualsystemen, wenn wir uns für die Möglichkeit 2.3 entscheiden. Diese 100 semiotischen Dualsysteme sind natürlich eine relativ geringe Teilmenge der 2 mal 729 über Paaren von Subrelationen in erweiterten triadisch-trichotomischen Dualsystemen konstruierbaren Repräsentationsschemata, vergleichbar mit der Teilmenge der 10 regulären (Peirceschen) Repräsentationsschemata als Teilmenge der maximalen Anzahl von 27 über der kleinen Matrix herstellbaren Dualsysteme.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Steffen, Werner, Zum semiotischen Aufbau ästhetischer Zustände von Bildwerken. Diss. Stuttgart 1981

Mesozeichenklassen

1. Der Begriff des Mesozeichens stammt von Bense und wurde von ihm innerhalb seiner Theorie einer morphogenetischen Semiotik eingeführt (vgl. Bense 1983, S. 81 ff.). Mesozeichen sollen die relationale Differenz zwischen triadisch fungierenden semiotischen und dyadischen fungierenden metasemiotischen Entitäten überbrücken (vgl. Bense 1983, S. 87). Wenn dann Bense allerdings als stellvertretend für letztere die ebenfalls dyadischen entitätischen Realitäten von Realitätsthematiken mit ihren dualen Zeichenklassen vermittelt, die Mesozeichen also lediglich als nichtleere Schnittmengen zwischen Zeichenklassen und Realitätsthematiken bestimmt, die trivialerweise gar nicht leer sein können, da beide in Dualrelationen stehen, dann läuft eine auf einem dergestalt trivialen Begriff einer "Chreode" basierende "morphogenetische Semiotik" auf ein System von Trivialitäten hinaus.

2. Im folgenden wird deshalb ein alternatives System präsentiert, das nicht nur auf Meso-Subzeichen bzw. Paaren von solchen, sondern auf triadischen Mesozeichenrelationen basiert. Zunächst werden hier für sämtliche $3! = 6$ Permutationen der Menge der Zeichenzahlen $P = (1, 2, 3)$ zugelassen, d.h. also nicht nur die kanonische Ordnung der P innerhalb von Zeichenklassen in der sog. retrosemiosischen Ordnung $(3 > 2 > 1)$, die vermutlich auf einem Mißverständnis von Peirces "pragmatischer Maxime" beruht.[1] Wenn wir als allgemeine Form einer Zeichenklasse

[1] Vgl. dazu Benses Bemerkung: "Man sieht also, wie weit die 'pragmatische Maxime' von Peirce, deren heuristische Schlußfigur, semiotisch fixiert, rekursiv, degenerierend ist, als sie vom Interpretanten auf das Mittel, von der Drittheit auf die Erstheit zurückgreift, in der Interpretantenkonzeption der Mathematik, wie sie Curry entwickelt, wirksam ist" (1975, S. 165). Ist es nicht vielmehr so, daß hiermit lediglich die sog. Gebrauchsfunktion des Zeichens $(I \rightarrow M)$ gemeint ist?

Zkl = (3.a, 2.b, 1.c)

setzen, dann bekommen wir also zunächst 6 mögliche Dualsysteme, d.h. Zkln mitsamt ihren koordinierten Realitätsthematiken (Rthn).

(3.a, 2.b, 1.c) × (c.1, b.2, a.3)

(3.a, 1.c, 2.b) × (b.2, c.1, a.3)

(2.b, 3.a, 1.c) × (c.1, a.3, b.2)

(2.b, 1.c, 3.a) × (a.3, c.1, b.2)

(1.c, 3.a, 2.b) × (b.2, a.3, c.1)

(1.c, 2.b, 3.a) × (a.3, b.2, c.1)

3. Nun lassen sich aber sämtliche Subrelationen von Zkl×Rth der Form

$S = \langle a.b \rangle$

vermöge des in Toth (2014) eingeführten Einbettungsoperators

E(S) =[[a, [b]], [[b], a], [[a], b], [b, [a]]]

auf das folgende Quadrupel abbilden

S_1 = [a, [b]] S_2 = [[b], a]

S_3 = [b, [a]] S_4 = [[b], a].

Dadurch enthalten wir statt 6 permutierten semiotischen Dualsystemen nun Paaren von solchen

[3[a], 2[b], 1[c]] × [[c]1, [b]2, [a]3]]

[[3]a, [2]b, [1]c] × [c[1], b[2], a[3]]

[3[a], 1[c], 2[b]] × [[b]2, [c]1, [a]3]]

[[3]a, [1]c, [2]b] × [b[2], c[1], a[3]]

$[2[b], 3[a], 1[c]] \times [[c]1, [a]3, [b]2]]$

$[[2]b, [3]a, [1]c] \times [c[1], a[3], b[2]]$

$[2[b], 1[c], 3[a]] \times [[a]3, [c]1, [b]2]]$

$[[2]b, [1]c, [3]a] \times [a[3], c[1], b[2]]$

$[1[c], 3[a], 2[b]] \times [[b]2, [a]3, [c]1]]$

$[[1]c, [3]a, [2]b] \times [b[2], a[3], c[1]]$

$[1[c], 2[b], 3[a]] \times [[a]3, [b]2, [c]1]]$

$[[1]c, [2]b, [3]a] \times [a[3], b[2], c[1]]$

Wir haben somit ein Vermittlungssystem aus 3 Haupt- und je zwei Teil-Systemen, das für konstantes a, b und c das semiotische Dualsystem

$DS = [[3.a, 2.b, 1.c] \times [c.1, b.2, a.3]]$

zwischen seinem Vorgängersystem

$DS_V = [[3.(a-1), 2.b(-1), 1.c(-1)] \times [(c-1).1, (b-1).2, (a-1).3]]$

und seinem Nachfolgersystem

$DS_N = [[3.(a+1), 2.b(+1), 1.c(+1)] \times [(c+1).1, (b+1).2, (a+1).3]]$

auf 12-fache Weise vermittelt. Diese Vermittlung funktioniert allerdings nur dann ohne Überspringung der strukturellen Möglichkeiten von DS, wenn man sich nicht nur auf die 10 peirceschen Dualsysteme beschränkt, sondern die Gesamtmenge aller $3^3 = 27$ über P erzeugbaren Dualsysteme nimmt. Das letztere stellt denn zusammen mit seinem großen strukturellen und ordnungstheoretischen Reichtum von $12 \times 27 = 324$ Dualsystemen das vollständige relationale Organon dar, auf dem eine nicht-triviale morphogenetische Semiotik gegründet werden sollte.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Kardinalität, Distribution und Position bei Zeichenzahlen

1. In Toth (2014a, b) wurde gezeigt, daß Zeichenzahlen nicht-bijektiv auf Peanozahlen abgebildet werden können und daß sie auf drei Zählebenen gezählt werden müssen, wobei diese ein symmetrisch-reflektorisches System bilden.

Zeichen-	—	—	—	3.1	3.2	3.3
zahlen	—	—	2.1	2.2	2.3	—
	—	1.1	1.2	1.3	—	—
Peano	1	2	3	4	5	6

2. Zweifellos handelt es sich bei Zeichenzahlen um eine spezielle Art von qualitativen Zahlen, dies ergibt sich bereits vermöge der Korrespondenz zwischen den von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen und den peirceschen Modalitäten

1 ~ Möglichkeit

2 ~ Wirklichkeit

3 ~ Notwendigkeit.

Dennoch ist die peirce-bensesche Semiotik logisch 2-wertig, da Bense (1975, S. 167 ff.) gezeigt hatte, daß die Menge der Primzeichen P = (1, 2, 3) die Peano-Axiome erfüllt. Vom Standpunkt der im Sinne der polykontexturalen Zahlentheorie qualitativen Zahlen (vgl. Thomas 1985) handelt es sich bei ihnen somit nicht einmal um Proto-Zahlen. Hingegen kommt die qualitative Differenz der drei Zählebenen erfordernden Zeichenzahlen dadurch zum Ausdruck, daß die Dualrelationen

$\times(1.2) = (2.1)$

$\times(1.3) = (3.1)$

$\times(2.3) = (3.2)$

nur formal bestehen, denn qualitativ gesehen werden die Primzeichen für Triaden und für Trichotomien je verschieden definiert, d.h. es ist

$(P_{td} \neq P_{tt}) = (x.) \neq (.x)$

für $(x.) \in P_{td}$ und $(.x) \in P_{tt}$.

So ist ein Sinzeichen (1.2) ein raumzeitlich determinierter Mittelbezug, aber ein Icon (2.1) ist ein Abbild. Ein Legizeichen (1.3) ist ein konventioneller Mittelbezug, aber ein Rhema (3.1) ein offener, nicht-behauptungsfähiger Konnex. Ein Symbol (2.3) ist ein arbiträrer Objektbezug, aber ein Dicent (3.2) ist ein abgeschlossener, behauptungsfähiger Konnex. Das bedeutet also, daß die Peano-Nachfolgen für P_{td} und für P_{tt} qualitativ je verschieden definiert sind.

3. Dennoch spielen Kardinalität in der Form der von Bense (1975, S. 45 ff.) eingeführten Frequenzzahlen, Distribution innerhalb der paarweisen Dualität bzw. Selbstdualität aller Zeichenzahlen und Position durch ihre Anordnung innerhalb der von Bense (1975, S. 100 ff.) eingeführten semiotischen Matrix eine Rolle. Dies berechtigt uns somit, die Zeichenzahlen als monokontexturale qualitative Zahlen dennoch aus dem Blickwinkel der drei von Günther (1980) eingeführten drei polykontxturalen Zahlenebenen zu betrachten. Diese wurden von Thomas (1985, S. 115 f.) wie folgt definiert.

Günther distinguished 3 different kinds of kenogrammatic sequences (lines) by using three different equivalence relations:

Trito-equivalence $\equiv_T$: for all i,j $f_i \neq f_j \iff g_i \neq g_j$ e.g. the *position* in between the structure of n places is relevant.

Deutero-eqivalence $\equiv_D$: Only the *distribution* of used symbols in the structure of n places is relevant.

Proto-equivalence $\equiv_P$: Only the *cardinal number* of different symbols is relevant in the given structure.

Examples for trito-, deutero- and proto-equivalence:

a b b c $\equiv_T$ b c c a $\equiv_T$ □○○△ a a b b $\equiv_D$ a b a b $\equiv_D$ □○□○ a a b b $\equiv_P$ a a a b $\equiv_P$ □○□○.

Die Zeichenzahlen, wie sie im obigen Schema der drei Zählebenen dargestellt wurden, sind somit tritoäquivalent, da sie positional relevant sind, d.h. sie sind paarweise verschieden, und dies gilt in Sonderheit für die drei dualen Zeichenzahlen

(1.2) ≠ (2.1)

(1.3) ≠ (3.1)

(2.3) ≠ (3.2).

Reduziert man die Zeichenzahlen auf ihre Distribution, so fallen bei Deuteroäquivalenz genau diese Dualen zusammen, d.h. es gilt nun

(1.2) = (2.1)

(1.3) = (3.1)

(2.3) = (3.2).

Die Menge der Zeichenzahlen

S_{trito} = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3),

welche in dieser Form tritoäquivalent ist, reduziert sich somit auf die folgende Menge deuteroäquivalenter Zeichenzahlen

$S_{deutero}$ = (1.1, 1.2, 1.3, 2.2, 2.3, 3.3).

Reduziert man die Zeichenzahlen gar auf ihre Kardinalität, so bekommt man allerdings keineswegs die Frequenzzahlen, d.h.

F(1.1) = 2	F(2.1) = 3	F(3.1) = 4
F(1.2) = 3	F(2.2) = 4	F(3.2) = 5
F(1.3) = 4	F(2.3) = 5	F(3.3) = 6,

denn diese sind ja per definitionem Peanozahlen und keine Protozahlen, sondern es gilt

$(1.1) = (1.2) = (1.3) = ... = (3.3)$

und damit

$S_{proto} = (1.1)$

oder

$S_{proto} = (1.2)$.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980

Thomas, Gerhard G., On kenogrammatics. In: Frolík, Zdenek et al. (Hrsg.), Proceedings of the 13th Winter School on Abstract Analysis, Section of Topology. Palermo 1985, S. 113-123

Toth, Alfred, Positionskonstanz von Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Zählen mit Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Grundlegung der Semiotik mit Hilfe von ortsfunktionalen algebraischen Kategorien

1. Die peirce-bensesche Semiotik basiert, wie schon öfters bemerkt, nur auf einer kleinen Teilmenge der $3^3 = 27$ über der allgemeinen Form semiotischer Dualsysteme DS = (3.x, 2.y, 1.z) × (z.1, y.2, x.3) konstruierbaren semiotischen Dualsysteme, nämlich den 10 sogenannten Zeichenklassen und Realitätsthematiken, welche durch die Ordnungsrelation (x ≦ y ≦ z) aus der Gesamtmenge herausgefiltert werden. Wie bereits in Toth (2015a) gezeigt, muß der Semiotik jedoch dieses vollständige System von Dualsystemen zugrunde gelegt werden, denn nur dieses kann als perspektivisches System von Reflexionsrelationen dargestellt werden. Im folgenden benutzen wir die in Toth (2015b) gewonnene Erkenntnis, daß sich Strukturen ortsfunktionaler Zahlen in 3-elementigen Mengen P = (0, 1, 2) bijektiv auf algebraische Kategorien abbilden lassen, um die Bijektion von Paaren semiotischer Dualsysteme auf ortsfunktionale algebraische Kategorien abzubilden.

2.1. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 1	=	(3.1, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 1.3)
DS 27	=	(3.3, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 3.3)
(0 ↑ 1 ↑ 2)		(0 ↓ 1 ↓ 2)
(↑↑)		(↓↓)

2.2. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 2	=	(3.1, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 1.3)
DS 26	=	(3.3, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 3.3)
(0 ↑ 1 ↗ 2)		(0 ↑ 1 ↖ 2)
(↑↗)		(↑↖)

2.3. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 3	=	(3.1, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 1.3)
DS 25	=	(3.3, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 3.3)
(0 ↑ 1 ↗↗ 2)		(0 ↑ 1 ↖↖ 2)
(↑↗↗)		(↑↖↖)

2.4. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 4	=	(3.1, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 1.3)
DS 24	=	(3.3, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 3.3)
(0 ↗ 1 ↖ 2)		(0 ↖ 1 ↗ 2)
(↗↖)		(↖↗)

2.5. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 5	=	(3.1, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 1.3)
DS 23	=	(3.3, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 3.3)
(0 ↗ 1 ↑ 2)		(0 ↖ 1 ↑ 2)
(↗↑)		(↖↑)

2.6. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 6	=	(3.1, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 1.3)
DS 22	=	(3.3, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 3.3)
(0 ↗ 1 ↗ 2)		(0 ↖ 1 ↖ 2)
(↗↗)		(↖↖)

2.7. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 7	=	(3.1, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 1.3)
DS 21	=	(3.3, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 3.3)
(0 ↗↗ 1 ↖↖ 2)		(0 ↖↖ 1 ↗↗ 2)
(↗↗↖↖)		(↖↖↗↗)

2.8. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 8	=	(3.1, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 1.3)
DS 20	=	(3.3, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 3.3)
(0 ↗↗ 1 ↖ 2)		(0 ↖↖ 1 ↗ 2)
(↗↗↖)		(↖↖↗)

2.9. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 9	=	(3.1, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 1.3)
DS 19	=	(3.3, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 3.3)
(0 ↗↗ 1 ↑ 2)		(0 ↖↖ 1 ↑ 2)
(↗↗↑)		(↖↖↑)

2.10. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 10	=	(3.2, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 2.3)
DS 18	=	(3.2, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 2.3)
(0 ↖ 1 ↑ 2)		(0 ↗ 1 ↑ 2)
(↖↑)		(↗↑)

2.11. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 11	=	(3.2, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 2.3)
DS 17	=	(3.2, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 2.3)
(0 ↖ 1 ↗ 2)		(0 ↗ 1 ↖ 2)
(↖↗)		(↗↖)

2.12. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 12	=	(3.2, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 2.3)
DS 16	=	(3.2, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 2.3)
(0 ↖ 1 ↗↗ 2)		(0 ↗ 1 ↖↖ 2)
(↖↗↗)		(↗↖↖)

2.13. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 13 = (3.2, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 2.3)

DS 15 = (3.2, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 2.3)

(0 ↑ 1 ↖ 2) (0 ↑ 1 ↗ 2)

(↑↖) (↑↗)

2.14. Paarrelation semiotischer Dualsysteme

DS 14 = (3.2, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 2.3)

(0 ↑ 1 ↑ 2)

(↑↑)

Bibliographie

Toth, Alfred, Perspektivische Reflexion semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Ortsfunktionalität von Zeichenklassen

1. Obwohl das Zeichen eine qualitative Entität ist und also mit Hilfe der Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986) oder mit Hilfe der qualitativen Arithmetik (vgl. Toth 2015a, b) behandelt werden sollte, hatte sich Bense verschiedentlich bemüht, die Isomorphie zwischen den von ihm so genannten "Primzeichen", d.h. Zeichenzahlen, und den Peanozahlen nachzuweisen (vgl. Bense 1975, S. 167 ff., 1981, S. 17 ff., vgl. auch 1983, S. 192 ff.). Damit werden – genauso wie bei der Redukation von Anzahlen auf Zahlen – Qualitäten auf Quantitäten reduziert. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, daß ausgerechnet Peirce, der Begründer der Semiotik, in seinen "Axioms of Numbers" die Zahlen als Anzahlen und also nicht, wie Peano Jahre nach ihm, als Zahlen eingeführt hatte. So heißt es in der von Bense (1983, S. 195) wiedergegebenen Definition XII: "In any counting, every number counting off an object is less than every number that does not count off an object".

2. Da die Zeichen von Bense (1981, S. 17 ff.) jedoch als lineare Peanofolgen definiert werden, gibt es für Zeichenklassen natürlich nur die horizontale Zählweise. Wie in Toth (2015a) gezeigt wurde, sind Zeichen wegen ihrer Isomorphie mit Objekten (die notabene bereits von Bense 1939, S. 83 festgestellt worden war) jedoch ortsfunktional, d.h. es gilt nicht nur

$\Omega = f(\omega)$,

sondern vermöge $\Omega \cong Z$ auch

$Z = f(\omega)$,

und damit gibt es, wenn man sich auf 2-dimensionale Zahlenfelder beschränkt, neben der horizontalen noch eine vertikale und zwei diagonale Zählweisen.

2.1. Adjazente Zählweise von Zeichenklassen

Bei der adjazenten Zählweise fallen die Zeichenklassen natürlich unter die herkömmliche, durch die Isomorphie der sie konstituierenden Primzeichen mit den Peanozahlen determinierte horizontale Zählweise, allerdings gibt es bereits hier keinen Grund mehr, der auf Peirce zurückgehenden Ordnungsrelation

$O = (3.x, 2.y, 1.z)$

mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$

zu folgen, sondern es sind, da Zeichen als triadische Relationen definiert sind, sämtliche $3! = 6$ Permutationen erlaubt. Wir bekommen also

$Z_1 = (3.x, 2.y, 1.z)$	$Z_3 = (2.y, 3.x, 1.z)$	$Z_5 = (1.z, 3.x, 2.y)$
$Z_2 = (3.x, 1.z, 2.y)$	$Z_4 = (2.y, 1.z, 3.x)$	$Z_6 = (1.z, 2.y, 3.x)$.

2.2. Subjazente Zählweise von Zeichenklassen

Die Menge der subjazenten Zeichenklassen steigt gegenüber den adjazenten bereits erheblich an, auch wenn man von Permutationen absieht.

3.x	2.y		3.x	2.y		3.x	2.y	
1.z				1.z				1.z

	2.y	1.z		2.y	1.z		2.y	1.z
3.x				3.x				3.x

3.x		1.z	3.x		1.z	3.x		1.z
2.y				2.y				2.y

2.3. Transjazente Zählweise von Zeichenklassen

Da es zwei – die haupt- und die nebendiagonale – transjazente Zählweisen gibt, erfolgt ein weiterer qualitativer Zuwachs an arithmetischer Struktur gegenüber den subjazenten Zeichenklassen.

3.x					3.x
2.y					2.y
		1.z	1.z		
3.x	2.y			2.y	3.x
		1.z	1.z		

	2.y	1.z	1.z	2.y	
3.x					3.x

3.x		1.z	1.z		3.x
2.y					2.y

3.x		1.z	1.z		3.x
		2.y	2.y		

...

3.x					3.x
	2.y			2.y	
		1.z	1.z		

Bibliographie

Bense, Max, Geist der Mathematik. München 1939

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Kleine qualitative Arithmetik der Zeichenzahlen

1. In seiner Konzeption einer qualitativen semiotischen Mathematik, die sich hinter der erst 1980 eingeführten Relation der Primzeichen verbirgt (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.), nimmt Bense folgende Abbildungen zwischen den Zeichenzahlen und ihren Qualitäten vor, die wir hier in der Form von Sätzen formulieren (vgl. Toth 2016).

1.2.1. Qualitäten (1) werden kardinal gezählt.

1.2.2. Objekte (2) werden ordinal gezählt.

1.2.3. Konnexe (3) werden relational gezählt.

2. Da die peircesche Basisrelation

$Z = (1, 2, 3)$

lautet, gilt also für die qualitative Ordnungsrelation

$K < O < R$.

2.1.1. Für simpliziale Zahlen

$1 < 2 < 3$

2.1.2. Für komplexe Zahlen

2.1.2.1. Für kategorial homogene Zahlen

$1.1 < 2.2 < 3.3$

2.1.2.2. Für kategoriale inhomogene Zahlen

2.1.2.2.1. Trichotomien

$1.1 < 1.2 < 1.3$

$2.1 < 2.2 < 1.3$

$3.1 < 3.2 < 3.2$

2.1.2.2.2. Triaden

$1.1 < 2.1 < 3.1$

$1.2 < 2.2 < 3.2$

$1.3 < 2.3 < 3.3$

2.1.2.2.3. Trichotomische Triaden und triadische Trichotomien

$1.2 < 2.1 \mid 2.1 > 1.2$

$1.3 < 3.1 \mid 3.1 > 1.3$

$2.3 < 3.2 \mid 3.2 > 2.3$

Daraus erhalten wir folgenden

SATZ. Die Anordnungsaxiome sind für qualitative Zeichenzahlen gültig.

3. Die quantitativen Grundrechenarten sind für qualitative Zeichenzahlen ungültig. Es gelten die folgenden Sätze der Verbandstheorie.

3.1. Qualitative Addition

$1 \oplus 1 = 1$

$1 \oplus 2 = 2 = 2 \oplus 1$

$1 \oplus 3 = 3 = 3 \oplus 1$

$2 \oplus 3 = 3 = 3 \oplus 2$

$1 \oplus 3 = 3 = 3 \oplus 1.$

3.2. Qualitative Subtraktion

$3 \ominus 1 = 1$

$3 \ominus 2 = 2$

$3 \ominus 3 = 3$

$1 \ominus 1 = 1 \ominus 2 = 1 \ominus 3 = 1.$

4. Für die komplexen qualitativen Zahlen ist zwischen den folgenden mengentheoretischen Inklusionen zu unterscheiden

$K < O, O < R, K < R$

$K < (O < R).$

Für den zweiten Fall gilt für Zahlen der Form P = <x.y> ein Gesetz der konstanten oder steigenden y-Werte bei fallenden x-Werten.

Z.B. gilt für die nicht-inklusiven Fälle

(1.1, 1.2), (1.2, 1.3), (1.1, 1.3)

(1.2, 1.1), (1.3, 1.2), (1.3, 1.1),

aber für die inklusiven Fälle gelten davon nur

(1.1, 1.2), (1.2, 1.3), (1.1, 1.3).

Es handelt sich hier natürlich um nichts anderes als um das peircesche Gesetz der inklusiven trichotomischen Ordnung bei Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken. Daher gelten Zeichenklassen wie z.B. (3.1, 2.1, 1.1) oder (3.1, 2.2, 1.2) als regulär, solche wie z.B. (3.2, 2.1, 1.1) oder (3.2, 2.1, 1.2) jedoch nicht. Es sei jedoch hervorgehoben, daß es weder vom Standpunkt der quantitativen noch von demjenigen der qualitativen Arithmetik Gründe gibt, welche dieses Gesetz rechtfertigen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Die qualitative Zahl des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathemtical Semiotics, 2016

Ist die triadische Zeichenrelation wirklich universal?

1. Im Anschluß an die Einführung qualitativer semiotischer Zahlen in Toth (2016) definieren wir

O := 0

S := 1.

Dann können die drei semiotischen "Fundamentalkategorien" wie folgt definiert werden

M = (10 = f(1)) = 1(10)

O = (10 = f(0)) = 0(10)

I = (01 = f(0)) = 0(01),

und man erhält damit folgende Matrix qualitativer semiotischer Zahlen

	1(10)	0(10)	0(01)
1(10)	1(10) → 1(10)	1(10) → 0(10)	1(10) → 0(01)
0(10)	0(10) → 1(10)	0(10) → 0(10)	0(10) → 0(01)
0(01)	0(01) → 1(10)	0(01) → 0(10)	0(01) → 0(01) .

2. Entsprechend den für quantitativ definierte "Primzeichen" (Zeichenzahlen, vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) definierten kartesischen Produkten gilt also

$x \rightarrow y = (x \times y)$,

so daß man die Abbildungen der quantitativen auf die qualitativen semiotischen Zahlen wie folgt darstellen kann

(1.1) → (110110) (2.1) → (010110)

(1.2) → (110010) (2.2) → (010010)

(1.3) → (110001) (2.3) → (010001)

(3.1) → (001110)

$(3.2) \rightarrow \quad (001110)$

$(3.3) \rightarrow \quad (001001)$.

3. Auch wenn die Abbildung der quantitativen auf die qualitativen semiotischen Zahlen bijektiv ist, so stellt sich trotzdem ein gravierendes Problem ein, denn die quantitativen Dualrelationen

$\times(1.2) = (2.1)$

$\times(1.3) = (3.1)$

$\times(2.3) = (3.2)$

gelten für die qualitativen semiotischen Zahlen nicht mehr

$\times(110010) = (010011) \neq (010110)$

$\times(110001) = (100011) \neq (001110)$

$\times(010001) = (100010) \neq (001110)$.

Der Grund liegt natürlich darin, daß bereits für die qualitativen Primzeichen gilt

$\times(110) = (011)$

$\times(010) = (010)$

$\times(001) = (100)$,

darin (011) und (100) undefiniert sind. Daraus resultiert die Erweiterung der triadischen in eine pentadische Zeichenrelation mit den erweiterten "Fundamentalkategorien"

$M \rightarrow \quad (110) \qquad ? \rightarrow \quad (011)$

$O \rightarrow \quad (010) \qquad ?? \rightarrow \quad (100)$

$I \rightarrow \quad (001)$.

Wie man ferner leicht einsieht, ist aber auch diese pentadisch erweiterte Zeichenrelation strukturell noch unvollständig, denn von den 6 möglichen

Permutationen von 3-stelligen qualitativen semiotischen Relationen, die mindestens einen 0-Wert und einen 1-Wert enthalten

I →	(001)	? →	(011)
O →	(010)	??? →	(101)
?? →	(100)	M →	(110),

ist außerdem die Relation (101) undefiniert, so daß für die definitorische Bedigung an 3-stellige qualitative semiotische Relationen als minimales Zeichenmodell eine hexadische Relation erforderlich ist.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundlagen einer neuen Logik für die Peirce-Bense.-Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Die Zählweise semiotischer Zahlen

1. Setzt man axiomatisch fest, daß eine 3-stellige qualitative semiotische Relation der allgemeinen Form

Z = (x, y, z)

mit x, y, z ∈ {0, 1} mindestens einen 0-Wert und einen 1-Wert enthalten muß, dann sind 6 Permutationen möglich

(001) (011)

(010) (101)

(100) (110).

Wie man leicht erkennt, ist die Menge dieser 6 Relationen natürlich auch für die Konversen der Relationen abgeschlossen.

2. Nun sind allerdings von diesen 6 qualitativen semiotischen Relationen lediglich die folgenden 3 für die triadische Zeichenrelation definiert (vgl. Toth 2016)

I → (001) ? → (011)

O → (010) ??? → (101)

?? → (100) M → (110).

Zur Bestimmung der ?-, ??- und ???-Relationen kann man Paare von konversen Relationen zusammenstellen

××M = ?

×(101) = (101)

××I = ??,

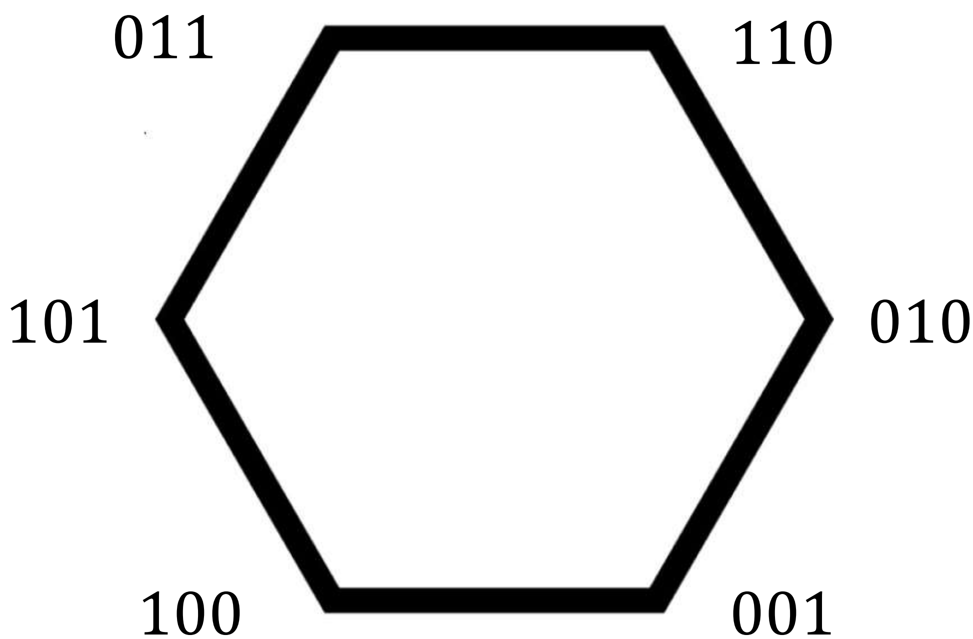
so daß man leicht einsetzen kann

××M = (011)

×(101) = (101)

$\times\times I = (100)$,

und man erhält das folgende hexadische Zeichenmodell



3. Bemerkenswert ist nun die verdoppelte Zählweise, welche die Menge 3-stelliger, 6-wertiger semiotischer Zahlen

Z = (001, 010, 100, 011, 101, 110)

aufweist

$$\begin{tikzcd}
001 \arrow[r] & 010 \arrow[r] \arrow[dl] & 100 \arrow[dl] \\
011 \arrow[r] & 101 \arrow[r] & 110.
\end{tikzcd}$$

Jede Zahl hat also nicht nur einen, sondern zwei Peano-Nachfolger, wobei der 2. Peano-Nachfolger gleichzeitig der Vorgänger einer weiteren Zahl ist. Sei

Z = (m, n).

Dann ist

$N(Z) = ((n), (m+1))$.

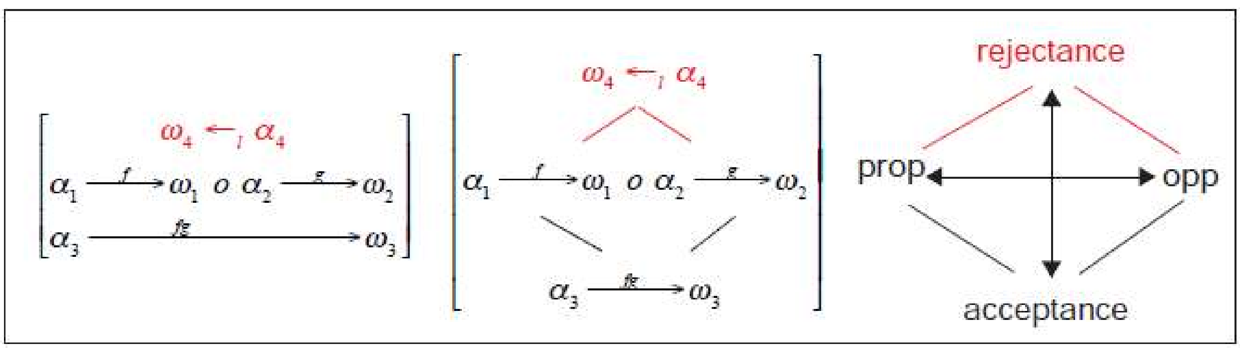
Bibliographie

Toth, Alfred, Ist die triadische Zeichenrelation wirklich universal? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

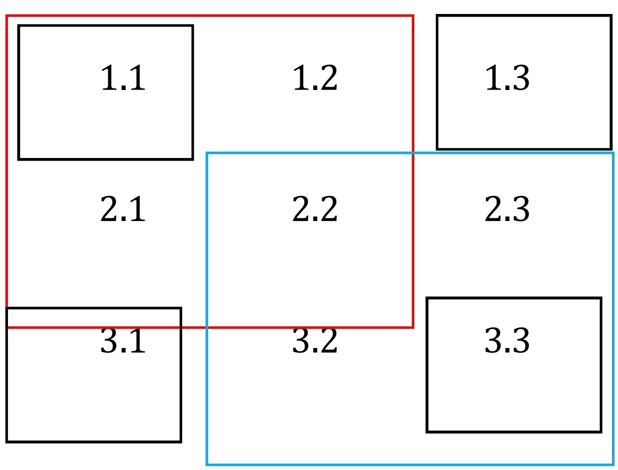
Innere und äußere Zeichenumgebungen im polykontexturalen Zeichenmodell

1. Wie gelangt man vom monokontexturalen Zeichenmodell von Peirce und Bense zu einem polykontexturalen Zeichenmodell?

1.1. Man benötigt dazu das von Kaehr (2007, S. 11) eingeführte kategorie-theoretische diamond-Modell, dessen Vorbild das logische Tetralemma ist, indem 1. logische Position, 2. logische Negation, 3. die Sowohl-auch-Relation und 4. die Weder-Noch-Relation vorhanden sind.



1.2. Man muß die Subzeichen jeder Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik kon-texturieren. Dazu geht man aus von der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen 3×3-Matrix und "dekomponiert" sie (vgl. Toth 2016).



Dadurch erhält man folgende kontexturierte semiotische Matrix (Kaehr 2009, S. 257).

3 – contextural semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} MM^{(3,2)} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1_{1.3}} & \mathbf{1.2_{1}} & \mathbf{1.3_{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1_{1}} & \mathbf{2.2_{1.2}} & \mathbf{2.3_{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1_{3}} & \mathbf{3.2_{2}} & \mathbf{3.3_{2.3}} \end{pmatrix}$$

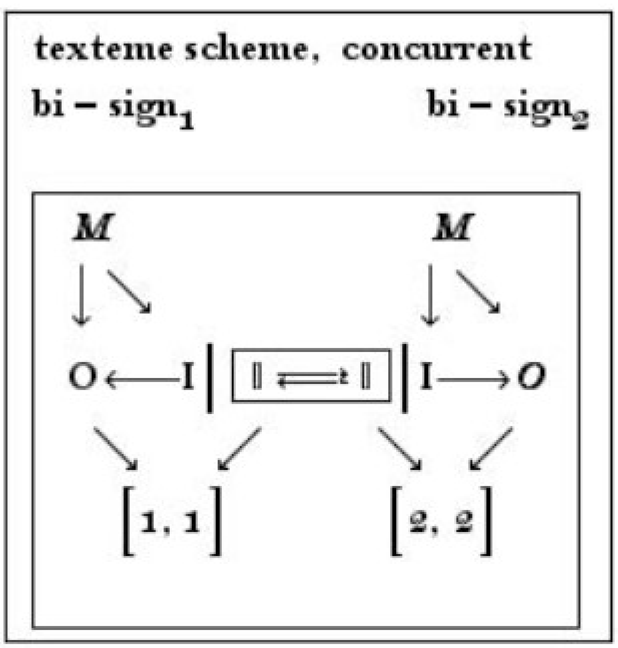
1.3. Da der diamond nicht das Zeichen, sondern auch eine der beiden Umgebungen von ihm im Rahmen der polykontexturalen Kategorietheorie enthält, gehe man nicht vom Zeichen als Basiselement aus, sondern mit Kaehr von einem "Textem", das wie folgt definiert ist (Kaehr 2009, S. 193)

texteme :

$\mathit{diamond} = (\text{sign} + \text{environment})$

$\mathit{bi-sign} = (\text{diamond} + 2 - \text{anchor})$

$\mathit{texteme} = (\text{composed bi} - \text{signs} + \text{chiasm})$.



Dann erhält man für jede kontexturierte Zeichenrelation der Form

$Z = (3.x_\alpha \rightarrow 2.y_\beta) \circ (2.y_\beta \rightarrow 1.z_\gamma)$

die äußere Umgebung durch saltisition/jump operation (||)

$Z = (3.x_\alpha \rightarrow 2.y_\beta) \circ (2.y_\beta \rightarrow 1.z_\gamma) \mid\mid (2.y_{\beta j} \leftarrow 2.y_{\beta i})$

und die innere Umgebung durch kategorisch-saltatorische Komplementarität (|)

$Z = (3.x_\alpha \rightarrow 2.y_\beta) \circ (2.y_\beta \rightarrow 1.z_\gamma) \mid (3.x_\alpha \leftarrow 1.z_\gamma)$.

2. Nun ist es aber so, daß die aus Peirce "pragmatischer Maxime" resultierende sog. retrosemiosische Ordnung

$Z = (3.x \rightarrow 2.y \rightarrow 1.z)$

nicht die einzige ist, die innerhalb der Bense-Semiotik definiert ist. Die Realitätsthematik $R = \times Z$ ist konvers, d.h. semiosisch definiert

$R = (1.x \rightarrow 2.y \rightarrow 3.z)$.

Die von Bense definierte semiotische Kommunikationsrelation (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.) hat die Ordnung

$K = (2.x \rightarrow 1.y \rightarrow 3.z)$

und ihre Konverse hat somit die Ordnung

$K^{-1} = (3.x \rightarrow 1.y \rightarrow 2.z)$.

Weitere Untersuchungen zeigen, daß alle 6 möglichen Permutationen von Z semiotisch definierbar sind (vgl. Toth 2007, S. 177 ff.)

$Z^1 = (3.x \rightarrow 2.y \rightarrow 1.z)$

$Z^2 = (3.x \rightarrow 1.y \rightarrow 2.z)$

$Z^3 = (2.x \rightarrow 3.y \rightarrow 1.z)$

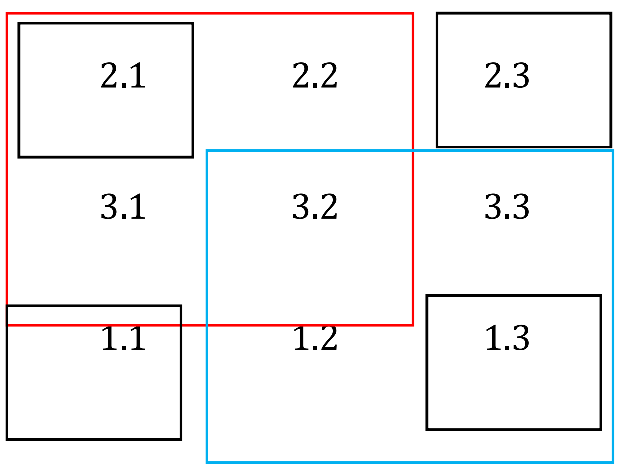
$Z^4 = (2.x \rightarrow 1.y \rightarrow 3.z)$

$Z^5 = (1.x \rightarrow 3.y \rightarrow 2.z)$

$Z^6 = (1.x \rightarrow 2.y \rightarrow 3.z)$.

Nun sind natürlich auch Z^1 bis Z^6 kontexturierbar. Da wir die Stellenwerte der Subrelationen jeweils in alphabetische Ordnung gebracht haben, bedeutet das, daß Z^1 bis Z^6 auch verschiedene semiotische Matrizen zugrunde liegen, und verschiedene semiotische Matrizen führen zu verschiedenen Dekompositionen, d.h. Z^1 bis Z^6 unterscheiden sich nicht nur durch die kategoriale Ordnung der Subrelationen, sondern auch durch die auf sie abgebildeten Kontexturenzahlen. Jede der 6 permutierten Zeichenklassen induziert somit eine neues kontexturales semiotisches System und nicht bloß eine Variante in ihren monokontexturalen Ordnungsrelationen.

Beispielsweise erhält man für $Z^3 = (2.x \rightarrow 3.y \rightarrow 1.z)$



die zugehörige kontexturierte Matrix

$$\begin{pmatrix} 2.1_{1.3} & 2.2_{1} & 2.3_{3} \\ 3.1_{1} & 3.2_{1.2} & 3.3_{2} \\ 1.1_{3} & 1.2_{2} & 1.3_{2.3} \end{pmatrix}$$

für die nun sogar

$\times(2.1_{1.3}) \neq (1.2_{2})$

$\times(2.3_3) \neq (3.2_{1.2})$

$\times(3.1_1) \neq (1.3_{2.3})$

gilt, während die Identitäten einfach kontexturiert sind

$Id(Z^3) = (1.1_3, 2.2_1, 3.3_2)$.

Das bedeutet also, daß die Menge der Permutationen jeder Zeichenklasse zugleich verschiedene innere und äußere Umgebungen bekommt.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Erzeugung semiotischer Identitäten durch Matrix-Dekompositionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Erreichbare und unerreichbare Zahlen

1. Bekanntlich hatte Bense (1979, S. 53 u. 67) die peircesche Zeichenrelation

$ZR = (.1., ((.1. \rightarrow .2.), (.1. \rightarrow .2. \rightarrow .3.)))$

als verschachelte Relation bzw. „triadisch gestufte Relation von Relationen“ eingeführt.

2. Wie bereits in Toth (2011) gezeigt, wird in der Semiotik also „gestuft“, d.h. nicht mono-linear, sondern poly-linear gezählt

$$
\begin{array}{lll}
 & & 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \\
 & 1 \rightarrow 2 \rightarrow & \uparrow \\
1 \rightarrow & \uparrow, &
\end{array}
$$

denn nur auf diese Weise kann der Tatsache Rechnung getragen werden, dass es nicht eine, sondern drei Arten von semiotischen Zahlen gibt, die sich durch ihre Ordnungsrelation unterscheiden:

1. Triadische Peirce-Zahlen: $1. < 2. < 3.$
2. Trichotomische Peirce-Zahlen: $.1 \leq .2 \leq .3$
3. Diagonale Peirce-Zahlen: $1.1 << 2.2 << 3.3.$

3. Zählt man linear, wie etwa bei den Peano-Zahlen, d.h.

1, 2, 3, ..., n,

wo sich das (n+1)-te Glied einfach durch Anwendung eines Sukzessions-operators ($\sigma(n) = (n+1)$) ergibt, ohne dass irgendwo die Gefahr „flächiger Abweichung“ (Rosser) besteht, dann stellt sich auch nicht das Problem, vor welchem Hintergrund gezählt wird. Sobald wir aber stattdessen von einer poly-linearen „layer-„Struktur ausgehen, entsteht nicht nur ein flächenartiges Zählschema, sondern wegen der triadischen „Verschachtelung“ entstehen auch lineare Leerräume vor und nach den semiotischen Zahlen. Man kann das wie folgt andeuten:

$\emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

$\emptyset \quad 1 \rightarrow 2 \rightarrow \uparrow \quad \emptyset \quad \emptyset$

$1 \rightarrow \uparrow \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset.$

Allerdings fehlen in dieser Darstellung die morphismischen Abbildungen zwischen den Leerstellen. Folgt man der obigen Definition des Zeichens, wie sie Bense (1979, S. 53, 67) gegeben hatte, gibt es nur eine Möglichkeit, dieses Zählschema sowohl durch Objekte wie auch durch die Abbildungen zwischen ihnen zu vervollständigen:

$$
\begin{tikzcd}
\emptyset \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 \\
\emptyset \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[u, dashed] \arrow[r] & 2 \arrow[u] \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed] \\
1 \arrow[u, dashed] \arrow[r] & \emptyset \arrow[u] \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed]
\end{tikzcd}
\quad .
$$

Dieser Ausschnitt des Zahlenschemas für die ersten drei „Peirce-Zahlen“, wie wir sie nennen können, enthält somit neben den schwarz eingetragenen erreichbaren Zahlen zwei weitere Kategorien, nämlich die rot eingetragenen nicht mehr erreichbaren und die blau eingetragenen noch nicht erreichbaren.

$$
\begin{tikzcd}
\textcolor{red}{1} \arrow[r, dashed] & \textcolor{red}{1} \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 \\
\textcolor{red}{1} \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[u, dashed] \arrow[r] & 2 \arrow[u] \arrow[r, dashed] & \textcolor{blue}{2} \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \textcolor{blue}{3} \arrow[u, dashed] \\
1 \arrow[u, dashed] \arrow[r] & \textcolor{blue}{1} \arrow[u] \arrow[r, dashed] & \textcolor{blue}{2} \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \textcolor{blue}{2} \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \textcolor{blue}{3} \arrow[u, dashed]
\end{tikzcd}
.
$$

Man beachte, daß die Unterscheidung zwischen erreichbaren Zahlen einerseits und nicht mehr bzw. noch nicht erreichbaren Zahlen andererseits nichts mit negativen oder imaginären Zahlen zu tun hat.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Semiotisches Zählen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011